

文章编号: 1001- 2486(2009) 04- 0112- 05

## 基于组合机动的共面绕飞卫星队形保持研究\*

刘光明<sup>1</sup>, 文援兰<sup>1</sup>, 杨雪榕<sup>2</sup>, 廖 瑛<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 共面绕飞卫星的相对运动轨迹是一个椭圆, 由于卫星受摄动力影响, 其编队构形会发生变化。提出一种基于组合机动的队形保持策略, 即在 Hill 轨道坐标系中, 通过测量绕飞卫星相对位置, 利用切向脉冲推力与径向连续常推力进行组合控制, 消除相对运动椭圆中心的相位漂移。考虑地球扁率  $J_2$  项摄动的影响, 在队形保持中引入  $J_2$  相对摄动加速度以提高控制精度。仿真结果表明, 该控制方法能对共面卫星编队的空间构形进行有效保持。

**关键词:** 共面编队飞行; 组合机动; 队形保持;  $J_2$  摄动

中图分类号: V448 文献标识码: A

## Study on Formation Keeping for Coplanar Flying around Satellites Based on Combined Maneuver

LIU Guang-ming<sup>1</sup>, WEN Yuan-lan<sup>1</sup>, YANG Xue-rong<sup>2</sup>, LIAO Ying<sup>1</sup>

(1. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. College of Mechatronics Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The figure of the relative kinematical track of the coplanar flying-around satellites is an ellipse. However, the configuration of the formation flying will change because of the disturbing force. A new formation keeping strategy based on combined maneuver was developed. In Hill orbital coordinates, through the measurement of the relative position components of the flying-around satellites, the combined control of the tangential impulse thrust and the constant continuous radial thrust eliminated the phase excursion of the center of the relative kinematical ellipse. Then the method considering the  $J_2$  perturbations was applied to improve the control accuracy. Simulation results show that this control strategy has nice performance on formation keeping.

**Key words:** coplanar formation flying; combined maneuver; formation keeping;  $J_2$  perturbations

卫星编队飞行中队形保持策略研究是国内外航天动力学与控制领域的研究热点之一, 文献[1]在参考卫星为圆轨道且各环绕卫星共轨道面的条件下, 设计了相对位置保持的全状态反馈混合控制方法; 文献[2]基于四元数方法研究了3个飞行器编队飞行问题, 并给出了一种自适应控制方案; 文献[3]基于Hill相对运动方程给出了一种脉冲控制方案; 文献[4]研究了基于椭圆轨道的卫星编队动力学与控制策略。上述文献给出的编队保持控制方案设计的控制条件较为苛刻, 对轨控发动机性能要求较高, 难以实现工程应用。

本文针对共面编队飞行卫星星座, 提出一种基于组合机动的队形保持控制策略, 即在Hill轨道坐标系中, 考虑地球扁率 $J_2$ 项摄动对机动控制的影响, 对绕飞卫星进行切向脉冲推力与径向连续常推力的组合控制, 实现编队飞行的队形保持。该控制策略可以在设定时间内方便、有效地抵消空间摄动力对卫星编队影响, 快速重建编队构形, 以实现共面绕飞卫星编队构形的长期在轨保持。

\* 收稿日期: 2008- 04- 10

基金项目: 国家 863 基金资助项目(2007AA12Z308)

作者简介: 刘光明(1979-), 男, 博士生。

## 1 共面绕飞卫星的编队构形变化

共面绕飞卫星编队构形因受到地球非球形摄动、日月引力和大气阻力等摄动的长期影响会发生变化。图 1 给出了参考卫星轨道半长轴 7380km, 绕飞卫星与参考卫星在轨道面内的相位差  $\Delta\lambda$  为 0, 相对运动椭圆半长轴为 11km 的绕飞卫星编队构形在 3 天内的变化情况。

