

文章编号: 1001-2486(2009)06-0067-06

高超声速滑翔式再入飞行器最大航程飞行轨迹分析*

丁洪波, 蔡洪, 张士峰, 李安梁

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 针对航程最大的再入问题, 研究了高超声速滑翔式再入飞行器的飞行轨迹特性。使用 Legendre 伪谱法进行轨迹优化, 得到最优轨迹。分析了路径约束对轨迹的影响, 以及在路径约束下控制量对飞行轨迹的影响。根据控制量的取值规律, 提出一种升力系数的分段直线取值模型。数字仿真表明, 通过该模型得到的飞行轨迹与最优轨迹类似, 且航程相差很小, 可以作为一种使航程最大的轨迹控制方法。

关键词: 高超声速滑翔式再入; 航程最大; 轨迹; 伪谱法; 升力系数; 分段直线取值模型

中图分类号: V412 文献标识码: A

The Maximum-range Trajectory Analysis of Hypersonic Glide-reentry Vehicle

DING Hong-bo, CAI Hong, ZHANG Shi-feng, LI An-liang

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to maximize the range of reentry, the trajectory of hypersonic glide-reentry vehicle is studied. The optimal trajectory is obtained using Legendre pseudospectral method (LPM). The effect of the path constraints on the trajectory is analyzed. Furthermore, the regulation of the control variable of the constrained trajectory is analyzed. According to the rule, a piecewise linear model of the coefficient of lift is proposed. Numerical simulation shows that the trajectory derived by this model is very similar to the optimal trajectory, and the ranges of the two trajectories are nearly the same, demonstrating a good control method for the maximum-range trajectory.

Key words: hypersonic glide reentry; maximum range; trajectory; pseudospectral method; coefficient of lift; piecewise linear model

2003年6月, 美国空军和国防部高级研究计划局(DARPA)出台了“猎鹰”计划^[1-2]。该计划的远期目标是在2025年研制成功高超声速巡航飞行器, 在2h内打击16700km以外的任何目标。在“猎鹰”计划的支持下, 美国开展了一系列以高超声速飞行器为载体的远程快速精确打击武器系统的研究, 通用航空飞行器(CAV)是其中一部分。CAV采用升力体外形, 依靠气动力控制进行跨大气层滑翔飞行, 是典型的高超声速滑翔式再入飞行器。CAV的升阻比较大, 再入飞行初始马赫数高, 且经历的空间环境复杂, 对其飞行轨迹规划的研究是一个难点也是热点问题。根据“猎鹰”计划的任务要求, CAV的飞行航程是重要性能指标之一。鉴于此, 本文主要研究了最大航程的飞行轨迹, 着重分析了轨迹的运动特性, 并结合工程背景得到一些有一定应用价值的结论。

文献[3]研究了大气飞行中的最优轨迹问题, 并利用变分法和极大值原理对大气飞行中的最优滑翔问题进行了分析, 得到了若干结论。文献[4]论述了航天飞机的再入轨道设计的基本方法, 给出了航天飞机轨道设计的基本要求和设计方法。文献[5-6]利用极大值原理将最优控制问题转化为两点边值问题, 并采用遗传算法加一些非线性规划算法求解, 得到了航程最大的再入轨迹, 但是文献中没有考虑热流限制等路径约束。文献[7]采用 Gauss 伪谱法研究了多约束条件下, 滑翔段飞行轨迹优化问题, 但文献中并没有分析优化结果的最优性。本文采用 Legendre 伪谱法进行优化计算, 得出多约束条件下 CAV

* 收稿日期: 2009-06-26

基金项目: 国家部委基金资助项目; 教育部新世纪优秀人才计划项目(NCET-05-0901)

