文章编号:1001-2486(2009)03-0116-06

# 微陀螺闭环驱动方法

肖 定邦,侯占强,满海鸥,吴学忠,李圣怡 (国防科技大学机电工程与自动化学院,湖南长沙 410073)

摘 要:为了获得最佳的驱动效率,采用相位控制技术设计了微陀螺谐振环路,使微陀螺产生驱动模态谐振。为了提高微陀螺的稳定性,设计了 ITAE 性能指标最优的 PID 控制器,使微陀螺驱动轴振动幅值保持恒定。闭环驱动电路的测试结果表明,谐振环路振荡频率与驱动模态频率非常接近,采用 PID 控制器后,在 - 40℃~ 80℃范围内,微陀螺驱动轴振动幅值的变化仅为 0.1%,振动幅值稳定性有显著改善。

关键词: 微陀螺; 谐振; PID 控制; 闭环驱动

中图分类号:TN492 文献标识码: A

## The Closed loop Driving Method of Microgyroscope

XIAO Ding-bang, HOU Zhan-qiang, MAN Hai-ou, WU Xue zhong, LI Sheng-yi

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to achieve high excitation efficiency, a resonance loop for microgyroscope is designed based on phase control technology to generate drive mode resonance. In order to improve the stability of microgyroscope, a PID controller with best ITAE criterion is designed to keep the drive oscillation amplitude invariable. A closed-loop drive circuit is fabricated and tested. The results show that the oscillation frequency of the fabricated drive loop is very close to the drive mode frequency. With the adoption of PID controller, the variance rate of the drive oscillation amplitude is merely 0.1% in the temperature range of -40 °C  $\sim 80$  °C.

Key words: microgyroscope; resonance; PID control; closed loop driving

电容式微陀螺具有体积小、重量轻、价格低的优点,在飞行器稳定控制、武器系统导航制导、微卫星 姿态控制等领域具有广泛的应用前景。由于微陀螺的尺寸微小,其性能容易受温度、气压等环境因素的 影响,提高微陀螺的稳定性是目前国内外微陀螺研究的重点。微陀螺的工作原理是通过检测哥氏力得 到输入角速度<sup>[1]</sup>,其刻度因子与微陀螺驱动轴振动幅值成比例,增大微陀螺驱动轴振动幅值能够提高微 陀螺的灵敏度。因此,设计高性能闭环驱动方法,使微陀螺以驱动模态频率恒幅振动,是提高微陀螺稳 定性的重要措施。

文献[2-3]采用自动增益控制技术使微陀螺驱动轴振动幅值保持恒定,文献[4-5]设计了校正控制环节,使驱动轴振动幅值恒定,文献[6-7]利用自适应控制方法,调节驱动轴的谐振频率,使谐振频率 始终等于输入驱动电压频率。本文采用基于相位控制技术的微陀螺谐振环路,使驱动电压频率始终跟 踪微陀螺驱动模态频率,同时设计了基于 ITAE 参数优化准则的 PID 控制器,使微陀螺驱动轴振动幅值 保持恒定。该驱动方法具有驱动幅值大、鲁棒性强和电路实现简单的优点,实验结果表明,采用这种闭 环驱动方法后,微陀螺驱动轴振动幅值的稳定性有显著改善。

1 采用相位控制技术的微陀螺谐振环路

微陀螺驱动轴的动态模型通常可以等效为一个二阶系统,假设其传递函数为

$$H_d\left(s\right) = \frac{X\left(s\right)}{F\left(s\right)} = \frac{1}{m_d} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_d}{Q_d}s + -\omega_d^2}$$
(1)

<sup>\*</sup> 收稿日期:2009-11-10 基金项目:国家自然科学基金资助项目(50375154);国防科技大学优秀研究生创新资助项目(B060301) 作者简介:肖定邦(1983-),男,博士生。