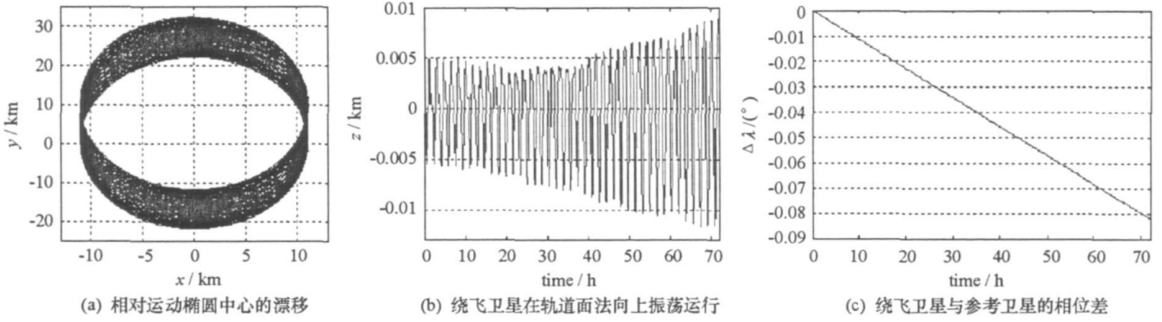


图 1 共面绕飞卫星的编队构形变化

Fig. 1 The change of coplanar satellites formation flying

从图 1(a) 可以看出, 由于空间摄动力的影响, 共面绕飞卫星的编队构形变化主要体现在相对运动椭圆中心的相位漂移上: 3 天内, 相对运动椭圆中心沿参考卫星运动方向( $y_c$  方向) 漂移了 10.12km, 而沿径向方向( $x_c$  方向) 几乎没有漂移, 且相对运动椭圆的形状基本不变。图 1(b) 给出了绕飞卫星相对位置在  $z_c$  轴方向由于空间摄动力的影响, 绕飞卫星在参考轨道面法向上振荡飞行。图 1(c) 显示了轨道面内两颗星的相位差(纬度幅角差)的绝对值  $|\Delta\lambda|$  越来越大, 大致与飞行时间成线性变化。说明相对运动椭圆中心的漂移主要体现为两颗星的相位差逐渐增大, 要对绕飞卫星的纬度幅角( $\lambda = \omega + M$ ) 进行控制以修正相位差<sup>[5]</sup>。

## 2 基于组合机动的队形保持策略

### 2.1 组合机动的绝对运动分析

假设绕飞卫星在半径为  $R$  的近圆轨道上运行, 轨道平均角速度为  $n_h = \sqrt{\mu/R^3}$ , 切向速度为  $v_{t0} = n_h R$ 。若沿绕飞卫星切向施加脉冲速度增量  $\Delta v_t$ , 则其轨道平均角速度改变了  $\Delta n$ , 从而可以调整绕飞卫星的纬度幅角<sup>[8]</sup>。若使绕飞卫星沿近圆轨道运行, 则需要沿径向施加径向加速度  $a_n$ 。

暂不考虑空间摄动力影响, 可得径向推力施加过程中卫星运动方程<sup>[6]</sup>:

$$\ddot{\mathbf{R}} + \frac{\mu}{R^3} \mathbf{R} = \mathbf{a}_n \quad (1)$$

其中,  $\mu$  为地球引力常数,  $\mathbf{R}$  为绕飞卫星的位置矢量,  $\mathbf{a}_n$  为卫星径向加速度矢量。

切向脉冲施加后, 绕飞卫星平均角速度为  $n = n_h + \Delta n$ , 可以得到径向加速度矢量  $\mathbf{a}_n$ :

$$\mathbf{a}_n = \frac{\delta^2 \mathbf{R}}{\delta t^2} + 2\mathbf{n} \times \frac{\delta \mathbf{R}}{\delta t} + \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{R}) + \frac{\mu}{R^3} \mathbf{R} + \frac{d\mathbf{n}}{dt} \times \mathbf{R} \quad (2)$$