作者简介: 丁洪波(1982-), 男, 博士生。

的最大航程飞行轨迹,并验证了轨迹的最优性;根据最优轨迹的特性,提出了一种简单的取值模型,并对该模型进行分析。

1 动力学模型

设 r 、 L 、 V 和 τ 分别为地心距、航程、速度大小和时间。为研究问题的方便,将运动方程无量纲化。定义无量纲地心距 z 、航程 s 、速度 u 和时间 t 分别为:

$$z = r/R_0, \quad s = L/R_0, \quad u = V/V_c, \quad t = \tau \sqrt{R_0/g_0} \quad (1)$$

其中, R_0 、 g_0 分别为地球平均半径和海平面重力加速度, $V_c = \sqrt{g_0 R_0}$ 。在高超声速飞行条件下,气动系数近似满足抛物线阻力关系,且在马赫数较大时,可近似认为零升阻力系数 C_{D0} 和诱导阻力因子 K 为常数^[3],因此有

$$C_D = C_{D0} + K \cdot C_L^2 \quad (2)$$

设升阻比达到最大时的升力系数和阻力系数分别为 C_L^* 、 C_D^* ,最大升阻比为 E^* ,定义泛化升力系数^[3,7]:

$$c_l = C_L/C_L^* \quad (3)$$

由此式可以看到, c_l 与 C_L 成正比关系,当 $c_l = 1$ 时,对应着升阻比最大时的升力系数。

在初步研究中,可以不考虑地球自转,同时认为地球是球体,在这种情况下,航程最大的轨迹必然在纵向平面内运动。于是,可以得到无量纲化纵向平面再入运动方程^[3,7]:

$$dz/dt = u \sin \gamma \quad (4)$$

$$ds/dt = R_0 u \cos \gamma / z \quad (5)$$

$$\frac{du}{dt} = - \frac{\bar{B} \rho (1 + c_l^2) u^2}{2E^*} - \frac{\sin \gamma}{z^2} \quad (6)$$

$$d\gamma/dt = \frac{1}{u} [\bar{B} \rho u^2 - (\gamma/z^2 - u^2/z) \cos \gamma] \quad (7)$$

γ 为当地速度倾角; $\bar{B} = R_0 S_{ref} C_L^* / (2m)$, 对特定的再入飞行器, \bar{B} 是反映飞行器物理特性的常数; m 和 S_{ref} 分别为飞行器质量和气动参考面积; $\rho = \rho_0 e^{-(z-1)/\beta}$ 为密度, $\beta = 7200/R_0$ 。再入轨迹控制变量为泛化升力系数 $c_l(t)$ 。本文采用 CAV-H 数据^[2],其质量 $m = 907.186 \text{ kg}$,特征面积 $S_{ref} = 0.4838 \text{ m}^2$ 。取 $C_L^* = 0.45$, $E^* = 3.24$,最大升力系数 $C_L^* = 0.9$,相应的最大泛化升力系数为 $c_{l \max} = 2.0$ 。

2 最大航程轨迹的最优性分析

最大航程飞行轨迹问题可以描述为:选择合适的泛化升力系数,使飞行器由再入点飞行至地面,飞行航程最大。这是一个最优控制问题,系统状态量为 $x = \begin{bmatrix} z & s & u & \gamma \end{bmatrix}^T$,控制量为 c_l ,目标函数为

$$J = \min(-s_f) \quad (8)$$

系统动力学方程为式(4)~(7),方程中不显含时间,是自治系统。飞行过程中需要考虑路径约束,包括热流密度 Q 、动压 q 以及过载 n 约束^[8]:

$$h_Q(z, u) = Q - Q_{\max} \leq 0, \quad h_q(z, u) = q - q_{\max} \leq 0, \quad h_n(c_l; z, u) = n - n_{\max} \leq 0 \quad (9)$$

约束条件 h_Q 、 h_q 只包含状态量, h_n 包含控制量和状态量,所以这是一个含有复杂路径约束的最优控制问题。对于此类问题,直接应用庞特里亚金原理难以解决,因而文献[3,5-6]均没有考虑这些约束条件,而事实上这些约束条件对最大航程的飞行轨迹有很大的影响(特别是热流约束)。下面分析存在这些约束的条件下,最优轨迹应具有的特性。