其中, ma 为驱动轴惯性质量, Qa 为驱动轴谐振频率, Qa 为驱动轴品质因子。

对式(1) 所示传递函数而言, 不管谐振频率  $\omega_{l}$  如何变化, 在谐振频率  $\omega_{l}$  处, 传递函数的相移始终 为-90°。如果采用相位控制技术, 使驱动轴传递函数对输入信号的相移保持在-90°, 则输入驱动电压 的频率就能够始终跟踪谐振频率  $\omega_{l}$ 。采用相位控制技术的微陀螺谐振环路如图 1 所示, 其中  $V_{d}$  为驱 动直流偏置电压;  $K_{d}$  为电压转换为静电力的比例系数,  $K_{c}$  为惯性质量块位移转换为接口电容的比例系 数,  $K_{d}$  和 $K_{c}$  与微陀螺的结构参数有关;  $K_{v}$  为 C/V 检测的比例系数,  $G_{1}$  为放大倍数,  $K_{v}$  和 $G_{1}$  与微弱电 容检测电路有关。



#### 图 1 采用相位控制技术的谐振环路

Fig. 1 Resonance loop based on phase control technology

移相器的传递函数为 $\left( \omega_{0} - s \right) / \left( \omega_{0} + s \right)$ ,它对不同频率信号的相移不同,由于微陀螺驱动轴的  $Q_{d}$  值一般较高,驱动轴传递函数的相移只在  $\omega_{d}$  很小的一个领域内发生变化,可以在谐振频率  $\omega_{d}$  很小的一个邻域内考虑相位平衡条件。在  $\omega_{d}$  附近,移相器产生的相移为

$$\theta_d = -2\arctan\left(\omega_d/\omega_0\right) \tag{2}$$

 $-\pi \leq \theta_d \leq 0$ 。假设微陀螺驱动轴传递函数的相移为  $\theta_g(-\pi \leq \theta_g \leq 0)$ ,除了微陀螺驱动轴传递函数和移相器,环路中其他环节的总相移为  $\theta_r$ 。

环路谐振的相位平衡条件为

$$\theta_{g} + \theta_{r} + \theta_{d} = 2n\pi \tag{3}$$

设计驱动电路使得 θ = -π,可以得到

$$\theta_g = \left(2n+1\right)\pi - \theta_d \tag{4}$$

同时对两边取正切值得到

$$\tan \theta_{g} = -\frac{\frac{1}{Q_{d}} \frac{\omega}{\omega_{d}}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{d}}\right)^{2}} = -\tan \theta_{d}$$
(5)

上式可以简化为

$$\left(\frac{\omega}{\omega_d}\right)^2 + \frac{1}{Q_d \tan \theta_d} \frac{\omega}{\omega_d} - 1 = 0$$
(6)

由于 ω> 0, 求解方程可以得到环路的谐振频率 ω 为

$$\frac{\omega_{r}}{\omega_{l}} = \frac{-1}{2Q_{d}\tan\theta_{l}} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q_{d}^{2}\left(\tan\theta_{l}\right)^{2}}}$$
(7)

由上式可以看出, 环路的振荡频率  $\omega_{1}$  与品质因子  $Q_{d}$  和移相器相移  $\theta_{d}$  有关, 调节移相器能够改变环路 的振荡频率, 这就是相位控制技术的基本原理。不同  $Q_{d}$  值下,  $\omega_{1}/\omega_{2}$  与 $\theta_{d}$  的关系曲线如图 2 所示, 从图 中可以看出  $\theta_{d}$ = –  $\pi/2$  时,  $\omega_{r}$ =  $\omega_{1}$ , 而且采用相位控制技术后, 环路振荡频率  $\omega_{2}$  与谐振频率  $\omega_{2}$  非常接 近,  $Q_{d}$  值越大, 两者越接近。



图 2 不同  $Q_d$  值下  $\omega_d \omega_d$  与  $\theta_d$  的关系曲线 Fig. 2 Relationship of  $\omega_d \omega_d$  and  $\theta_d$  under different  $Q_d$ 

电路达到稳定振荡状态后,比较器输出信号中的基频分量幅值为 V<sub>e</sub>(ω),得到微陀螺驱动轴的振动幅值为

$$A_{x} = V_{c} \left( \omega_{r} \right) K_{d} V_{d} \left| H_{d} \left( j \omega \right) \right| = \frac{V_{c} \left( \omega_{r} \right) K_{d} V_{d}}{m_{d} \omega_{d}^{2} \left( 1 - \left( \frac{\omega_{r}}{\omega_{d}} \right)^{2} \right)^{2} + \left( \frac{1}{Q_{d}} \frac{\omega_{r}}{\omega_{d}} \right)^{2}}$$
(8)

