

文章编号: 1001- 2486(2009) 06- 0095- 05

# 适用于复杂系统仿真试验的试验设计方法\*

刘新亮, 郭 波

(国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**拉丁超立方试验设计是“充满空间”试验设计方法的重要领域。传统拉丁超立方试验设计优化以列相关系数最小化或试验点之间最大距离最小为单一优化准则, 这种单目标试验设计优化方法存在缺陷。提出了将两类优化准则作为优化目标的多目标优化准则, 以及实现多目标优化的改进 ESE 算法。算例分析证明, 提出的试验设计优化算法优于已有典型试验设计方法。

**关键词:**复杂系统仿真试验; 拉丁超立方设计; 多目标优化

**中图分类号:** O212.6   **文献标识码:** A

## Studies on the Optimization of Latin hypercube designs for Complex System Simulation

LIU Xin-liang, GUO Bo

(College of Information Systems and Management, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The optimization of Latin hypercube design is an important area of the space filling experimentations. The existing procedures to find optimal LHD by minimizing the pairwise correlations or maximizing the minimum inter-site distance in traditional LHD optimization are introduced, and their drawbacks are discussed in these methods. This paper proposes a multi-objective optimization approach to find optimal LHD by combining pairwise correlation and the maximum inter-site distance performance measures by modified ESE algorithm. Several examples are presented to show that the optimal designs are good in terms of both the correlation and distance criteria.

**Key words:** complex system simulation; Latin hypercube designs; multi-objective optimization

人类战争形态正从机械化向信息化转型, 战争对抗的形式也由传统的装备系统间的对抗转化为体系对体系的对抗。新军事变革对传统仿真试验方法提出了新的挑战, 对以装备体系试验为代表的复杂系统试验分析时, 仿真试验计算量随着研究变量的增加而急剧增长, 有时甚至超出计算机软硬件平台所能承受的范围。例如, 总共需要分析 15 个变量, 每个变量有 10 种取值, 则采用遍历的方法需要进行  $15^{10}$  次试验, 采用先进的仿真试验平台使每次试验的时间降低到 10min, 最终所需的时间仍然要几十万年, 显然这是难以接受的<sup>[1]</sup>。

优秀的试验设计方法能有效地降低复杂系统仿真试验的次数, 缓解仿真试验计算量增长的压力, 值得深入研究。以拉丁超立方试验设计(Latin Hypercube Designs, LHDs)方法为代表的“充满空间”(Space Filling)的试验设计方法能很好地应用于复杂系统仿真试验的试验设计问题。自 1979 年被 McKay 提出以来, 拉丁超立方试验设计一直是“充满空间”试验设计领域的重要方法<sup>[2-3]</sup>。 $k$  个试验因素,  $n$  次试验运行的拉丁超立方试验设计可表示为  $n \times k$  阶矩阵, 矩阵列向量是  $[1, 2, \dots, n]$  向量的随机置换。由于随机抽样产生的 LHD 性能不稳定, 求解最优化拉丁超立方试验设计一直是试验设计领域的热点问题<sup>[2]</sup>。

### 1 最优化拉丁超立方试验设计的度量准则函数

最优化拉丁超立方试验设计是以某一类度量准则函数为优化目标筛选试验设计方案, 求得此准则

\* 收稿日期: 2009- 04- 08

基金项目: 国家部委资助项目

作者简介: 刘新亮(1982—), 男, 博士生。

下的最优试验设计。最优化 LHD 的度量准则函数主要分为两类,分别是试验点正交属性度量准则和试验点空间分布均匀属性准则。常用的 LHD 正交属性度量准则是试验因素间列相关系数  $\rho^{[4]}$ 。典型试验点空间分布均匀属性度量准则是 Morris 和 Mitchell 提出的试验点间空间均匀散布度量准则  $\phi^{[5]}$ 。