定义哈密顿函数:

$$H = \lambda_u u \sin \gamma + \lambda_s \frac{R_0 u \cos \gamma}{z} + \lambda_z \left[- \frac{\bar{B} \rho (1 + c_l^2) u^2}{2E^*} - \frac{\sin \gamma}{z^2} \right] + \frac{\lambda_\gamma}{u} \left[\bar{B} \rho u^2 - \left(\frac{1}{z} - \frac{u^2}{z} \right) \cos \gamma \right]$$

其中, $\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_z & \lambda_s & \lambda_u & \lambda_\gamma \end{bmatrix}^T$,为伴随向量。

定义拉格朗日函数

$$L = H + \mu_{\dot{q}} h_{\dot{q}} + \mu_c h_c + \mu_q h_q \quad (10)$$

其中, μ_n , $\mu_{\dot{q}}$, μ_q 为 Lagrange 乘子。

根据文献[8], 在最优轨迹上, 有

$$dH^*/dt = dL^*/dt = L_i^* \triangleq \partial L^*/\partial t \quad (11)$$

对于自治系统而言, $\partial L^*/\partial t = 0$, 所以 $dH^*/dt = 0$ 。

根据横截条件:

$$dH^*/dt = dL^*/dt = L_i^* \triangleq \partial L^*/\partial t \quad (12)$$

可得 $H(t_f) = 0$, 所以有 $H(t) = 0$ 。也就是说, 在有路径约束条件下, 最优轨迹对应的哈密顿函数应恒为零, 这是最优轨迹应满足的一阶最优性必要条件。

3 基于 Legendre 伪谱法的最优轨迹设计

3.1 Legendre 伪谱法简介

Legendre 伪谱法 (Legendre Pseudospectral Method, LPM) 是一种直接数值解法^[9-10], 它将状态变量和控制变量在一系列 LGL 点上离散, 并以离散点为节点构造 Lagrange 插值多项式来逼近状态变量和控制变量。通过对全局插值多项式求导来近似状态变量对时间的导数, 从而将微分方程约束转换为一组代数约束。性能指标中的积分项由 Legendre 积分计算。终端状态由初始状态加右函数在整个过程的积分获得。经上述变换, 可将最优控制问题转化为具有一系列代数约束的参数优化问题。

作为区别于一般直接数值解法的重要特性之一, LPM 可以在优化结果中输出哈密顿函数值, 以验证优化结果的最优性。LPM 将最优控制问题转化为非线性规划问题后, 对非线性规划问题的求解可转化为对一个增广性能指标的优化求解, 求解该问题同时能得到 Lagrange 乘子, 根据 Qi Gong^[11] 等人提出的协状态映射原理, 可以估计 LGL 点上的协状态信息, 从而求得哈密顿函数的值以检验解是否满足一阶最优性必要条件, 如果满足一阶最优性必要条件则可以认为结果是最优的, 否则就不是最优的。

3.2 优化结果及其分析

仿真初始条件为: 高度为 100km, 速度为 7373.9m/s, 速度倾角为 -1.5° 。目标位置为地面。路径约束为: 最大热流密度 700kW/m^2 , 最大动压 300kPa, 最大过载 6。

取 LGL 点个数为 200, 优化结果见图 1。其中 (a) ~ (c) 是状态量变化曲线, (d) 是控制量随时间变化曲线, (e) ~ (g) 是路径约束随时间变化曲线, (h) 是哈密顿函数随时间的变化曲线。

从图 1(h) 可以看到, 哈密顿函数值基本在 0 附近, 偏差的绝对值最大不超过 0.8%, 由此可以认为优化结果基本满足一阶最优性必要条件, 得到的轨迹是最优轨迹。

从图 1(a) 可以看到, 高度开始是振荡减小的, 第一次波谷大约是在 201.7s 附近, 高度约为 52.57km, 大约 2000s 以后, 飞行高度基本是单调减小的, 直至到达地面。观察图 1(b) 可知, 除开始的一段时间 (0 ~ 151.6s) 速度略有增加外, 速度基本上一直是单调减小的。