上式中,  $m_d$ 、 $V_c$ ( $\omega$ )、 $K_d$ 基本保持恒定, 采用相位控制技术后  $\omega/\omega_d \approx 1$ , 而微陀螺在使用过程中,  $Q_d$ 、 $\omega_d$ 会随着温度、应力、阻尼等因素的变化而变化, 驱动轴振动幅值  $A_x$  也会发生变化, 因此还要设计幅值控制环节, 使微陀螺的振动幅值保持恒定。

#### 2 驱动轴振动幅值的闭环控制

微陀螺驱动轴振动幅值控制的信号流程图如图 3 所示, 在图 1 谐振环路的基础上, 增加了整流器、 滤波器和控制器三个模块, 控制器通过改变驱动电压偏置 Vae 来改变驱动力的大小, 从而控制微陀螺驱 动轴的振动幅值。由于存在比较器、整流器等非线性环节, 系统是一个非线性系统, 为了简化控制器的 设计, 首先对控制环路进行简化, 提取被控对象的线性模型。



图 3 闭环控制信号流程图 Fig. 3 Signal flow graph of the closed-loop control

目标幅值为 V<sub>p</sub>, 控制器的输出为 V<sub>d</sub>, 整流后滤波器的输出为 V<sub>m</sub>, 控制对象为上图虚线框部分,

 $G_p(s)$  为前置滤波器, 在环路振荡已经达到稳定的情况下  $\omega \approx \omega_d$ , 移相器输出中的基频信号为  $E_d \sin \omega_d t$ , 令控制器输出阶跃信号  $V_d = u(t) = E_d u(t) \sin \omega_d t$ 。框图中信号  $V_i$  到电容检测后 放大器的输出信号  $V_x$  的传递函数为

$$\frac{V_x\left(s\right)}{V_i\left(s\right)} = -\frac{K_d K_c K_v G_1 / m_d}{s^2 + \frac{\omega_d}{Q_d} s + - \omega_d^2}$$
(9)

因此有

$$V_{x}(s) = -\frac{K_{d}K_{c}K_{v}G_{1}/m_{d}}{s^{2} + \frac{\omega_{d}}{Q_{d}}s + -\omega_{l}^{2}}V_{i}(s) = -\frac{K_{d}K_{c}K_{v}G_{1}/m_{d}}{s^{2} + \frac{\omega_{l}}{Q_{d}}s + -\omega_{l}^{2}}\frac{E_{d}\omega_{l}}{s^{2} + \frac{\omega_{l}}{Q_{d}}s + -\omega_{l}^{2}}$$
(10)

反拉普拉斯变换后得到

$$V_{x}\left(t\right) \approx -\frac{K_{d}K_{c}K_{v}G_{1}E_{d}Q_{d}}{m_{d}\omega_{d}^{2}}\left\{-\cos\omega_{d}t + e^{\left(-\frac{\omega_{d}}{2Q_{d}}\right)}\cosh\left[\frac{t}{2Q_{d}}\left(1-4Q_{d}\right)^{2}\omega_{d}^{2}\right]\right\}$$
(11)

由于  $Q_d \gg 1$ , 上式可以简化为

$$V_x\left(t\right) = -\frac{K_d K_c K_v G_1 E_d Q_d}{m_d \omega_d^2} \left[-1 + e^{\left(-\frac{\omega_d}{2Q_d}\right)}\right] \cos \omega_d t$$
(12)

经过整流器和滤波器之后,忽略高频分量,得到幅值信号  $V_m(t)$  的拉普拉斯变换为

$$V_{m}(s) = \frac{2}{\pi} \frac{K_{d}K_{c}K_{v}G_{1}E_{d}Q_{d}}{m_{d}\omega_{d}^{2}} \frac{1}{s} \frac{\omega_{d}/2Q_{d}}{s + \omega_{d}/2Q_{d}} G_{f}(s)$$
(13)

其中的2/11是整流器的比例系数,由式(13)得到被控对象的传递函数为

$$G_d\left(s\right) = \frac{V_m\left(s\right)}{V_d\left(s\right)} = \frac{2}{\pi} \frac{K_d K_c K_v G_1 E_d Q_d}{m_d \omega_d^2} \frac{\omega_d/2Q_d}{s + \omega_d/2Q_d} G_f\left(s\right)$$
(14)