## 2 最优化拉丁超立方试验设计的多目标优化算法

传统的 LHD 优化是以某一类度量准则为单一优化目标进行优化,首先以 LHD(6, 2) 为例,说明传统单目标最优化拉丁超立方试验设计方法的缺陷。为解决已有方法的缺陷,本文同时以  $\rho^2$  和  $\phi$  为优化准则,提出最优化拉丁超立方试验设计的多目标优化方法。

### 2.1 单目标最优化拉丁超立方试验设计方法的缺陷

LHD(6, 2) 试验设计共有  $(6!)^2 = 518\ 400$  种可选试验设计方案,穷举所有的试验设计方案,以  $\phi$  准则计算试验点空间均匀分布属性,以试验因素间列相关系数  $\rho$  表示试验设计方案正交属性。按照  $\phi$  准则从小到大顺序对所有试验设计方案进行排序,最小的  $\phi$  值序列为 1,按照从小到大顺序递推,同时计算不同试验设计方案的  $\rho$  准则值,如图 1 所示。从图 1 可以看出,以试验点均匀分布度量准则优化得到的试验设计方案并不能保证列正交度量准则最优,反之亦然。对其他规模的试验设计分析时,可得到类似的结论。由于单目标试验设计优化方法存在局限性,所以应同时以试验点列相关系数和试验点之间距离度量准则为优化准则,进行多目标试验设计优化。

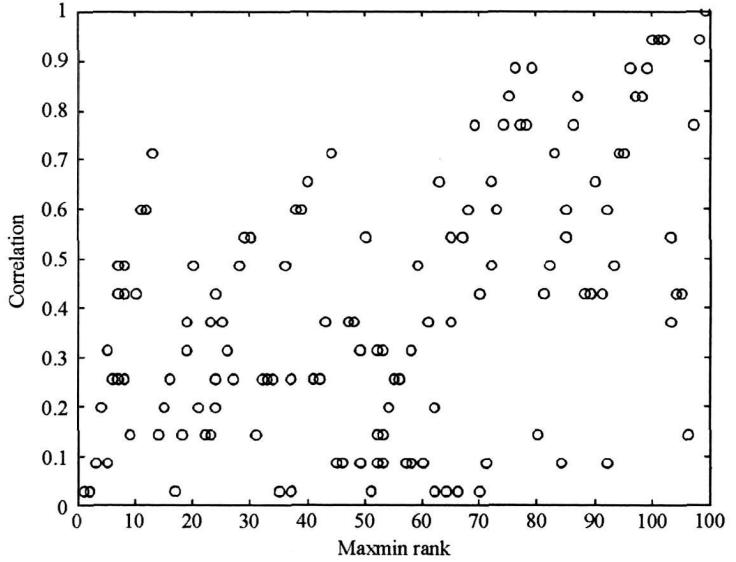


图 1  $\phi$  值排序和  $\rho$  准则值例示图(LHD(6, 2) 试验设计)

Fig. 1 Maxmin rank vs. correlation in LHD(6, 2) design

### 2.2 多目标最优化拉丁超立方试验设计的度量准则函数 $\Psi$

因为  $0 \leq \rho^2 \leq 1$ ,  $\phi_p \in (0, \infty)$ ,为了能够进行多目标优化,首先对  $\rho^2$  和  $\phi$  进行归一化。

定义 1 对于 LHD( $n, k$ ) 试验设计,定义  $\phi_{p,L}, \phi_{p,U}$  为:

$$\phi_{p,L} = \left\{ C_n^2 \left[ \frac{\lceil \bar{d} \rceil - \bar{d}}{\lceil \bar{d} \rceil^p} + \frac{\bar{d} - \lfloor \bar{d} \rfloor}{\lfloor \bar{d} \rfloor^p} \right] \right\}^{1/p}, \quad \phi_{p,U} = \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} \frac{n-i}{(ik)^p} \right\}^{1/p}$$

其中,  $\lceil x \rceil, \lfloor x \rfloor$  表示  $x$  的向下、向上取整运算,  $p$  为正整数,  $\bar{d} = \frac{(n+1)k}{3}$ 。

