

文章编号: 1001-2486(2009)04-0015-05

相位恢复镜面检测性能研究*

丁凌艳*, 吴宇列, 李圣怡

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 在镜面面形检测中应用相位恢复技术, 可以简化测量系统, 增强抗震动干扰能力。为确定相位恢复镜面测量系统的性能, 从两个方面进行了研究。结合提出的相位恢复测量系统, 运用傅立叶光学和几何光学理论讨论硬件对测量范围的限制, 确定了 CCD 像素尺寸与被测镜 f 数, CCD 整体尺寸与被测镜最大像差之间的定量关系。从算法效能角度, 采用单因素仿真实验考察算法对镜面误差幅度和频率的适应性。仿真结果表明, 表面误差频率在 31.4mm 附近时算法效率较高, 过高或过低都将降低算法的效率; 误差幅值的影响不大, 镜面误差 RMS 值大至六个波长, 小至百分之波长算法都可以胜任。

关键词: 光学制造; 镜面检测; 测量性能; 傅立叶光学; 相位恢复

中图分类号: O439; TH161 文献标识码: A

The Capability of Phase Retrieval Metrology for Mirrors

DING Ling-yan, WU Yu-lie, LI Sheng-yi

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Applying phase retrieval to mirror metrology can simplify the measurement system and increase the ability of resisting the vibration effects. The capability of phase retrieval testing system for mirrors is described from two aspects: its hardware and algorithm. According to the theory of Fourier optics and geometry optics, the pixel size and the total size of CCD spherically limit the f -number and the departure of a wavefront respectively. The adjustability of phase retrieval algorithm to different figure errors is observed afterward. A series of simulation experiments show that the algorithm is high-powered when the period of figure errors is about 31.4mm, and the performance is weaker when over or under that frequency; but the algorithm is reliable when the RMS value is up to six wavelength or as small as one percent wavelength.

Key words: optical fabrication; mirror test; capability of measurement; fourier optics; phase retrieval

光学精密制造的飞速发展, 对相应的检测技术要求越来越高。相位恢复测量是一种新兴的测量手段, 是相位恢复技术在镜面测量领域的应用^[1-3]。它通过采集被测镜反射或者透射的光场强度, 由相位恢复算法计算出被测镜的面形分布。相位恢复测量系统通常由照明光源、被测镜以及图像采集器(如 CCD) 组成。与干涉测量相比, 它的结构简单(无需参考光路), 抗震能力强, 能直接测量非球面, 还可以达到和干涉仪相当的精度^[4]。这些优势使人们非常看好将相位恢复测量技术应用于在位测量工具方面的前景。

相位恢复技术曾成功诊断及校正哈勃望远镜(Hubble space telescope)的像差, 并被美国航天局应用于下一代拼接式大型空间望远镜詹姆斯·韦伯(James Webb space telescope)的加工与装配^[5-6]。目前相位恢复技术在光学镜面加工测量方面的研究还处于起步阶段, 相关的基本问题还需要进一步探讨。Brady 教授曾撰文阐述相位恢复测量范围与 CCD 的性能之间的关系, 但只是简单给出了公式^[7]。本文的主要内容是根据已建立的反射镜面测量装置, 详细推导测量范围与测量系统软硬件之间的制约关系, 并评估实际相位恢复测量系统的测量能力。

* 收稿日期: 2009-05-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50775217)

作者简介: 丁凌艳(1982-), 女, 博士生。

1 相位恢复测量基本原理

在相位恢复测量中,从光源发出的均匀球面波经被测镜反射后携带了镜面的面形误差信息,记此时光场为 $u(x, y, z_1)$ 。同时在 Z_2 处可以采集到强度图样,记作 I_2 。根据角谱衍射理论,当相干光在自由空间中从 Z_1 处传播到 Z_2 处, Z_2 处的光场可以按如下公式计算:

$$u(x, y, z_2) = F^{-1} \left\{ F \{ u(x, y, z_1) \} \cdot \exp \left[j \frac{2\pi z_2}{\lambda} \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2} \times \text{circ} \left(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \right) \right] \right\} \quad (1)$$

$$\text{其中 } \alpha = \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1}, \beta = \frac{y_2 - y_1}{z_2 - z_1}, \text{circ} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \begin{cases} 1, & \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \leq 1 \\ 0, & \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} > 1 \end{cases}$$

