

文章编号: 1001- 2486(2009) 04- 0102- 05

## 大型挠性空间机械臂动力学与减速比对振动抑制影响\*

谭春林<sup>1</sup>, 刘新建<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 大型空间机械臂在操作过程中, 一个突出的问题是超低频挠性, 不仅存在机械臂的弯曲振动, 而且还存在关节的扭转变形振动, 关节控制中, 一个重要问题是在实现关节位置控制的同时如何稳定和衰减机械臂及其关节的低频挠性振动。与关节驱动结构相关的减速比参数如何影响振动抑制的效果是空间机械臂关节设计中需要分析的问题, 这关系到如何合理选择减速比参数。运用集中参数法对空间机械臂的关节驱动及其挠性组合动力学进行建模, 研究了同时抑制关节振动和机械臂振动的一种稳定性策略, 通过数值仿真分析了减速比参数对振动抑制的影响, 提出了选择减速比参数的方法。这对未来空间站工程的大型挠性空间机械臂设计、动力学与控制研究中具有可应用的参考价值。

**关键词:** 空间机械臂; 挠性动力学; 振动抑制; 减速器

中图分类号: O210.1 文献标识码: A

## Research of Dynamics and Gear Ratio Effects on Vibration Suppression For Large Space Flexible Manipulator

TAN Chun-lin, LIU Xin-jian

(1. College of Aerospace, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. College of Aerospace and Material, National Univ. of Defence Technology, Changsha, 410073)

**Abstract:** Super-low frequency flexibility during motion is an important issue for a large space manipulator, which involves not only the bending vibration of arm exists, but also the joint torsional vibration. In joint control, what is important is to stabilize and suppress low flexible vibration of joint and arm while joint position is being controlled. How gear ratio parameters for joint structure affect vibration suppression is also a required problem to analyze in joint design of space manipulator, on which gear ratio parameters depend. Combined dynamics of flexible joint and arm for space manipulator was modeled with concentrated parameter method, one strategy of suppressing joint vibration and arm vibrations simultaneously was put forward, the effect of gear ratio on vibration suppression was analyzed by numerical simulation and theoretical analysis. This will be useful in design and research of large space flexible manipulator.

**Key words:** space manipulator; flexible joint; dynamics and control; flexible arm

空间机械臂在卫星抓捕、辅助交会对接、作为航天员移动工作平台、空间站建造等方面具有重要的工程应用, 国外有加拿大制造的机械臂 SRMS 与 SSRMS, 日本臂 JEMRMS 和欧洲臂 ERA, 如文献[1- 10], 其中空间机械臂的动力学建模与关节控制是空间机械臂系统的关键技术之一。空间机械臂动力学与控制中, 一个突出的问题是超低频挠性, 不仅要考虑机械臂的弯曲振动, 而且要考虑关节的扭转变形振动; 另外一个不能忽视的问题就是减速器的扭矩传递特性。国内外已有众多研究挠性机械臂动力学建模和振动抑制的文献[11- 15], 但主要针对直接驱动的关节结构, 只考虑了机械臂的弯曲挠性, 这在实际工程中的应用价值有限。其实, 为操作大型空间载荷以及达到缓慢移动的目的, 空间机械臂关节结构不可能是通过关节电机直接驱动的, 而是有较大减速比的间接驱动, 关节减速器有限的扭转刚度要求重视关节挠性的扭转变形振动, 美国航天飞机机械臂 SRMS 和日本机械臂 JEMRMS 均考虑了关节挠性。空间机械臂的振动实际上是关节挠性振动与机械臂弯曲振动在动力学上共同作用的结果, 与空间机械臂关

\* 收稿日期: 2009- 04- 10

基金项目: 国家部委基金项目

作者简介: 谭春林(1967-), 男, 研究员, 在职博士生。

节结构密切相关的减速比参数如何影响振动抑制是需要研究的重要问题。

## 1 空间机械臂挠性动力学的线性化建模及其模型

### 1.1 建模方法

空间机械臂的关节是间接驱动的,需要考虑关节挠性和机械臂的挠性以及机械臂与基座(空间站)的耦合运动,如图1所示。含关节柔性和机械臂柔性的机械臂动力学是非常复杂的非线性耦合方程组,要绝对精确建模是很难的。为满足工程应用要求,不妨线性化。

(1) 假设空间站具有足够大的控制力矩抑制姿态扰动,可使得姿态扰动角保持在零附近,因此对惯性参考系而言,伺服电机对基座的(相对)转角可近似为对惯性系的绝对转角,机械臂关节对基座的(相对)转角可近似为绝对转角。也就是说动力学建模时,关节和马达的绝对转角可以忽略空间站本体的姿态扰动角。