定义  $K_{c} = \frac{2K_{d}K_{c}K_{v}G_{1}E_{d}Q_{d}}{m_{d}\omega_{d}^{2}}, \omega_{c} = \frac{\omega_{d}}{2Q_{d}},$ 式(14) 可以化简为  $G_{d}\left(s\right) = \frac{V_{m}\left(s\right)}{V_{d}\left(s\right)} = K_{c}\frac{\omega_{c}}{s+\omega_{c}}G_{f}\left(s\right)$ (15)

利用简化后的被控对象线性模型,得到闭环系统的传递函数为

$$\frac{V_m\left(s\right)}{V_p\left(s\right)} = G_p\left(s\right) \frac{G_c\left(s\right)G_d\left(s\right)}{1 + G_c\left(s\right)G_d\left(s\right)}$$
(16)

ITAE 性能指标是时间与绝对误差乘积的积分, 在 PID 控制器设计中经常采用该性能指标作为优化 目标。为使闭环系统对阶跃响应的 ITAE 性能指标最小, 闭环系统的传递函数应该如式(17) 所示, 不同 阶次闭环系统传递函数的最优系数在文献[8] 中有详细介绍。

$$T(s) = \frac{\omega_0^n}{s^n + b_{n-1} \omega_0 s^{n-1} + \dots + b_1 \omega_0^{n-1} s + \omega_0^n}$$
(17)

要设计合适的前置滤波器和控制器的传递函数,使闭环系统的传递函数具有式(18)的形式。PID 控制器的鲁棒性很好,因此选用PID 控制器作为幅值控制器,PID 控制器的传递函数为

$$G_{c}\left(s\right) = K_{1} + K_{2} \frac{1}{s} + K_{3}s$$
(18)

由式(15)、(16)和(18)得到,闭环系统的传递函数为

$$\frac{V_m \left\{ s \right\}}{V_p \left\{ s \right\}} = G_p \left\{ s \right\} \frac{K_3 K_G \omega_C \omega_S s^2 + K_1 K_G \omega_C \omega_S s + K_2 K_G \omega_C \omega_S}{s^3 + \left( \omega_C + \omega_S + K_3 K_G \omega_C \omega_S \right) s^2 + \left( 1 + K_1 K_C \right) \omega_C \omega_S s + K_2 K_G \omega_C \omega_S}$$
(19)

基于 ITAE 指标的 PID 控制器的设计过程是: (1) 根据闭环系统调节时间和阻尼比的要求, 确定闭环 系统的固有频率  $\omega_0(T_s = 4/\zeta\omega_0)$ ; (2) 根据闭环系统的阶次选定最佳闭环传递函数 T(s), 然后确定 PID 控制器的 3 个参数; (3) 确定合适的前置滤波器, 使得系统没有零点<sup>[8]</sup>。

基于 ITAE 指标的三阶闭环系统最优传递函数为<sup>[8]</sup>

$$\frac{V_m \left\{ s \right\}}{V_p \left\{ s \right\}} = \frac{\omega_0^3}{s^3 + 1.75 \,\omega_0 s^2 + 2.15 \,\omega_0^2 s + \omega_0^3}$$
(20)

微陀螺在使用过程中,通常振动幅值的目标值 V<sub>p</sub> 是一个固定的直流电平,因此在工作过程中,前置 滤波器对系统的响应基本没有影响,为了简化驱动电路,在实际电路中忽略前置滤波器。

某微陀螺驱动轴参数如表 1 所示, 根据表中参数计算得到 $K_c = 0.2872$ ,  $\omega_c = 14.1372$ , 整流后低通滤 波器的截止频率设计为  $\Theta = 62.8319$ , 由于微陀螺参数的变化通常比较缓慢, 闭环系统的调节时间小于 0.2s 即可, 仅采用 PI 控制器可以满足要求, 得到 $K_3 = 0$ , 对比式(19) 和(20) 得到 $K_1 = 10.5$ ,  $K_2 = 275$ 。

1 ab. 1 Parameters of the microgyroscope's drive mode			
$m_d$	12. 8mg	$K_{c}$	3. 74× 10 <sup>- 8</sup> ∯ m
$\omega_d$	2 7kHz	$K_v$	2. $4 \times 10^{11} \text{V/f}$
$Q_d$	600	$K_{d}$	7. 48× 10 <sup>-8</sup>
$G_1$	400	$E_{d}$	12. 7