易知 $F \{ u(x, y, z_2) \} = \sqrt{I_2} \exp(j\phi_2)$ 。在求解过程中,首先假设 $u(x, y, z_1)$ 的初始值,按(1)式计算出 $u(x, y, z_2)$ 。然后用测得的 $\sqrt{I_2}$ 替代 $u(x, y, z_2)$ 的傅立叶变换幅值,形成新的光场 $u'(x, y, z_2)$,并将(1)式作逆计算得到 Z_1 处新光场 $u'(x, y, z_1)$ 。至此,一次相位求解结束。将 $u'(x, y, z_1)$ 加镜面形状区域的约束后,再按上述过程进行下一次迭代。直至计算出的光场强度 I'_2 与测量光场强度 I_2 误差小于一定值后, $u'(x, y, z_1)$ 的相位即可表示被测镜的面形误差。根据该方法,只需要在焦点位置附近采集图像,就能实现对被测镜面面形的检测。一般得到 256×256 点数大小的检测结果仅需几分钟,适合在位快速检测。

2 测量范围理论分析

2.1 CCD像素尺寸的限制

对于任何信号采集过程而言,采样频率始终是信号重建的决定因素。相位恢复测量采集光场强度的图样,存在同样的问题。当被测镜的 f 数过大,使反射回来的光强变化频率超出 CCD 采样频率范围时,就会导致测量失效。以下用傅立叶光学对 CCD 分辨率和测量范围之间的制约关系进行探讨。

首先基于图 1 所示的测量装置,对测量光场传播过程进行频域建模。设 $U_o(f_x, f_y)$ 表示被测镜面的光场, $U_i(f_x, f_y)$ 表示像平面即 CCD 平面的光场。考虑通常采用的 He-Ne 激光光源,波长为 632.8nm,属于单色照明系统。因为单色照明系统对复振幅是线性的,所以有

$$U_i(f_x, f_y) = H(f_x, f_y) U_o(f_x, f_y) \quad (2)$$

其中 $H(f_x, f_y)$ 表示线性系统的传递函数。由于波前相差不影响振幅传递函数的带通限制,这个限制是由出瞳孔径的有限大小造成的^[8]。考虑直径为 D 的圆形光学孔径(因为一般光学镜面呈圆形)的孔径函数为

$$P(x, y) = \text{circ} \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{D/2} \right) \quad (3)$$

其中, (x, y) 为空间二维坐标, circ 为归一圆域函数,定义为

$$\text{circ}(r) = \begin{cases} 1, & r \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

由(3)式可得传递函数为

$$H(f_x, f_y) = \text{circ} \left(\frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{D/2 \lambda_i} \right) \quad (5)$$

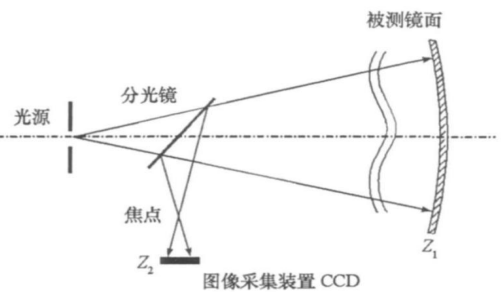


图 1 反射镜面相位恢复测量示意图
Fig. 1 Optical metrology process with phase retrieval for mirrors which can reflect rays

其中 λ 为波长, z_i 为传播距离。由上式得圆形光学孔径相干光衍射系统的截止频率为

$$f_c = \frac{D}{2\lambda z_i} \quad (6)$$

因为 CCD 采集得到的是光强图样, 光强与复振幅关系为

$$I_o = |h \leftarrow u_i|^2 \quad (7)$$

对上式作傅立叶变换:

$$F\{I_o\} = H U_i * H U_i \quad (8)$$

故 $F\{I_o\}$ 的截止频率为 $2f_c$ 。设 S 为 CCD 的采样频率比, d_ξ 为采样间隔, 也即像素大小。对于重建光场信号, 光强的采样频率应大于系统截止频率的 S 倍(根据 Nyquist 定理, $S \geq 1$), 于是有如下不等式:

$$\frac{1}{d_\xi} \geq S \cdot 2f_c \quad (9)$$

将式(6)代入上式, 得

$$\frac{z_i}{D} \geq \frac{S d_\xi}{\lambda} \quad (10)$$

因为 $z_i = f \pm \Delta z$, Δz 为 CCD 偏离焦点的距离, 记 f 数为 $f/\#$, 又 $f/\# = \frac{z}{D}$, 于是

$$f/\# \geq \frac{S d_\xi}{\lambda} \left| \frac{\Delta z}{D} \right| \quad (11)$$

