

文章编号: 1001- 2486(2010) 01- 0006- 05

含激波流场的光线追迹方法*

冯定华, 潘 沙, 田正雨, 李 桦

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙, 410073)

摘要: 高速流场中的激波会产生明显的气动光学效应, 导致光线发生偏移、聚焦等。从理论上考察了在不同入射角条件下, 光线经过激波后发生角偏移量与激波强度的关系; 针对通过计算流体力学得到的激波流场, 提出了追迹步长根据当地折射率梯度和网格几何尺寸自适应调节的光线追迹的思想和方法, 以提高追迹的精度; 对所建立光线追迹方法的精度进行了考察。结果表明, 所建立的光线追迹方法适用于激波流场的光线追迹, 具有较高的精度。

关键词: 激波; 光线追迹; 步长自适应; 折射率梯度

中图分类号: O35; O43 **文献标识码:** A

Method of Ray Tracing through Shock Wave Flow Field

FENG Ding-hua, PAN Sha, TIAN Zheng-yu, LI Hua

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In the high speed flow field, shock wave will cause obvious aero-optics effect, which can induce the excursion and focusing of the ray and so on. In this paper, the relationships of angle excursion and shock intensity are reviewed theoretically in the condition of different incidence angles. In application to actual problem, the shock field is usually simulated by computational fluid dynamics. In order to trace the ray through the simulated shock field, an idea and the matched method are carried out, which can improve the tracing precision. In this way, the tracing step distance is aimed to be self-adaptive to local refraction index gradient and grid geometry scale. At last, the ray tracing method is validated. The result shows that the method has high precision for ray tracing in the shock field.

Key words: shock wave; ray tracing; step self-adaptive; refraction index gradient

在高速流场中存在的激波, 由于存在较大的密度梯度, 使其成为一个光线折射面, 对光线传输会产生较大的影响, 引起气动光学效应^[1]。当激波从物体的前缘脱体时, 产生的弯曲激波, 将导致透镜一样的聚焦效应, 将平行入射光线折射聚焦, 甚至会出现像散。即使是简单的平面激波, 其表面不一定垂直于光轴或平行于探测窗表面, 光线折射影响也必须计算。要实现光线穿越激波这种间断面的光线追迹, 需要对传统的等步长追迹方法^[2-3]进行改进, 需要采用变步长的追迹方法。在追迹过程中, 每一步追迹的起点和终点不一定在网格点或者网格单元分界面上, 并且追迹步长需要根据当地折射率梯度和网格尺寸自适应调节, 以提高追迹的精度和效率。

1 光学折射率与介质密度之间的关系

Lorenz-Lorentz 公式给出了流场介质密度与光学参数——折射率之间的关系^[1,4]:

$$\left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) \frac{1}{\rho} = \frac{2}{3} K_{\omega} \quad (1)$$

其中, K_{ω} 为 Gladstone-Dale 常数, ρ 为气体介质密度, n 为折射率。在温度不高的情况下, 折射率取决于气体的密度变化。气体中, $n \approx 1$, 则 $n^2 + 2 \approx 3$, $n^2 - 1 = (n + 1) \cdot (n - 1) \approx 2(n - 1)$, 式(1)可变换为:

* 收稿日期: 2009- 09- 23

基金项目: 国防科技大学优秀研究生创新资助项目(B080103)

作者简介: 冯定华(1981-), 男, 博士生。

$$n-1=K_{CD}\rho \quad (2)$$

式(2)即为常用的表征介质折射率与密度的关系式。

2 激波对光线传输的影响

理论上,平面激波可以看作一个折射面,如果知道激波的位置,利用 Lorenz-Lorentz 公式和 Snell 定律就可以准确求出光线经过激波的路径和偏移量,图 1 为光线经过二维斜劈激波传输的示意图。用 Snell