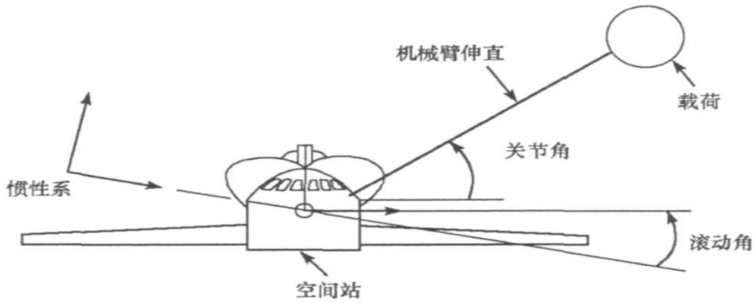


图1 空间站与空间机械手的肩关节

Fig. 1 Space station and a space manipulator with shoulder joint

(2) 假设关节控制的闭环带宽远低于柔性机械手对应关节操作的自然振动模式频率,同时提供角速度阻尼反馈,可以稳定和衰减关节与机械臂的振动。另外由于空间机械臂轨迹规划时的关节速度非常缓慢,这样就可忽略机械臂关节角速度与空间站角速度、以及振动速度之间的非线性乘积项的影响,但主要的惯性加速度耦合项不能忽略,这种线性化处理在工程上是合理可接受的。

首先建立直接驱动的挠性机械臂与空间站系统的动力学方程组,再在此基础上考虑减速器关节的减速比和扭矩传递特性、扭转变形振动,采用牛顿力学中的隔离法建立间接驱动的挠性动力学模型。

### 1.2 直接驱动的挠性动力学建模及其模型<sup>[18]</sup>

先不考虑关节挠性,为简化起见用集中参数法把机械臂分解成若干个集中质量块,例如图2中其弯曲振动假设为4个质量块的弹性运动,机械臂划分为 $m_1, m_2, m_3, m_4$ ,其中 $m_4$ 还包括末端执行器和载荷的总质量,这样可得到机械臂4阶模态频率和振型<sup>[17]</sup>。集中参数表示的弯曲振动方程见(1)式。

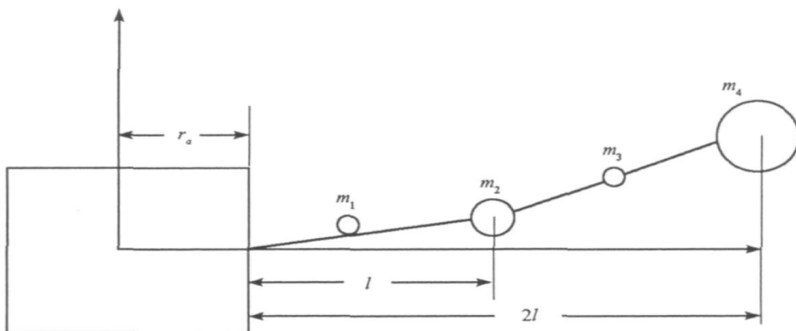


图2 空间机械臂弯曲振动模式的集中参数模型

Fig. 2 The concentrated parameter model of arm bending vibration mode

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_4 \end{bmatrix} + \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 150.4 & -94.5 & 35.6 & -5.9 \\ -94.5 & 114.8 & -76.7 & 20.8 \\ 35.6 & -76.7 & 79.1 & -29.2 \\ -5.9 & 20.8 & -29.2 & 12.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

只要分配好集中质量的参数  $m_1, m_2, m_3, m_4$ , 就可以求出特征值及其特征向量, 因为质量矩阵和刚度矩阵是实对称的, 所以对应的特征向量之间是正交的。

首先求出矩阵  $M^{-1}K$  的特征值  $\lambda$ , 及其对应的特征向量  $\phi_i$ , 那么机械臂梁对应的弯曲振动模态频率

$$\omega_i = \sqrt{\lambda} \quad (2)$$

对模态特征向量矩阵  $\phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]$  归一化, 得归一化弯曲模态向量矩阵  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} \varphi^T M \varphi &= E \\ \varphi^T K \varphi &= \Lambda^2 \end{aligned} \quad (3)$$