图 1(c) 显示, 在飞行的大部分时间内, 速度倾角在零附近振荡, 而且振幅很小。需要注意的是, 速度倾角第一次到达 0 的时刻是 201.7s, 与高度到达第一次波谷的时刻一致。

从图 1(f) ~ (h) 三个图可以看到, 路径约束均满足要求。其中动压和过载的最大值远远小于边界值。热流密度在 201.7s 达到第一个振荡波峰, 对应的热流密度为 700kW/m^2 , 即是允许的最大值。也可以说, 当优化目标为航程最大时, 动压和过载约束可以不予考虑, 事实上, 文献[1]就没有考虑这两个约束, 而只考虑了热流约束。另外, 热流密度在经过第一个波峰后就振荡减小。所以, 如果热流密度的第一个峰值满足约束要求, 飞行轨迹就可以满足所有的路径约束。

综合图 1(a)、(c) 以及 (f), 当飞行至 201.7s 时, 飞行轨迹有如下特性: 飞行高度达到第一个波谷, 速度倾角为零, 热流密度达到第一个波峰。因为速度倾角为达到零值之前一直是小于零的, 根据式 (4) 可知, 当速度倾角第一次到达零值时, 飞行高度必然到达第一个波谷, 所以, 高度的波谷与速度倾角的零值

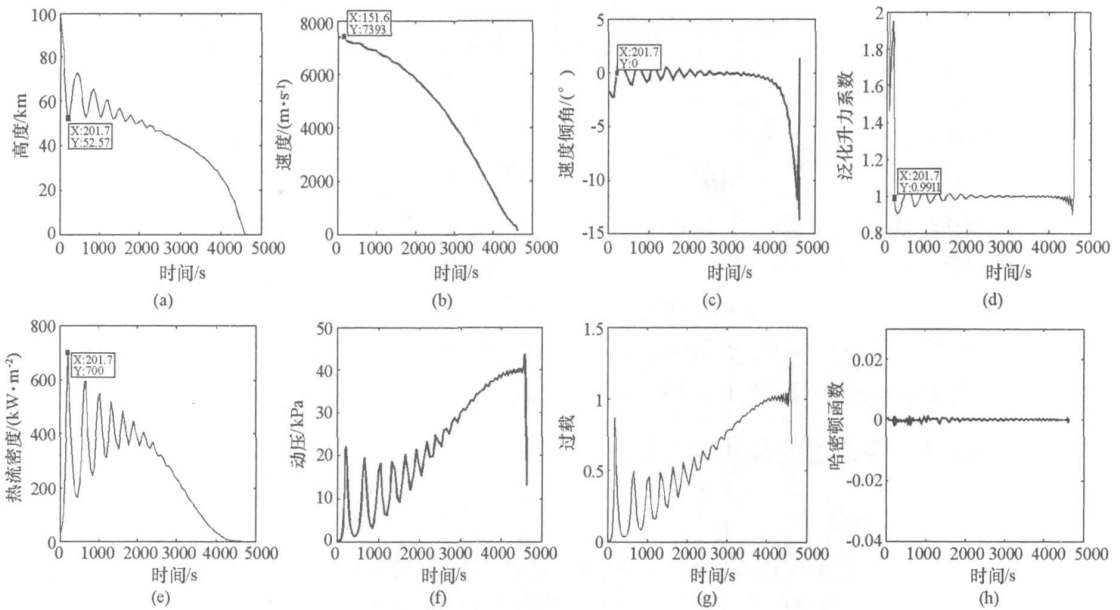


图1 再入飞行轨迹优化结果

Fig. 1 Optimal results of reentry trajectory

对应是可以理解的。而热流密度与速度成正比,且随高度的增加而减小,而图1(b)显示在151.6s(小于201.7s)后,速度是单调减小的,所以高度到达第一个波谷后,热流峰值也会达到第一个波峰。从图1(d)可以看到,泛化升力系数的值在开始一段时间内较大,并在最大值2附近持续一段时间,飞行到201.7s时,减小至为0.9911,此后其值在1附近振荡,除在飞行临近结束的一小段时间外,基本可以认为取值为1。可以认为,在飞行过程中,泛化升力系数取值开始较大,主要是为了满足热流密度约束,当热流密度第一个峰值满足约束条件后,为尽量使航程更长,泛化升力系数减小,并保持在1附近振荡^[3]。