定理 1 对任意给定试验设计 LHD( $n, k$ ), 总有  $\phi_{p,L} \leq \phi_p \leq \phi_{p,U}$  (篇幅所限, 证明略)。

本文以经过归一化处理的  $\rho^2$  和  $\phi_p$  为优化准则,考虑两个度量准则之间的加权组合函数为优化准则,优化准则函数为  $\Psi_p = \omega \rho^2 + (1 - \omega) \frac{\phi_p - \phi_{p,L}}{\phi_{p,U} - \phi_p}$ , 其中  $\omega \in [0, 1]$  为权重系数。

### 2.3 多目标最优化拉丁超立方试验设计算法

Morris 和 Mitchell 提出基于模拟退火的拉丁超立方试验设计方法<sup>[5]</sup>,但这类算法处理试验因素多的优化问题时运行速度慢,且易陷入局部最优<sup>[3]</sup>。本文以 Jin<sup>[3]</sup>提出的 ESE 算法为基础,提出多目标优化拉丁超立方试验设计的改进 ESE 算法。ESE 算法是以  $\phi_p$  准则为单目标的试验设计优化方法,本文提出对 ESE 算法的改进策略。

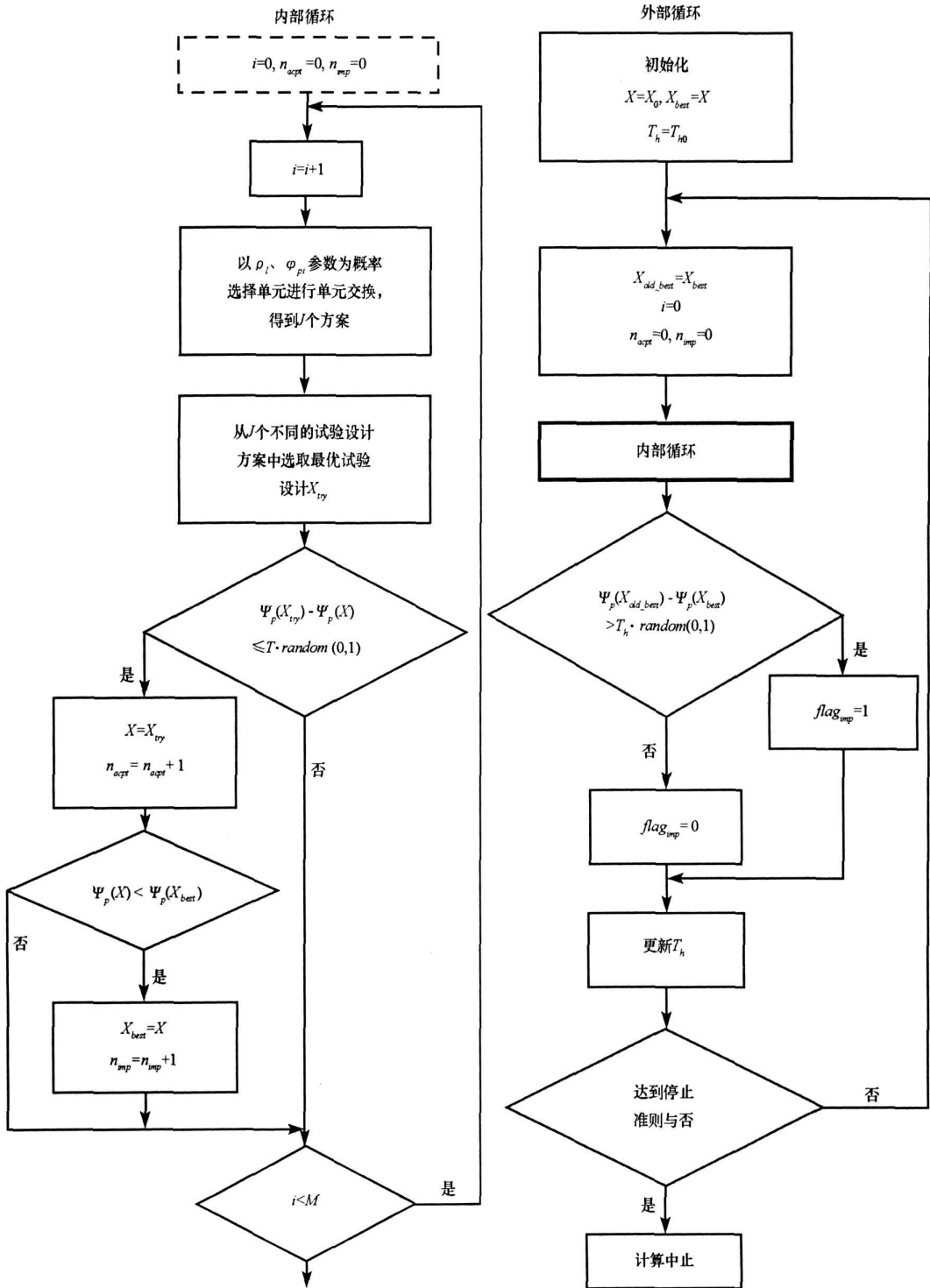


图 2 多目标优化拉丁超立方试验设计算法流程

Fig. 2 Algorithmic flow of multi-objective LHD optimization

本文在 ESE 算法的基础上, 改进如下三点:

(1) 改进了算法优化准则。文献 [8] 中 ESE 算法以  $\phi_p$  度量准则为单一优化准则, 不可避免地存在 2.1 节介绍的缺陷, 改进 ESE 算法以  $\Psi_p$  判定函数为优化准则。

(2) 改进了 ESE 算法中列向量选择方法。ESE 算法中列单元交换策略参见文献 [3]。ESE 算法中列单元交换策略为随机列单元交换方法, 为加速算法收敛速度, 本文依据试验设计矩阵列向量间的相关系

数值大小选取列向量,以每列(行)间  $\rho(\phi_p)$  准则函数取值大小,依据轮盘概率选择进行单元交换的列(行)向量。

(3) 改进了 ESE 算法的中止准则: 经过仿真测试运算,改进 ESE 算法设定终止准则为: 若  $K(K = nk(n-1)/J)$ , 其中  $J = \min(\frac{n(n-1)}{10}, 50)$  次外部循环迭代中  $\Psi_p$  准则未能进一步优化, 则算法中止。

多目标拉丁超立方试验设计算法流程如图 2 所示。算法分为内部循环和外部循环两部分, 内部循环迭代产生最优的试验设计方案, 外部循环对全局优化准则  $T_h$  进行更新。

### 2.4 本文算法和基于 ESE 的试验设计优化方法性能比对

为了验证本文算法和 ESE 算法, 以 LHD(10, 4) 为例, 迭代运算 30 代, 重复运算了 100 次, 比较本文算法和 ESE 算法计算得到的  $\phi_p$  准则值, 如图 3(a) 所示。从图 3(a) 可见看出: 在同样迭代运算次数内, 相比 ESE 算法, 改进 ESE 算法能够以较高的概率求得更优的  $\phi_p$  准则值, 即本文算法收敛速度快于 ESE 算法。图 3(b) 为以 LHD(20, 6) 为例, 得到同样结论。