在关节转角和 4 阶弹性模态逼近情况下, 空间机械臂动力学刚柔耦合系数向量为

$$\begin{aligned} C^T &= m_1(r_a + \frac{l}{2})[\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{13}, \varphi_{14}] + m_2(r_a + l)[\varphi_{21}, \varphi_{22}, \varphi_{23}, \varphi_{24}] \\ &+ m_3(r_a + \frac{3l}{2})[\varphi_{31}, \varphi_{32}, \varphi_{33}, \varphi_{34}] + m_4(r_a + 2l)[\varphi_{41}, \varphi_{42}, \varphi_{43}, \varphi_{44}] \end{aligned} \quad (4)$$

末端的弯曲弹性振动位移

$$u_4 = \varphi_{41} \eta_1 + \varphi_{42} \eta_2 + \varphi_{43} \eta_3 + \varphi_{44} \eta_4 \quad (5)$$

根据机械臂与空间站系统的动量定理和动量距定理, 以及机械臂质量矩阵和刚度矩阵的模态正交法和叠加法, 经过复杂推导运算可以得到如下形式的动力学方程组, 详见文献[18]。

$$I_s \dot{\omega} + J_a^T \omega_a + A^T C \dot{q} = T_e - T_a \quad (6)$$

$$I_a \dot{\omega}_a + A J_a^T \omega_a + B \dot{q} = A T_a \quad (7)$$

$$\ddot{q} + \Lambda^2 q + B^T \omega_a + C^T A \omega_a = 0 \quad (8)$$

其中,  $I_s$  为空间站含机械臂系统绕  $z$  轴的转动惯量,  $I_a$  为空间机械臂系统的转动惯量  $q$  为模态坐标向量,  $\omega_a$  为关节角速度,  $\omega$  为空间站绕  $z$  轴的角速度,  $J_a$  为机械臂关节刚体运动和空间站姿态运动的动力学耦合系数,  $A$  为旋转矩阵,  $B, C$  为刚柔动力学耦合系数矩阵。

### 1.3 柔性关节的动力学模型<sup>[17]</sup>

若只考虑关节柔性的影响, 不考虑机械臂的挠性弯曲振动, 机械臂单个关节时的动力学方程为

$$\begin{cases} J_m \ddot{\theta}_m + D_m \dot{\theta}_m = K_m I_m - \frac{k}{N} (\frac{\theta_m}{N} - \gamma) - T_{La} \\ I_a \ddot{\gamma} + D_a \dot{\gamma} = k (\frac{\theta_m}{N} - \gamma) - T_{Lm} \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $J_m$  为电机转动惯量,  $I_a$  为机械臂及其负载的转动惯量,  $k$  为关节刚度,  $K_m$  为电流力矩常数,  $I_m$  为电枢电流,  $\theta_m, \dot{\theta}_m, \ddot{\theta}_m$  分别为电机转角、角速度和角加速度,  $\gamma, \dot{\gamma}, \ddot{\gamma}$  分别为关节转角、关节角速度和关节角加速度,  $N$  为关节减速比。

### 1.4 空间机械臂的线性化动力学模型<sup>[18]</sup>

在前两节建模的基础上, 利用牛顿隔离法, 可进行系统的动力学建模, 因为扭矩

$$T_a = k (\frac{\theta_m}{N} - \theta_a) \quad (10)$$

把式(10)代入式(6), 式(7)即可, 并考虑到空间站的姿态小扰动, 可近似有  $A = I$  (单位矩阵), 于是得到含减速比  $N$ 、挠性关节和机械臂挠性弯曲振动的空间机械臂线性化动力学微分方程组如下:

$$J_m \ddot{\theta}_m + D_m \dot{\theta}_m = K_m I_m - \frac{k}{N} \left( \frac{\theta_m}{N} - \theta_a \right) \quad (11)$$

$$I_s \ddot{\theta}_s + J_a \ddot{\theta}_a + C \dot{q} = T_e - k \left( \frac{\theta_m}{N} - \theta_a \right) \quad (12)$$

$$I_a \ddot{\theta}_a + J_a \dot{\theta}_s + B \dot{q} = k \left( \frac{\theta_m}{N} - \theta_a \right) \quad (13)$$

$$\ddot{q} + \Lambda^2 q + B \ddot{\theta}_a + C \dot{\theta}_s = 0 \quad (14)$$

建模中考虑了关节挠性和机械臂挠性,方程组反映了各部分之间主要的加速度惯性耦合项,但忽略了小量的非线性乘积项。

## 2 抑制振动的稳定性策略<sup>[18]</sup>

对于挠性关节,根据机械臂关节角和关节速度反馈是难以稳定的。伺服电机转子本身的阻尼是非常小的,为简单起见,不妨假设  $D_m = 0$ ,  $D_a = 0$ , 干扰也为零,则考虑关节挠性的动力学方程组为

$$\begin{cases} J_m \ddot{\theta}_m = K_m I_m - \frac{k}{N} \left( \frac{\theta_m}{N} - \gamma \right) \\ J_a \ddot{\gamma} = k \left( \frac{\theta_m}{N} - \gamma \right) \end{cases} \quad (15)$$