表1 微陀螺驱动轴参数

c .1

#### 3 实验结果

电容式微陀螺闭环驱动电路框图如图 4 所示,驱动轴的等效电路是一对差分电容 Cal 和 Cd2,采用 高频载波 Ed sin Qet 对差分电容进行调制,经过电荷放大器和同步解调后得到微陀螺驱动轴的振动信 号。谐振环路控制驱动交流电压的频率 Qu 始终跟踪微陀螺驱动轴的谐振频率, PID 控制器的输出电压 叠加交流驱动电压后施加到驱动差分电容的两端。设计的闭环驱动电路实物如图 5 所示。





图 4 闭环驱动电路框图 Fig. 4 Block diagram of the closed loop drive circuit

图 5 闭环驱动电路实物图 Fig.5 The designed closed loop drive circuit

利用 Agilent 示波器 DSO8104A 测量得到微陀螺驱动轴的振动波形如图 6(a) 所示, 波形幅值约为 4.8V, 其频谱图如图 6(b) 所示, 波形频率为 2.6992kHz, 与微陀螺驱动模态频率非常接近。

微陀螺的性能参数容易受温度的影响,下面利用温控箱测试驱动轴振动幅值的温度特性,驱动电路 选用低温漂芯片和精密电阻电容制作,经过高低温测试,驱动电路本身的漂移基本可以忽略。测试方法 是给陀螺通电后放入温控箱中,在设置温度点后等待 1h,待箱内温度稳定到设定值后,对经过整流滤波 后的振动幅值信号(*V<sub>m</sub>*)进行采样,采样频率 1Hz,采样时间 10min,取平均值得到微陀螺在该温度点下的 振动幅值,测试温度的范围是-40℃~80℃,每隔 10℃测试一个温度点。测试结果如图 7 所示,在没有 闭环控制时,微陀螺驱动轴振动幅值受温度的影响非常剧烈,温度越低,振动幅值越大。采用 PID 鲁棒 控制器之后,在测试温度范围内,幅值随温度的相对变化小于 0.1%,可见,微陀螺驱动轴振动幅值的稳



图 6 微陀螺驱动轴振动信号的波形

Fig. 6 Waveform of the drive axis vibration

定性得到显著改善。





#### 4 结论

设计了基于相位控制技术的微陀螺谐振环路,分析了微陀螺谐振频率与控制相位之间的关系,与采 用频率控制技术的开环驱动电路相比,这种谐振电路能够自动跟踪谐振频率的变化,提高了驱动幅值; 建立了驱动轴振动幅值控制对象的等效线性模型,采用 ITAE 性能指标,设计了 PID 控制器使振动幅值 保持恒定;为硅微陀螺研制了闭环驱动电路,测试结果表明,该电路能够使微陀螺驱动轴产生谐振,在应 用设计的控制器后,微陀螺驱动轴振动幅值的稳定性有了显著提高。

### 参考文献:

- [1] Bao M.H. Micro Mechanical Transducers pressure Sensors, Accelerometers and Gyroscopes[M]. Elsevier, 2001: 362-370.
- [2] 王存超,苏岩,王寿荣. 硅微振动陀螺仪驱动器自激驱动研究[J]. 传感技术学报, 2006, 19(2): 364-366.
- [3] 陈懿,金仲和,王慧泉,等.微机械振动式陀螺接口电路设计与实现[J].仪器仪表学报,2005,26(7):726-732.
- [4] 李芊,李晓莹,常洪龙,等.振动式微机械陀螺驱动控制电路研究[J].传感技术学报,2006,19(5):2230-2235.
- [5] 杨波,周百令.一种改进的高精度硅微陀螺仪闭环驱动方案研究[J]. 宇航学报, 2006, 27(3):433-437.
- [6] Leland R. Adaptive Control of a MEMS Gyroscope Using Lyapunov Methods [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 278-283.
- [7] Park S, Horowitz R. Adaptive Control for the Conventional Mode of Operation of MEMS Gyroscopes [J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2003, 12(2): 101-108.
- [8] Doff R, Bishop R. Modern Control Systems [M]. 谢红卫, 邹逢兴, 等译. 北京: 高等教育出版社, 2001: 588- 592.