4 控制量的参数化取值方法

4.1 泛化升力系数的分段直线取值模型

根据上一节的结论,对于要求航程最大且有路径约束的轨迹设计问题,可以得到这样一种泛化升力系数的取值模型:开始升力系数一直取最大值,直至热流密度达到第一个峰值,此后升力系数取1,直至飞行器到达地面。

假设在 $t = t_{p_1}$ 处到达第一次波峰,观察图1(e)可知,此处应该有

$$dQ/dt|_{t=t_{p_1}} = 0, \quad d^2Q/dt^2|_{t=t_{p_1}} < 0$$

事实上,因为是第一次到达峰值,只需要第一次满足 $dQ/dt|_{t=t_{p_1}} = 0$ 即可。按照这个思路,可以给出一种泛化升力系数的取值方法:

$$c_l = \begin{cases} c_{l_{\max}}, & 0 \leq t \leq t_{p_1}, dQ/dt|_{t=t_{p_1}} \\ 1, & t_{p_1} \leq t \leq t_f, z(t_f) = z_f \end{cases} \quad (13)$$

在工程上,热流密度不是直接的观测量, dQ/dt 也难以计算,所以上述模型在应用上的可操作性不强。根据3.2节的分析,热流密度的第一次波峰对应速度倾角第一次到达零值,所以可以把速度倾角第一次到达零值作为分段条件。同时,泛化升力系数的变化率是有限制的,从 $c_{l_{\max}}$ 变化到1需要时间,因此中间还需要增加一段,要求泛化升力系数在最短的时间内从 $c_{l_{\max}}$ 变化到1。假设泛化升力系数变化率的最

小值为 $c_{l\max}^>$ (负值), 则在考虑升力系数变化率的条件下, 升力系数的取值为

$$c_l = \begin{cases} c_{l\max}, & 0 \leq t \leq t_{p_1}, \gamma(t_{p_1}) = 0 \\ c_{l\max} + c_{l\max}^>(t - t_{p_1}), & t_{p_1} < t \leq t_{p_2}, t_{p_2} = t_{p_1} + (1 - c_{l\max}) \setminus c_{l\max}^> \\ 1, & t_{p_2} < t \leq t_f, z(t_f) = z_f \end{cases} \quad (14)$$

另外, 因为速度除开始略有增加外, 基本是随时间单调减小的, 因而可以用速度作为自变量, 重写式(14), 假设 $u(t_{p_1}) = u_{p_1}$, $u(t_{p_2}) = u_{p_2}$, $u(t_f) = u_f$, 则

$$c_l = \begin{cases} c_{l\max}, & 0 \leq u \leq u_{p_1} \\ c_{l\max} + c_{l\max}^>(t - t_{p_1}), & u_{p_1} < u \leq u_{p_2} \\ 1, & u_{p_2} < u \leq u_f \end{cases} \quad (15)$$

这个结果与航天飞机的再入攻角的取值在形式上有类似之处^[4], 这说明, 由文献[4]中给出的攻角取值模型得到的是再入飞行航程最大的飞行轨迹。本文中提出的模型的特点在于: u_{p_1} 、 u_{p_2} 、 u_f 是可以根据飞行轨迹特性直接确定的, 简单明了, 且工程上易于实现, 而一般文献上给出的模型则需要根据过程经验确定^[4,8]。