不妨假设控制律为

$$I_m = K_p (\gamma_d - \gamma) + K_d (\dot{\gamma}_d - \dot{\gamma}) - C \ddot{\theta}_m \quad (16)$$

式(16)代入方程组(15),并求拉普拉斯变换,可得挠性关节控制的闭环传递函数

$$G(s) = \frac{\gamma(s)}{\gamma_d(s)} = \frac{K_m K_d s + K_m K_p}{\frac{N J_m J_a}{k} s^4 + \frac{C_m J_a N}{k} s^3 + (N J_m + \frac{J_a}{N}) s^2 + (K_m K_d + C_m N) s + K_m K_p} \quad (17)$$

(1)从传递函数的特征方程式可以看出,如果没有伺服电机的角速度反馈即  $C_m = 0$ ,仅有关节位置和关节速度反馈,则根据 Huwitz-Routh 稳定性判据,因为

$$a_3 = \frac{C_m J_m N}{k} = 0 \quad (18)$$

显然系统是不稳定的。

(2)如果有伺服电机的角速度反馈,即  $C_m > 0$ ,即使没有关节角速度反馈  $K_d = 0$ ,由 Huwitz-Routh 稳定性判据可以证明系统是稳定的。因此,稳定挠性关节的控制律可为

$$I_m = K_p (\gamma_d - \gamma) - C_m \ddot{\theta}_m \quad (19)$$

(3)从式(17)的特征多项式的系数可以看出,减速比  $N$  越大,就像关节刚度  $k$  越小一样降低关节振动的频率,而频率越低,振动就越难以快速衰减。

## 3 数值仿真与减速比的影响分析

算例1 假设某机械臂的减速比  $N = 100$ ,臂长 10m,载荷 200kg,则可计算其关节扭转振动频率为 0.18Hz,机械臂的一阶弯曲振动频率为 0.57Hz,显然基频为 0.18Hz,关节角要求从  $0^\circ$  控制到  $5^\circ$ 。图3和图4中给出了扭转变形角、末端振动位移的响应曲线。

算例2 假设某机械臂的减速比 1000,载荷 10t 且半径为 5m 的圆球,机械臂 10m,此时柔性关节扭转振动频率降低到 0.018Hz,对应的一阶弯曲振动频率为 0.1Hz。图5和图6中给出了关节扭转变形角、末端振动位移的响应曲线。由于机械臂系统的基频太低,需要较长时间才能平稳实现关节角阶跃响应的临界阻尼控制。扭转变形角和末端振幅衰减极其缓慢,这主要是由于减速比增大到 1000,难以衰减振动的缘故。

## 4 结论

(1)大型空间机械臂的挠性动力学建模不仅要考虑机械臂的弯曲振动,关节的挠性扭转振动,也要

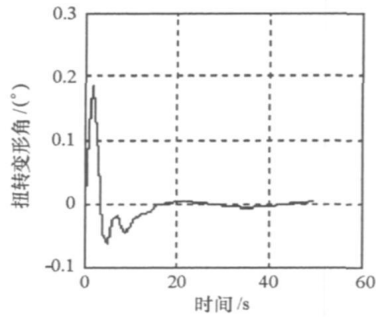


图3 关节扭转变形角响应曲线(算例1)

Fig. 3 Joint torsional vibration response (Example I)

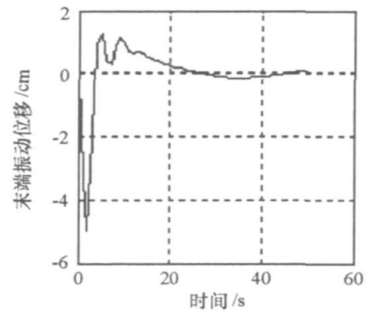


图4 末端振动位移响应曲线(算例1)

Fig. 4 End-tip vibration response (Example I)

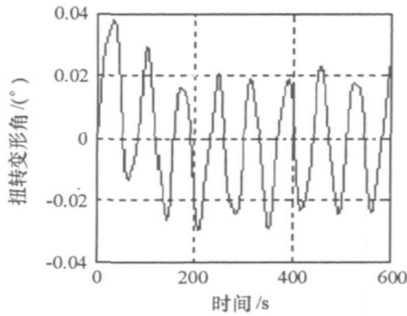


图5 关节扭转变形角响应曲线(算例2)