定律建立入射角与折射角的关系,有: $\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1+K_{CD}\rho_2}{1+K_{CD}\rho_1}$, 可变换为:

$$\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2} = \frac{1}{n_1} + \frac{n_1-1}{n_1} \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (3)$$

式中 n_1 、 n_2 分别为激波前和激波后折射率。激波后密度 ρ_2 与激波前密度 ρ_1 的比值关系为:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\left(\gamma+1\right)M_\infty^2\sin^2\theta}{2+\left(\gamma-1\right)M_\infty^2\sin^2\theta} \quad (4)$$

其中, γ 为气体常数, θ 为激波角, δ 为斜劈倾角。 θ 与 δ 的关系为:

$$\tan\delta = \frac{2}{\tan\theta} \cdot \frac{M_\infty^2\sin^2\theta-1}{M_\infty^2\left(\gamma+\cos2\theta\right)+2} \quad (5)$$

在海拔 5km 高度,考察不同来流马赫数情况下,光线穿越斜劈激波的角偏移量,斜劈倾角 $\delta=20^\circ$, $\gamma=1.4$, 激波前大气密度 $\rho_1=0.7364\text{kg/m}^3$, 取 $K_{CD}=2.2\times 10^{-4}\text{m}^3/\text{kg}$, 则激波前折射率 $n_1=1.000162$, 波后折射率 n_2 根据不同的马赫数计算得到。

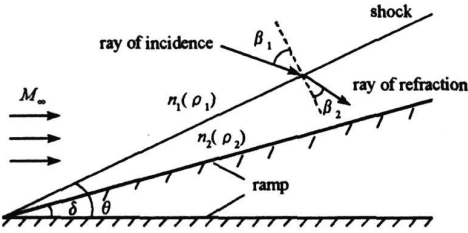


图 1 光线穿过平面激波示意图

Fig. 1 The sketch of ray through plane shock wave

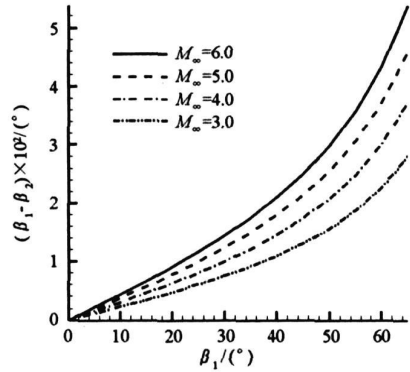


图 2 光线穿过平面激波角偏移量

Fig. 2 The angle excursion of ray tracing through plane shock wave

图 2 给出了来流马赫数为 3、4、5、6 四种情况下,具有不同入射角 β_1 的光线经过激波折射后产生的角偏移量。由结果可知,随着马赫数的增大,激波强度增加,折射率梯度变大,光线穿越激波的角偏移量增大;光线入射角 β_1 增大,也会导致光线角偏移量增大。

3 激波流场的光线追迹

在实际情况下,由于飞行器的外形复杂,来流的速度、攻角不断变化,导致了流场的激波形状复杂,位置不确定,难以用解析式表达,从而光线穿过激波的路径和偏移量难以用解析式度量,需要用数值方法进行光线追迹。

对于复杂激波流场,通常采用计算流体力学的方法得到离散网格点的密度等流场特性,网格点的密度场信息恰可反映激波的位置和强度,然后依据得到的密度场进行光线追迹。在光线追迹过程中,一般给定一个步长 Δs , Δs 越小,则追迹的精度越高,但这将增加计算量。而且存在激波的流场,密度变化很

不均匀: 激波位置密度变化剧烈, 其他位置密度变化平缓。所以在实际追迹过程中需要对追迹步长进行自适应调整, 在折射率变化大的地方, 步长小; 在折射率变化小的地方, 步长可以大一些, 这样既保证精度又提高了效率。