4.2 分段线性控制方法仿真分析

假设飞行器在飞行过程中泛化升力系数从最大值变化到1需要的最短时间为2.1s。图2给出了仿真结果。图中的“优化结果”代表的是3.2节中采用伪谱法优化得到的结果, 而积分结果则是根据式(14)给出的模型, 通过积分可以得到的轨迹。观察图2(a)和图2(d)可知, 两种方法得到的曲线的变化趋势基本一致, 但是, 积分结果明显比优化结果的振荡幅度大, 表明最优轨迹比按照最大升阻比飞行的轨迹更为平稳。图2(e)给出了两种方法得到的泛化升力系数的变化曲线, 可以看到, 二者的变化趋势类似, 但是优化得到的结果震荡性更强, 表明从控制的角度看, 分段线性模型具有其优越性。仔细分析图2(f)发现, 优化结果的热流密度峰值为700kW/m², 而积分结果的热流峰值为665kW/m², 小于约束条件。由此可知, 在热流峰值不大于约束值条件下, 第一段的泛化升力系数可以选择小于2的值, 此时飞行的航程会增大。表1列出了第一段 c_l 取不同值时的轨迹特性, 并与最优轨迹进行了比较。分析轨迹1至

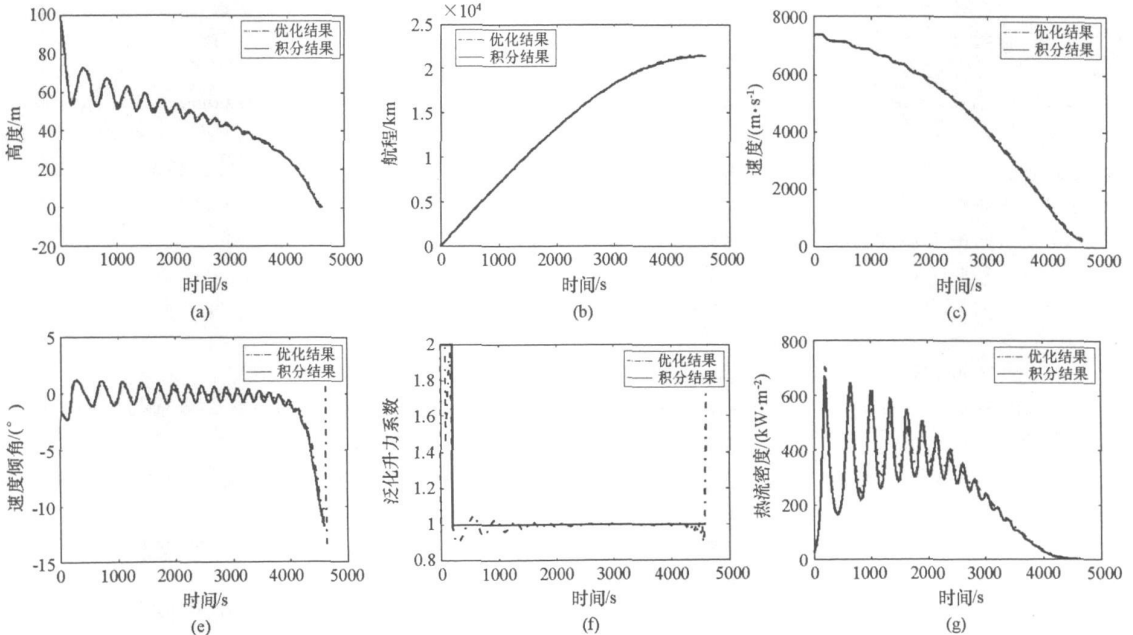


图2 优化结果与积分结果的比较

Fig. 2 Compare of the optimal results and the integrate results

轨迹 4 可以看到, 随着第一段泛化升力系数的增大, 热流密度峰值逐渐增大, 直至达到 $700\text{kW}/\text{m}^2$ 的约束值。但是总飞行时间和飞行的航程也是逐渐增大的, 而总吸热量则减小。轨迹 4 对应的航程是最大的, 但也比最优轨迹的航程小 0.3833% 。最优轨迹满足各项约束条件, 对应的航程最大, 飞行时间最长, 但是总的吸热量却最小, 从这个角度看, 其无愧于“最优性”。