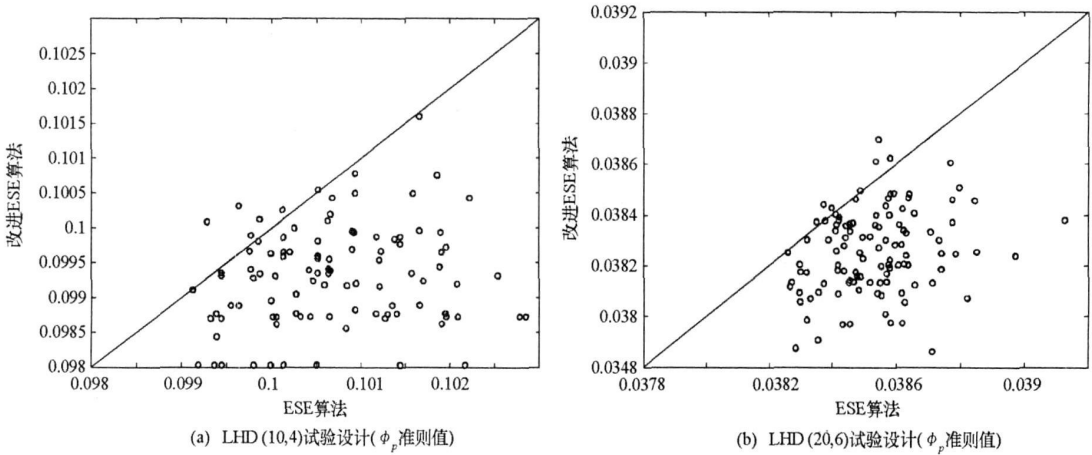


图 3 本文算法和 ESE 算法比对图

Fig. 3 Algorithmic in this paper vs. ESE algorithmic in optimal performance

## 3 本文试验设计方法和其他试验设计方法的比对分析

本节详细比较本文提出的算法和其他试验设计优化算法性能。在本文例子中,  $p = 15, \omega = 0.5$ , 初始试验方案均为随机生成。

### 3.1 本文算法和 MLHD、OLHD、ULHD 算法的比对

文献[5] 提出基于最小化最大距离准则的拉丁超立方设计(the Maximin Latin Hypercube Design, MLHD), Ye<sup>[6]</sup> 提出正交拉丁超立方试验设计(Orthogonal LHD, OLHD), 可以得到列向量正交的试验设计, 文献[7] 提出 ULHD 试验设计方法(ULHD 以最小化  $CL_2$  为优化准则,  $CL_2$  准则的介绍参见文献)。表 1 以 LHD(9, 4) 为例比较了上述方法和本文方法。从表 1 可以看出, 本文提出的试验设计方法优于 MLHD 试验设计方法; 本项目提出的试验设计方法得到的  $\phi_p$  准则参数优于 OLHD 方法, 但考虑到 OLHD 方法仅适用于特定的试验运行次数和试验因素水平<sup>[6]</sup>, 所以 OLHD 试验设计方法适用范围受到限制, 本项目提出的试验设计方法能够适于任意规模试验设计问题; 本项目提出的试验设计方法得到的  $CL_2$  参数略劣于 ULHD 算法, 但本文算法得到  $\phi_p, \rho$  准则参数均优于 ULHD 算法。

### 3.2 本文算法和美国海军研究生院 NOLHD 算法的对比

美国海军研究生院 SEED 研究中心针对武器装备仿真试验分析中试验因素众多、因素水平较多的问题, 于 2002 年提出了临近正交拉丁超立方试验设计 (NOLHD) 方法。SEED 研究中心在试验设计领域的工作代表了美军在军事复杂系统仿真试验中试验设计领域的最新进展, 关于 SEED 研究中心试验设计工作介绍参见 <http://harvest.nps.edu/>。

分别针对几种不同试验运行次数和不同试验因素水平, 比较了本文提出的试验设计方法和 SEED 研究中心的邻近正交试验设计方法。算例比较结果说明, 本文提出的试验设计方法优于 SEED 研究中心提出的试验设计方法。并且需要进一步指出的是, SEED 研究中心提出的试验设计方法只能针对特定的试验运行次数 (包括 17、33、65、129、257 五种), 对任意给定试验运行次数的试验设计问题, SEED 研究中心提出的试验设计方法不再适用。本文提出的试验设计方法可以适用于任意给定试验运行次数的试验设计问题。综上所述, 本项目提出的试验设计方法优于 SEED 研究中心提出的试验设计方法。