由于被采集图像的灵敏度限制了图像采集的位置不能离焦点太远^[9] (Δz 较小, 一般在 10mm 以内), 在大镜 ($D \geq 200\text{mm}$) 测量中, 式(11)的右边第二项可以近似忽略。所以被测镜面的 f 数须满足:

$$f/\# \geq \frac{S d_\xi}{\lambda} \quad (12)$$

这个公式在 Brady 教授的论文中也有简单阐述^[7]。式(12)表明 CCD 的分辨率直接限制了被测镜的形状不能太深。波长为 632.8nm, CCD 像素大小为 6.4 μm 的测量系统, 被测镜的 f 数应大于 10.1。实际上, 在上面讨论中, 圆形镜面相当于一个低通滤波器。根据式(5), 对于直径 200mm、顶点曲率半径 1000mm 的镜面来说, 其空间截止频率为 158 mm^{-1} 。而一般大于 8 mm^{-1} 的误差就称为高频误差了。因此这个截止频率是足够大的, 对于 f 数小于式(12)计算结果的镜面, 实际依然能进行测量。式(12)只是给出了测量范围的最小边界。

2.2 CCD 整体尺寸的限制

由于镜面反射回来的波前携带了镜面误差信息, 所以焦点附近光斑形状会发生改变, 有时甚至会超出 CCD 的尺寸范围。下面从几何光学像差理论出发推导最大像差和 CCD 整体尺寸之间的关系。

如图 2 所示, 设参考球和被测球之间的距离为 ΔW , 角度为 α_x , 其大小由下式得到^[10]:

$$\alpha_x = - \frac{\partial \Delta W(x, y)}{n \partial x} \quad (13)$$

式中, n 为折射率, 在空气中取 1。因为 α_x 非常小, 可以认为角度近似等于正弦值, 于是得

$$\epsilon_x = R \alpha_x = - R \frac{\partial \Delta W(x, y)}{\partial x} \quad (14)$$

y 方向与 x 方向的表示相同: $\epsilon_y = - R \frac{\partial \Delta W(x, y)}{\partial y}$ 。采用极坐标的表示方法, 并将 ΔW 推广到一般意义, 令其表示整个波前相差函数, 上面两式合为

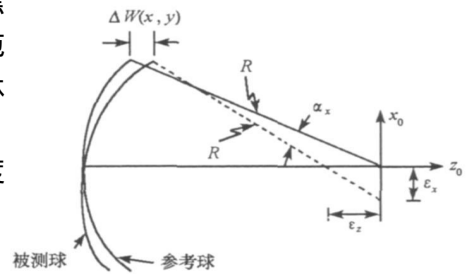


图 2 带有像差的波前传播

Fig. 2 Wavefront with aberration transmitting

$$\varepsilon_p = -R \frac{\partial \Delta W(\rho, \theta)}{\partial \rho} \quad (15)$$

要保证焦点处光线全部落在 CCD 上, 采样点数为 N 、间隔为 d_ξ 的 CCD 的尺寸应满足 $\frac{Nd_\xi}{2} \geq \max[|\varepsilon_p|]$,

即

$$\left(\frac{\partial \Delta W}{\partial \rho} \right)_{\max} \leq \frac{Nd_\xi}{2R} \quad (16)$$

这意味着被测镜面误差斜率受到 CCD 面积的限制。考虑在实际测量过程中, CCD 的位置在顶点曲率中心前后移动, 但上式中 R 的微小变化对结果不会产生明显影响。尺寸为 $6\text{mm} \times 6\text{mm}$ 的 CCD, 测量顶点曲率半径为 640mm 的球面镜, 要求镜面面形误差斜率不超过 0.0046875 , 相当于每毫米误差不超过 7.4λ 。这对于光学镜面是一个很松的限制, 所以相位恢复在镜面大误差测量方面是很有前景的。另外, 非球面可以看成是对最佳拟合球面的偏离, 因此相位恢复可以直接测量有一定非球面度的镜面。

3 测量性能仿真实验

上面讨论了硬件对测量范围的限制, 还应考虑相位恢复算法对镜面误差的限制。相位恢复的基本算法一般是用傅立叶变换及其逆变换进行迭代求解^[11]。Gerchberg-saxton(GS)算法是众多相位恢复算法中最典型的一种。理论上, GS 算法是一个非凸约束集投影问题, 其收敛性和唯一性还在研究之中^[12]。这里并不打算精确讨论算法理论上的收敛性, 而是结合实际测量镜面, 考察整个计算过程的效能。

为了检验 GS 算法对镜面误差的适应性, 对直径 176mm , 顶点曲率半径 1000mm 的标准球面加入正弦误差进行仿真。按单因素分析的方法将仿真实验分为两组, 一组固定正弦误差的频率, 变化其幅值, 另一组变化正弦误差的频率, 保持幅值不变。采用焦点前后 8mm , 6mm 和 5mm 处的光强图样经过 300 次迭代计算, 采样点数为 256×256 。