3.1 变步长基本思想

本质上, 光线对折射率梯度 $\cdot n$ 最为敏感, 为了提高光线追迹的精度, 需要重点考虑折射率梯度的影响。文献[5]建立了折射率和折射率梯度的自适应网格法, 即在折射率和折射率梯度变化剧烈的区域, 给定一个折射率或者折射率梯度阈值, 细分网格单元; 尔后认为折射率在每一个网格内处处相等, 据此进行光线追迹, 网格单元细分就相当于减小了追迹步长。

本文采用的方法无需对网格单元进行细分和重构。其方法是利用网格折射率梯度 x_g 作为变量, 构造步长调节函数 $f(x_g)$ 。由于调节函数 $f(x_g)$ 难以给出解析表达式, 需要经过数值计算实验给出。在此需要强调, 网格折射率梯度 x_g 是指相近网格单元之间的折射率变化幅度(单位:/单元格), 而不是当地的绝对梯度值(单位: m^{-1})。这就要求, 即使当地折射率绝对梯度较小而网格单元跨度较大时, 仍有必要在此网格单元内进行多步追迹; 当地折射率绝对梯度较大而网格单元跨度很小时, 则无需在网格单元内进行多步追迹。

3.2 构造步长调节函数

根据式(4), 取 $\gamma = 1.4$, 激波波后密度 ρ_2 与波前密度 ρ_1 比值的极限是 $\rho_2/\rho_1 = 6.0$, 本文以此极限进行讨论。假定计算流体力学用 3 个网格捕捉激波, 即激波前后的密度变化通过 3 个网格的 4 条网格线均匀过渡, 可认为激波理论位置在 3 个网格的几何中心位置, 如图 3 的线 5 所示。E 点为上游捕捉到激波的第一层网格线上的光线入射点, 与激波理论位置线 5 平行的每条网格线(线 1、2、3、4)上的密度/折射率相等。光线真实传播情况: 光线由 E 点到达 F 点, 在 F 点折射后从 D 点射出, E 点到 D 点光程为 $(OPL)_{ED}$ 。光线追迹计算情况: 光线从 E 点开始经过多次追迹, 最后从 D' 点射出, E 点到 D' 点光程为 $(OPL)_{ED'}$ 。

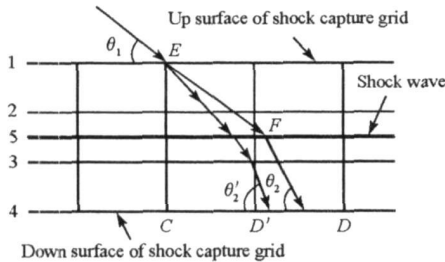


图 3 光线穿越激波追迹

Fig. 3 Ray tracing through shock wave

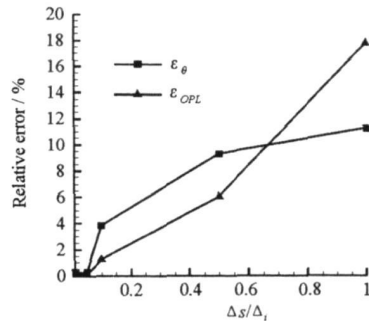


图 4 光线穿越激波追迹误差 ($\theta_1 = 45^\circ$)

Fig. 4 The error of ray tracing through shock wave $\theta_1 = 45^\circ$

可用角偏移相对误差和光程相对光线追迹误差进行考察, 其定义分别如下:

$$\epsilon_\theta = \frac{|\Delta\theta - \Delta\theta'|}{\Delta\theta}, \quad \epsilon_{OPL} = \frac{\left| \left(\frac{OPL}{OPL} \right)_{ED} - \left(\frac{OPL}{OPL} \right)_{ED'} \right|}{\left(\frac{OPL}{OPL} \right)_{ED}} \quad (6)$$