Fig. 5 Joint torsional vibration response (Example II)

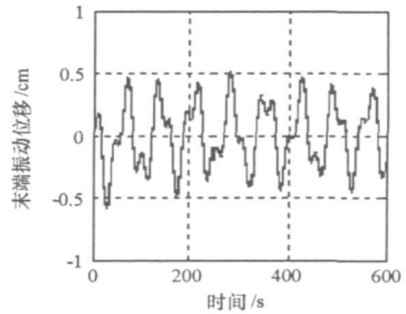


图6 末端振动位移响应曲线(算例2)

Fig. 6 End-tip vibration response (Example II)

考虑关节的扭转传动特性,即使线性化了,模型仍是很复杂的;伺服电机的角速度反馈是很必要的,对稳定振动很有利。

(2) 减速比大小对空间机械臂关节振动和机械臂的弯曲振动响应应具有重要的影响。减速比过大,对振动抑制不利,影响控制精度;但减速比过小,不能操作所要求的负载以及满足移动速度。因此减速比的一个设计原则是在满足操作载荷的功率约束下,取最小的减速比。

(3) 设计中要尽可能提高关节的刚度,空间机械臂的挠性更主要来源于关节。

## 参考文献:

- [1] Hunter J A, Usher T H, Gossain D M. Structural Dynamic Design Considerations of the Shuttle Remote Manipulator System[R]. AIAA 84- 0706, 1984.
- [2] Nguyen P K, Ravindran R, Carr R. Structural Flexibility of the Shuttle Remote Manipulator System Mechanical Arm[R]. AIAA 84- 1536, 1982.
- [3] Scott M A, et al. Active Vibration Damping of the Space Shuttle Remote Manipulator System[R]. N92- 11073, 1992.
- [4] Chiou J C, Downer J D, et al. Interaction Dynamics of an Orbiter and a Flexible Space Structure Undergoing Incremental In-space Construction[R]. AIAA 92- 2088- CP, 1992.
- [5] Sargent D G. The Impact of Remote Manipulator Structural Dynamics on Shuttle On-orbit Flight Control[R]. AIAA 85- 1963, 1985.
- [6] Bains E, Kuo Y M. Upgrade of the SRMS Math Model to Support the Orbiter Tile Repair Maneuver[R]. AIAA 2006- 5990, 2006.
- [7] Abiko S, Yoshida K. An Adaptive Control of a Space Manipulator for Vibration Suppression[R]. AIAA paper, 1998.
- [8] Lambooy P J, et al. Some Mechanical Design Aspects of the European Robotic Arm[R]. N96- 27262, 1996.
- [9] Quicho L J, et al. SRMS Assisted Docking and Undocking for the Orbiter Repair Maneuver[R]. AIAA 2006- 5987, 2006.
- [10] Bennett G J, et al. ISS Russian Segment Motion Control System Operating Strategy during Orbiter repair maneuver[R]. AIAA 2006- 5855, 2006.
- [11] 张戎军. 基于传感器的柔性机械手控制[R]. 清华大学博士后出站报告, 1997.
- [12] 王光庆, 郭吉峰. 空间柔性臂的解耦动力学模型及其控制[J]. 宇航学报, 2004, 25(5).
- [13] Liu K, Kujath M R. Trajectory Optimization for a Two-link Flexible Manipulator[J]. Int. J. Robotics and Automation, 1996, 11(6): 56- 71.
- [14] Morris A S. Static and Dynamic Modeling of a Two-flexible-link Robot Manipulator[J]. J. Robotica, 1996, 14: 280- 300.
- [15] Figueiredo J. Elastic-link Manipulators: Modeling, Simulation and Experiments[J]. Int. J. Robotics and Automation, 1996, 11(1): 13- 21.
- [16] Yang G B, Donath M. Dynamic Model of a One-link Robot Manipulator with Both Structural and Joint Flexibility[C]//IEEE Proceedings of Robotics and Automation, 1988.
- [17] 谭春林等. 空间机械臂动力学建模与控制——论证报告[R]. 航天五院总体部技术报告, 2008.
- [18] 谭春林等. 空间机械臂动力学建模与控制——仿真分析[R]. 航天五院总体部技术报告, 2008.
- [19] 刘新建. 柔性机械手动力学与控制[D]. 国防科技大学研究生院, 1998.