当光学镜面进入抛光阶段以后, 面形误差以 PV 值在 4~6 个波长以下的低频全局和局部误差为主, 同时含有一定量的幅度较小的中高频局部误差。在实验一中, 保持误差的周期为 31.4mm 不变, 改变幅度, 使 PV 值分别为 6λ , 4λ , 2λ , 1λ , $\lambda/2$, $\lambda/4$, $\lambda/8$ 。图 3(a) 列出了恢复结果和原始面形的 RMS 值差值百分比。PV 值在 2 个波长以下时, 差别很小, 在 5% 以下; PV 值在 2~6 个波长之间时, 差别变化增大, 但保持在 10% 以内。图 4(a) 为模拟的镜面面形, 误差 RMS 值为百分之波长的量级。从图 4(b) 可以看到, 恢复计算出来的面形分布和误差量级均与模拟图片一致。对于大于一个波长的误差, 计算过程中相位将产生包络, 恢复过程与误差在一个波长之内时一致, 只是恢复结果需要解包络才能得到最终的面形分布。但当误差逐渐变大时, 包络条纹变密, 当条纹密度超过计算采样频率时, 计算会失效。从这个角度看, 限制被测误差幅值大小的还是数据密度。解决的办法是增加计算数据密度, 牺牲一些计算时间。

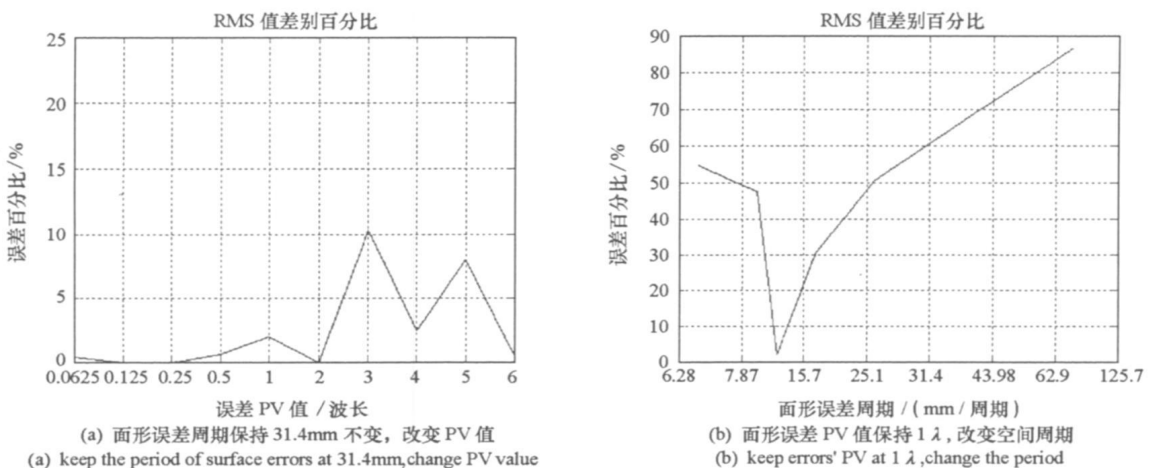


图 3 恢复结果与原始面形的 RMS 值比较误差百分比

Fig. 3 RMS difference percentage between simulate surface and phase retrieval surface

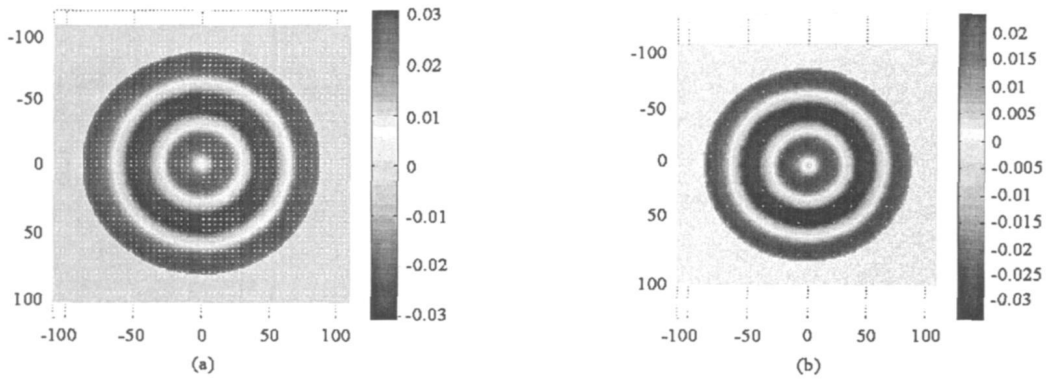


图4 误差PV值为 $\lambda/16$, RMS值为 $2.7291 \times 10^{-4}\lambda$ 时原始(a)和恢复结果(b)面形分布

Fig. 4 Errors' distribution comparison between the simulate surface (a) with PV $\lambda/16$, RMS $2.7291 \times 10^{-4}\lambda$ and phase retrieval result (b)