表 1 不同方法得到的轨迹的比较

Tab. 1 Compare of the results by different methods

轨 迹	对比项	第一段升力系数	飞行时间(s)	航程(km)	航程与最优航程的差值	热流密度峰值 (kW/m^2)	总吸热量 (kJ/m^2)
轨迹 1		2	4582.2	21 459	- 0.891%	665.7	1.1756×10^6
轨迹 2		1.95	4587.3	21 495	- 0.725%	675.7	1.1752×10^6
轨迹 3		1.90	4592.1	21 529	- 0.568%	686.1	1.1743×10^6
轨迹 4		1.84	4597.8	21 569	- 0.383%	700.0	1.1736×10^6
最优轨迹		—	4622.1	21 652	0	700.0	1.1577×10^6

对比轨迹 1 和最优轨迹, 航程差值只有 -0.8914% , 这个比例是很小的。同时其热流密度峰值只有 $665.7\text{kW}/\text{m}^2$ 。在实际工程应用中, 存在诸如飞行环境、飞行器性能参数等的不确定性, 为了使飞行器在极端条件下不被烧蚀, 保证飞行可靠性, 应尽量降低热流密度的峰值, 所以轨迹 1 是比较“安全”的轨迹。而且采用分段线性模型控制起来比较简单, 所以用轨迹 1 代替最优轨迹也是一种选择。

5 结论

本文采用 Legendre 伪谱法进行轨迹优化, 得到了航程最大的飞行轨迹, 并利用一阶最优性必要条件验证了该轨迹的最优性。在对最优轨迹分析的基础上, 提出了类似于航天飞机攻角取值方法的升力系数分段取值模型。该模型由三段直线组成的折线组成, 第一段取值较大, 第三段取值为使升阻比最大的升力系数, 第二段是斜线, 用以连接第一段和第三段, 斜率与升力系数的变化速率有关。仿真结果显示, 按照该模型得到的轨迹与最优轨迹差别较小, 航程与最优航程相差不大于 1% , 可以作为最大航程飞行轨迹的一种控制模型。

参考文献:

- [1] Joris T R. Common Aero Vehicle Autonomous Reentry Trajectory Optimization Satisfying Waypoint and No-fly Zone Constraints[D]. Air University, 2007.
- [2] Corporation T P. A Common Aero Vehicle Model, Description, and Employment Guide [EB/OL]. <http://www.dtic.mil/matris/sbir/sbir041/srel/af031a.doc>, 2003.
- [3] 阮春荣. 大气中飞行的最优轨迹[M]. 北京: 宇航出版社, 1987.
- [4] 赵汉元. 飞行器再入动力学和制导[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997.
- [5] 周浩, 陈万春, 殷兴良. 高超声速飞行器滑翔航迹优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(5): 913- 517.
- [6] 何烈堂. 跨大气层飞行器的力热环境分析与飞行规划研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.
- [7] 雍恩米. 高超声速滑翔式再入飞行器航迹优化与制导方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.
- [8] Hartl R F, Sethi S P, Vokson R G. A Survey of the Maximum Principles for Optimal Control Problems with State Constraints[J]. SIAM Review, 1995, 37(2): 181- 218.
- [9] Huntington G T. Advancement and Analysis of a Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control Problems [D]. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, 2007: 115- 143.
- [10] Fahroo F, Ross I M. Costate Estimation by a Legendre Pseudospectral Method [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 24(2): 270- 277.
- [11] Qi G, Ross I M, Wei K, et al. Connections between the Convex Mapping Theorem and Convergence of Pseudospectral Methods for Optimal Control[J]. Compute Optimal Application, DOI: 10.1007/s10589-007-910-2-4, 2007(1): 1- 29.