一般情况下, 由于绕飞卫星将维持在近圆轨道运行, 则  $\delta^2 R / \delta t^2 = 0$ ,  $\delta R / \delta t = 0$ , 且  $dn/dt = 0$ , 切向施加的脉冲速度增量  $\Delta v_t$  很小, 则  $\Delta n \ll n_h$ ,  $\mathbf{a}_n$  的绝对值可以近似为

$$\mathbf{a}_n \approx -2\Delta n n_h \mathbf{R} = -2n_h \Delta v_t \quad (3)$$

由公式(3)可知, 径向推力加速度  $\mathbf{a}_n$  为常值。从上述推导可得, 当卫星轨道角速度改变  $\Delta n$ , 欲让绕飞卫星继续在近圆轨道上运行, 则需要沿径向施加连续常推力, 对应径向加速度为  $\mathbf{a}_n = -2n_h \Delta v_t$ 。

### 2.2 组合机动的相对运动分析

对于共面绕飞卫星编队, 在组合机动过程中, 不妨视组合机动过程中施加的推力为小扰动力, 则在

参考卫星轨道面内, 绕飞卫星相对运动的初始条件为<sup>[9]</sup>

$$\delta x_0 = \delta y_0 = 0, \delta \dot{x} = 0, \delta \dot{y} = \Delta v_t, a_x = a_n, a_y = 0 \quad (4)$$

其中,  $\delta x_0, \delta y_0$  为绕飞卫星相对运动初始位置分量的小扰动偏差;  $\delta \dot{x}, \delta \dot{y}$  为绕飞卫星相对运动初始速度分量的小扰动偏差。

由绕飞卫星相对运动一阶解析解<sup>[6]</sup>可得

$$\delta x_t = (2n_c \delta \dot{y} + a_x)(1-c)/n_c^2 = (2n_c \Delta v_t + a_n)(1-c)/n_c^2 \quad (5)$$

$$\delta \dot{x}_t = (2n_c \delta \dot{y} + a_x)s/n_c = (2n_c \Delta v_t + a_n)s/n_c \quad (6)$$

因此, 欲保持共面卫星编队构形, 绕飞卫星除绕飞相对运动, 还需控制它只进行沿参考卫星运动反方向(- $y_c$  方向)的机动飞行, 即要求  $\delta x_t = 0, \delta \dot{x}_t = 0$ 。由公式(5)、(6)可得  $a_n = -2n_c \Delta v_t$ , 式中  $a_n$  为沿径向( $x_c$  方向)施加径向加速度矢量的绝对值。实际上, 由于绕飞卫星与参考卫星轨道相对位置偏差很小, 两者的平均轨道角速度近似相等, 绕飞卫星沿径向控制加速度可以近似为  $a_n = -2n_h \Delta v_t$ , 这与绝对运动分析相一致。

### 2.3 共面编队保持的制导过程

在参考卫星轨道坐标系中, 绕飞卫星初始相对坐标  $i_v$  为  $(x_0, y_0, z_0)$ , 若不进行机动控制, 设  $t$  时刻绕飞卫星的相对坐标  $\odot$  为  $(x_t, y_t, z_t)$ ; 若进行组合机动控制,  $t$  时刻绕飞卫星的相对坐标  $\odot$  为  $(x_t, y_t + \Delta y, z_t)$ , 一般要求在  $\Delta t$  时间内完成轨道转移, 则可得绕飞卫星的切向脉冲速度增量  $\Delta v_t$  与径向加速度  $a_n$ :

$$|\delta \dot{y}_t| = |\Delta v_t| \geq |\Delta y|/\Delta t, \quad a_x = a_n = -2n_h |\delta \dot{y}_t| = -2n_h |\Delta v_t| \quad (7)$$

考虑到轨控推力器的工作性能, 脉冲速度增量  $\Delta v_t$  取值不能太大, 则轨道转移所需时间  $\Delta t$  会相应增加。具体制导过程为: 当共面绕飞编队的相对运动椭圆中心漂移量  $|\Delta y|$  超出了设定的最大漂移量, 则开始进行组合机动控制。对绕飞卫星沿- $y_c$  方向施加脉冲速度增量  $|\Delta v_t|$ , 同时沿- $x_c$  方向施加连续常推力(对应加速度  $a_n$ )。当绕飞卫星转移到相对坐标  $\odot$  时, 停止施加径向推力, 并沿绕飞卫星  $y_c$  方向施加脉冲速度增量  $|\Delta v_t|$ , 从而可以在  $\Delta t$  时间内完成队形保持。此外, 由于组合机动控制无法抑制绕飞卫星在参考轨道面法向上的振荡飞行, 还需要进行共面控制, 限于篇幅, 本文不做介绍。