实验二固定表面误差的PV值在 1λ ,改变误差的空间频率。由于计算点数的限制,频率过高将导致混叠。因此使表面误差的空间周期依次为6.28mm、7.87mm、15.7mm、25.1mm、31.4mm、43.98mm、62.8mm、125.6mm。图3(b)显示算法对误差频率的变化比较敏感,误差频率过高或者过低均不利于恢复计算。这一方面与计算中采样点的数目有关:在计算高频误差时,必然需要更密集地采样数据;另一方面也与图片采集位置有关:文献[9]的研究表明,越靠近焦点的光强图样越有利于恢复低频误差。通常的精密光学加工中需要控制的高频误差空间周期小于0.12mm,中频小于33mm^[13]。而在实验中当误差PV值为 1λ 空间周期为31.4mm时,原始面形和恢复结果RMS值相差仅0.0013 λ 。这表明算法非常适用于中频误差的检测。需要注意的是,在仿真中采用的是固定的迭代次数,因此对于其他频率不是说算法完全失效,通过更长一些时间的计算,能得到更好的结果。

4 总结

基于已建立的反射镜面相位恢复测量系统,从硬件和软件两个方面,运用理论和仿真手段对测量性能进行了比较全面的探讨。CCD的分辨率限制了被测镜面的 f 数:对于通常使用的He-Ne激光光源,采样间隔6 μ m的CCD,被测镜的 f 数应在大于9的量级上。当然这只是可测范围的最小边界。结合两部分分析来看,镜面误差的幅度主要受到CCD尺寸的制约。但是这个约束是宽松的。对尺寸为6mm \times 6mm的CCD,测量顶点曲率半径为640mm的球面镜,镜面面形误差斜率要求不超过7.4 λ mm。揭示了相位恢复在非球面和大误差测量方面的潜力。仿真研究还显示算法在误差空间周期31.4mm左右时具有理想的恢复能力,但对于高频和低频误差需要采取改进措施来提高计算能力。测量范围的讨论有利于下一步对大像差和非球面进行测量实践,也为研究扩大测量范围的方法如改变采样位置、改进算法、使用拼接技术等奠定了基础。

参考文献:

- [1] Brady G R, Fienup J R. Phase Retrieval as an Optical Metrology Tool[Z]. www.optics.rochester.edu/workgroups/fienup
- [2] 吴宇列,胡晓军,戴一帆,等.基于相位恢复技术的大型光学镜面面形在位检测技术研究[J].机械工程学报,2009(2).
- [3] Hu X J, Zheng Z W, Dai Y F, et al. Aspheric Mirror Measurement Using Phase Retrieval Method[J]. Key Engineering Materials, 2008, 364: 117-122
- [4] Brady G R, Fienup J R. Improved Optical Metrology Using Phase Retrieval[J]. Optical Society of America, 2004.
- [5] Redding D, Dument P, Yu J. Hubble Space Telescope Prescription Retrieval[J]. Applied Optics, 1993, 32(10): 1728-1736.
- [6] Dean B H, Aronstein D L, et al. Phase Retrieval Algorithm for JWST Flight and Testbed Telescope[R]. Proc. SPIE, 2006, 6265(11): 1-17.
- [7] Brady G R, Fienup J R. Range of Phase Retrieval in Optical Metrology[J]. Optical Society of America, 2005.
- [8] Goodman J W. Introduction to Fourier Optics[M]. Roberts, 2005.
- [9] 胡晓军.大型光学镜面相位恢复在位检测技术研究[D].长沙:国防科技大学,2008.
- [10] Wyant J C. Basic Wavefront Aberration Theory for Optical Metrology[M]. Academic Press, 1992.
- [11] 邹谋炎.反卷积和信号复原[M].北京:国防工业出版社,2001.
- [12] Levi A, Stark H. Image Restoration by the Method of Generalized Projections with Application to Restoration from Magnitude[J]. Optical Society of America A, 1984(1): 932-943.
- [13] Lawon J K, Auerbach J M, English R E, et al. NIF Optical Specifications-the Importance of the RMS Gradient[R]. LLNL Report UCRL-96130032, 1998: 7-12.