其中 $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$, $\Delta\theta' = \theta'_2 - \theta_1$ 。取激波前密度 $\rho_1 = 1.225 \text{ kg/m}^3$ (线 1), 激波后密度 $\rho_2 = 7.35 \text{ kg/m}^3$ (线 4), 则其他两层上的密度分别为 3.267 kg/m^3 (线 2)、 5.308 kg/m^3 (线 3)。取 $K_{CD} = 2.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$, 利用 Gladstone-Dale 关系式计算网格节点上的折射率分布: 第 1 层 $n_1 = 1.0002659$, 第 2 层 $n_2 = 1.0007187$, 第 3 层 $n_3 = 1.0011678$, 第 4 层 $n_4 = 1.001617$, 平均网格折射率梯度为 $x_g = 4.5 \times 10^{-4}$ /单元格。定义 $\Delta_i = (a_i \times b_i \times c_i)^{1/3}$ 为当地网格单元 i 的平均几何尺寸, a_i, b_i, c_i 为当地网格单元边长。

以初始入射角 $\theta_1 = 45^\circ$ 为例, 追迹步长 Δ_s 分别取当地网格几何尺寸 Δ_i 的 0.01、0.05、0.2、0.5 和 1.0

倍,计算结果如图4所示。随着步长 Δs 减小,误差减小;在靠近坐标原点处当 $\Delta s = 0.01\Delta_i$, $\Delta s = 0.05\Delta_i$ 时,误差已经很小(相对误差约0.5%)且接近。因此在激波等具有大网格折射率梯度(约 10^{-4} /单元格)的情况下,本文选择 $0.05\Delta_i$ 作为激波处追迹步长的最小值,即有 $\Delta s = 0.05\Delta_i$, $x_g > 10^{-4}$ /单元格。

对于密度变化平缓处(取折射率梯度 $x_g < 10^{-7}$ /单元格),追迹步长取 Δ_i 为追迹步长的最大值,即使在折射率梯度很小的情况下,限定每次追迹步长不超过当地网格平均几何尺寸。原因在于:高速流场中存在激波等密度变化剧烈的结构,计算流体力学捕捉激波的精度一般为2~3个网格单元。虽然折射率在这几个网格内梯度较大(严格来说激波厚度只有平均分子自由程量级,可认为是间断面,计算流体力学得到的梯度是“伪梯度”),但是在激波前和激波后的附近区域,折射率梯度也可能很小,如果追迹步长过大,可能会出现追迹一步就通过激波的不合理情况。

对于密度梯度介于中间的情况,通过大量计算可以得到一些经验性的追迹步长取值,下面给出如下分段函数形式的步长调节函数 $f(x_g)$,光线追迹步长取 $\Delta s = f(x_g)$ 。

$$f(x_g) = \begin{cases} \Delta_i & x_g < 10^{-7} \\ 0.5\Delta_i & 10^{-7} < x_g \leq 10^{-6} \\ 0.2\Delta_i & 10^{-6} < x_g \leq 10^{-5} \\ 0.1\Delta_i & 10^{-5} < x_g \leq 10^{-4} \\ 0.05\Delta_i & x_g > 10^{-4} \end{cases} \quad (7)$$

3.3 追迹末端点位置判断

由于采用了变步长追迹,每一步追迹完成后的位置并不一定在网格点或者网格单元分界面上,需要判断每一步光线末端点所在的网格单元,据此插值求解该点的折射率和折射率梯度,方法如下:

判断每一步追迹末端点 P 是否在某个网格单元 K 内,可以通过计算该点与单元 K 的八个顶点顺次组成的12个四面体体积之和 V_P 与该单元体的体积 V_K 的关系进行判断:

$V_P = V_K$,点 P 在单元 K 内; $V_P > V_K$,点 P 在单元 K 外。

由于实际计算存在误差,需要给定一个误差限 ε 进行判断:

$\frac{|V_P - V_K|}{V_K} \leq \varepsilon$,点 P 在单元 K 内; $\frac{|V_P - V_K|}{V_K} > \varepsilon$,点 P 在单元 K 外。