### 3 考虑 $J_2$ 摄动的组合机动策略

研究表明<sup>[7]</sup>, 地球扁率摄动对卫星编队的空间构形影响较大, 而扁率摄动中的二阶带谐项( $J_2$  项摄动)是主要摄动因素。文中考虑地球扁率  $J_2$  项摄动对卫星编队的影响, 给出了基于 Hill 方程的  $J_2$  项摄动分析, 并根据组合机动控制的相对运动分析, 改进了共面绕飞编队保持的制导策略。

卫星编队摄动影响分为两部分, 一是整体摄动, 实质是参考卫星的摄动运动; 二是相对摄动, 实质是绕飞卫星与参考卫星的摄动运动之差。在卫星编队空间构形控制中, 一般只考虑相对摄动的影响。对地球扁率  $J_2$  项的摄动势函数求梯度<sup>[7]</sup>, 得到相应的摄动加速度:

$$\mathbf{a}_{J_2} = \frac{\partial U_2}{\partial \mathbf{R}} = -\frac{3J_2 R_c^2}{2R^4} \left[ 2\sin\phi \mathbf{k} + (1-5\sin^2\phi) \frac{\mathbf{R}}{R} \right] \quad (8)$$

绕飞卫星位置矢量在轨道坐标系中表示为

$$\mathbf{R}_h = \mathbf{R}_c + \rho = [R_c + x, y, z]^T \quad (9)$$

式中  $\rho = [x, y, z]^T$  表示绕飞卫星在参考轨道坐标系  $o_c - x_c y_c z_c$  中的相对位置矢量。

将式(9)代入式(8), 并在  $[x, y, z]^T$  处泰勒展开并保留到一阶项, 可得绕飞卫星  $J_2$  摄动加速度在轨道坐标系中的表达式<sup>[9]</sup>, 并将其与参考卫星  $J_2$  摄动加速度相减, 可以得到绕飞卫星的  $J_2$  相对摄动加速度在轨道坐标系中的分量形式:

$$\delta a_{J_2, h} = \begin{bmatrix} \delta a_{J_2, x} \\ \delta a_{J_2, y} \\ \delta a_{J_2, z} \end{bmatrix} = - \frac{3 \mathcal{W}_2 R_c^2}{2R_c^5} \begin{bmatrix} 12\sin^2 i \sin^2 u - 4 & -4\sin^2 i \sin 2u & -4\sin 2i \sin u \\ -4\sin^2 i \sin 2u & 1 + \sin^2 i (2 - 7\sin^2 u) & \sin 2i \cos u \\ -4\sin 2i \sin u & \sin 2i \cos u & 3 - \sin^2 i (2 + 5\sin^2 u) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (10)$$

实际上, 卫星编队一直受到各种轨道摄动影响, 其中地球扁率  $J_2$  项摄动对卫星编队的空间构形影响较大。因此, 如果要进行较为精确的绕飞卫星队形保持, 需要考虑地球扁率摄动  $J_2$  项对卫星编队的相对摄动影响<sup>[9]</sup>。

式(10)中  $a = [a_x, a_y, a_z]^T$  应改为控制加速度  $a_{control}$  与  $J_2$  相对摄动加速度  $\delta a_{J_2, h}$  的和, 由式(5)、(6)可得  $a_n = -2n_c \Delta v_t - \delta a_{J_2, x}$ , 式中  $a_n$  为径向控制加速度,  $\delta a_{J_2, x}$  为  $J_2$  相对摄动加速度的径向分量。