表 1 本文算法和 MLHD、OLHD、ULHD 算法对比表 ( $n = 9, k = 4$ )

Tab. 1 Algorithms in this paper vs. MLHD, OLHD and ULHD for  $n = 9$  and  $k = 4$

	MLHD	OLHD	ULHD	本文算法
最优试验	1 3 3 4	1 2 6 3	4 1 7 5	8 3 1 6
	2 5 8 8	2 9 7 6	1 3 4 3	2 1 4 3
	3 8 6 2	3 4 2 9	9 9 5 4	3 5 3 9
	4 7 1 6	4 7 1 2	6 6 6 9	4 8 2 2
	5 2 9 3	5 5 5 5	5 7 2 1	1 7 7 5
设计矩阵	6 9 5 9	6 3 9 8	2 8 8 7	7 9 5 7
	7 1 4 7	7 6 8 1	3 5 1 6	9 6 9 4
	8 4 2 1	8 1 3 4	8 2 3 8	6 4 6 1
	9 6 7 5	9 8 4 7	7 4 9 2	5 2 8 8
	$\phi_p$ 准则	0.1049	0.1145	0.1127
$\rho$ 准则	0.108	0	0.076	0.0635
最大列相关系数	0.217	0	0.15	0.1167
$CL_2$ 准则	0.1415	0.1457	0.1374	0.1386

表 2 本文试验设计方法和 SEED 研究中心试验设计方法对比表

Tab. 2 Algorithms in this paper vs. NLLHD from SEED of NPS

试验设计方法	度量准则	$\phi_p$ 准则	$\rho$ 准则	$CL_2$ 准则
SEED 研究中心 试验设计方法	NOLHD(17,7)	0.0404	0	0.2154
	NOLHD(33,10)	0.0181	0.0103	0.2821
	NOLHD(65,10)	0.0106	0.0062	0.1950
本文提出的 试验设计方法	LHD(17,7)	0.0357	0.0258	0.2060
	LHD(33,10)	0.0145	0.0072	0.2530
	LHD(65,10)	0.0087	0.0036	0.1649

## 4 结论

传统的拉丁超立方试验设计方法以列相关系数最小化或试验点之间最小距离最大化为单一优化准则, 但这种单目标优化算法存在缺陷。本文提出同时对  $\phi_p$ 、 $\rho$  这两类准则进行优化的多目标最优化拉丁超立方试验设计方法。通过和最优化拉丁超立方试验设计领域已有典型方法对比, 证明本文提出的多目标优化算法性能优于已有典型试验设计方法。本文提出的最优化拉丁超立方试验设计方法能够适用于复杂系统仿真试验中的试验设计实践。

## 参考文献:

- [1] 黄柯棣, 鞠儒生, 黄健, 等. 基于数据耕种的作战仿真理论及其关键技术研究综述[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(3): 3337-3341.
- [2] 方开泰. 均匀试验设计的理论、方法和应用——历史回顾[J]. 数理统计与管理, 2004, 23(3): 69-80.
- [3] Jin R C, Wei C, Agus S. An Efficient Algorithm for Constructing Optimal Design of Computer Experiments [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2005, 134(1): 268-287.
- [4] Owen A B. Orthogonal Arrays for Computer Experiments, Integration and Visualization [J]. Statistica Sinica, 1992, 2: 439-452.
- [5] Morris M D, Mitchell T J. Exploratory Designs for Computational Experiments [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 1995, 43(3): 381-402.
- [6] Ye K Q. Orthogonal Column Latin Hypercubes and Their Application in Computer Experiments [J]. Journal of the American Statistical Association—Theory and Method, 1998, 93(444): 1430-1439.
- [7] Fang K T, Ma C X, Winker P. Centered L2-discrepancy of Random Sampling and Latin Hypercube Design, and Construction of Uniform Designs [J]. Mathematics of Computation, 2002(71): 275-296.