此外, 组合机动控制中, 对绕飞卫星沿切向方向( $y_c$  方向)施加的脉冲力也要考虑  $J_2$  相对摄动加速度影响, 对于需要的脉冲速度增量  $\Delta v_t$ , 可得到切向脉冲控制加速度  $a_t = \Delta v_t / \Delta t - \delta a_{J_2, y}$ , 式中  $\Delta t$  表示切向脉冲控制力施加时间,  $\delta a_{J_2, y}$  为  $J_2$  相对摄动加速度的切向分量。

需要说明的是, 由于  $J_2$  相对摄动加速度  $\delta a_{J_2, h}$  与绕飞卫星相对位置矢量  $\rho$  有关, 在组合机动控制过程中一直在改变, 而目前的轨控发动机难以实时精确调整推力大小。在工程应用中, 可以在整个控制过程每隔一定时间修正一次  $J_2$  相对摄动加速度值。

#### 4 共面编队构形保持的仿真结果

以图1给出的共面卫星编队飞行为例。设计的共面编队控制方案要求: 当相对运动椭圆中心沿参考卫星运动方向( $y_c$  方向)漂移量超过设定的最大漂移量, 开始进行组合机动控制, 以保持共面编队构形。制导策略设计为: 设计最大漂移量为 800m, 要求在 1200s 内完成组合机动控制, 即:  $|\Delta y| = 800$ ,  $n_h = 0.001$ ,  $\Delta t = 1180 < \mathcal{W} n_h$ , 可得  $|\Delta v_t| \geq 0.7$ , 不妨取  $|\Delta v_t| = 0.75 \text{m/s}$ , 则  $|a_x| = 0.0015 \text{m/s}^2$ 。每次队形保持机动需要的速度增量为  $|\Delta v| = 1.75 \text{m/s}$ , 径向连续常推力作用时间  $\Delta t = 1100 \text{s}$ , 4 天共需要的速度增量约为  $|\Delta v_{total}| = 7.21 \text{m/s}$ , 共面卫星编队构形的演变情况如图2所示。

从图2(a)可以看出, 在组合机动控制下, 4 天内绕飞卫星的相对运动椭圆中心漂移了约 100m, 相对运动椭圆形状不变, 共面绕飞卫星的编队构形保持较好。图2(b)给出了绕飞卫星与参考卫星在轨道面内的相位差变化情况, 可以看出每隔大约 20h 修正一次绕飞卫星与参考卫星的相位差, 4 天内进行了 4 次共面编队构形保持机动。从图2(b)可以发现, 有 2 次修正相位差出现了过调, 即两颗星的相位差大于 0, 这是由于未考虑轨道摄动影响, 导致控制力过大。

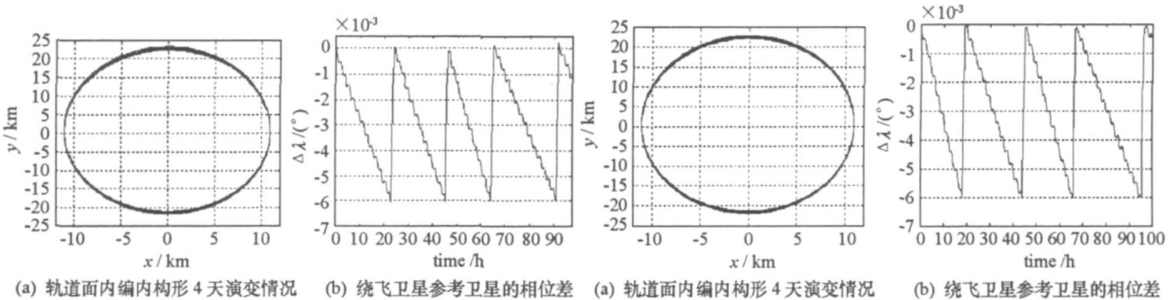


图2 组合机动控制下共面卫星编队构形的演变情况

Fig. 2 The change of satellites formation under combined maneuver

图3 考虑  $J_2$  摄动的组合机动控制下共面卫星编队构形变化

Fig. 3 The change of satellites formation with  $J_2$  perturbations

考虑  $J_2$  摄动的组合机动控制下, 每隔 1h 修正一次  $J_2$  相对摄动加速度值, 共面绕飞卫星编队构形的演变情况见图3。由图3(a)可知, 4 天内相对运动椭圆中心漂移了约 50m, 卫星编队的空间构形保持比不考虑  $J_2$  摄动的要好。图3(b)给出了两颗星在轨道面内的相位差变化情况, 每次机动控制对相位

差的修正没有出现相位差过调的情况,从而提高控制精度并能减少燃料消耗,仿真结果在表1中列出。

以图1设定的卫星编队参数为初始状态,按照文献[10]提出的双星环绕编队飞行的队形保持方法,得到4天内队形保持机动的仿真结果,并与本文提出的组合机动控制方法的仿真结果比较,如表1所示。

表1 仿真结果比较  
Tab.1 Analysis of simulation results

队形保持方法	相对运动 椭圆半长轴	4天相对运动椭圆 中心漂移量	4天进行队形 保持次数	4天共需要的 速度增量
组合机动控制	11km	约100m	4	7.21m/s
考虑 $J_2$ 摄动组合机动控制	11km	约50m	4	7.11m/s
文献[10]提出的控制方法	11km	约87m	6	7.12m/s

从表1可以看出,考虑 $J_2$ 摄动的组合机动控制方法对卫星编队空间构形保持效果最好,并且需要的速度增量也最少。因此,较之文献[10]提出的双脉冲控制方法,本文的控制策略更为有效且消耗燃料少。

## 5 结论

参考空间交会的V-bar逼近策略,提出了一种基于组合机动的共面绕飞卫星编队的队形保持方法。利用绕飞卫星上切向与径向的轨控推力器对其进行组合控制,可以有效地消除相对运动椭圆中心的相位漂移,并且在控制过程中考虑 $J_2$ 摄动影响,提高了队形保持的控制精度。仿真结果表明,这种控制方法能够实现共面绕飞卫星编队的构形保持,虽然难以对复杂空间构形、异面轨道的卫星编队进行队形保持,但是本文的研究结果仍可以作为底层的机动方法,具有一定的工程参考价值。

## 参考文献:

- [1] Yedavalli R K, Sparks A G. Satellite Formation Flying Control Design Based on Hybrid Control System Stability Analysis [C]//Proceeding of the American Control Conference, Chicago, 2000: 2210- 2214.
- [2] Lawton J, Beard R W. An Adaptive Control Approach to Satellite Formation Flying with Relative Distance Constraints [C]//Proceeding of the American Control Conference, San Diego, 1999: 1545- 1549.
- [3] Schaub H, Alfriend K T. Impulsive Spacecraft Formation Flying Control to Establish Specific Mean Orbit Elements [C]//AAS/AIAA Spacecraft Mechanics Conference, Clearwater, Florida, Jan, 2000: 1550- 1556.
- [4] Inalhan G, Tillerson M. Relative Dynamics and Control of Spacecraft Formations in Eccentric Orbits [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2002, 25(1): 48- 59.
- [5] 文援兰,宋以胜,文景. 共面编队飞行卫星星座的控制[J]. 国防科技大学学报, 2004(3): 24- 28.
- [6] 林来兴,车汝才. 航天器编队飞行动力学模型和精度分析[J]. 航天器工程, 2008(3): 19- 25.
- [7] 张玉钲. 卫星编队飞行的动力学与控制技术研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2002.
- [8] 杨乐平,朱彦伟,安雪滢. 基于组合机动的空间V-bar交会策略[J]. 国防科技大学学报, 2006(5): 6- 10.
- [9] Pluym J P, Damaren C J. Second Order Relative Motion Model for Spacecraft Under  $J_2$  Perturbations [C]//AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Keystone, Colorado, 2006.
- [10] 王兆魁,张育林,刘昆. 一种共轨道面双星环绕编队飞行的方法[J]. 飞行力学, 2002(6): 43- 46.