为了减少计算量,只对点 P 附近几个单元进行体积判断:光线开始出发点所在的网格单元已知,在该单元附近以距离 $d = 2\Delta s$ 为半径的空间范围内,包含着 m 个网格单元 K_i ($i = 1, \dots, m$),光线完成一步追迹距离 Δs 后,光线末端点必然在这些网格单元内。对这些单元进行判断即可确认点 P 所在的网格单元 K_P ,而不用对所有网格单元进行搜索判断,大大节省了计算资源。

4 算例验证

为了便于比对计算结果,仍然选择斜劈产生的激波进行验证,重点考察步长调节函数是否适用于不同激波强度下的光线追迹。计算所需的大气环境参数、来流马赫数、斜劈倾角等条件均与前文相同。

按照图3的方法,将激波的折射率梯度均匀分布在4条网格线上,对每一种马赫数情况下,光线入射角 β_1 取值范围 $5^\circ \sim 65^\circ$,间隔 10° 取一考察点,采用Rugne-Kutta光线追迹法^[6],计算光线穿越激波前后的光线偏移量,得到如图5所示结果。

结合图2所计算的光线穿越激波角偏移的理论值,对比计算了通过光线追迹法得到的角偏移量(图5)的误差,如图6所示。在每一种马赫数条件下,相对误差均较小,大部分在1%以下;个别点(如 $\beta_1 = 25^\circ, 45^\circ$)的误差有所跳跃,可能是由于追迹过程中,追迹末端点的位置判断不准确,导致折射率梯度插值误差较大,但这并不影响总的追迹精度。故本光线追迹方法精度较高,对于光线穿越激波这样的密度(折射率)跳跃的区域仍然能够达到较为理想的精度。

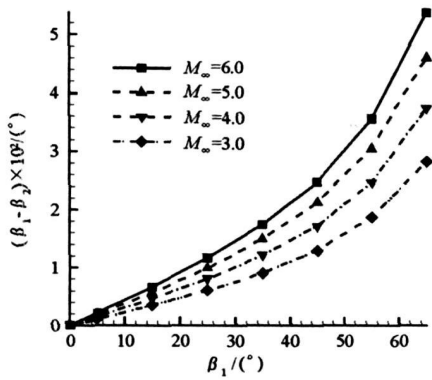


图5 穿越平面激波光线追迹的角偏移量
Fig.5 Angle excursion of ray tracing plane through shock wave

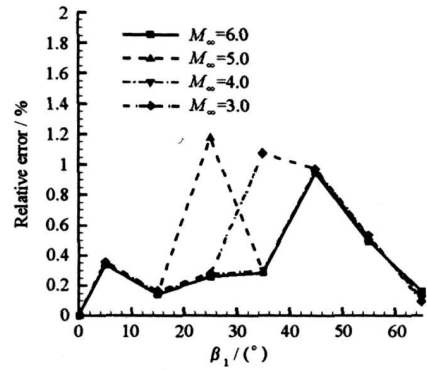


图6 光线过激波角偏移量理论值与追迹值误差
Fig.6 Angle excursion error between theoretic and ray tracing through shock wave

5 结论

(1) 激波对光线传输的影响显著: 随着激波强度增加, 光线穿越激波的角偏移量增大; 光线入射角增大, 也会导致光线角偏移量增大。

(2) 对于预先无法知道激波确切位置的情况, 需要通过计算流体力学方法得到激波流场, 此种情况需采用变步长的光线追迹方法, 以提高追迹的精度。

(3) 提出的步长调节函数, 追迹步长最小取 0.05 倍的网格单元几何尺寸, 最大取 1.0 倍网格单元几何尺寸, 就可达到较高的追迹精度, 追迹的角偏移误差控制在 1% 左右。

参考文献:

- [1] 李桂春. 气动光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [2] Klimaszewski K S, Sederberg T W. Faster Ray Tracing Using Adaptive Grids[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1997, 17(1): 42-51.
- [3] 赵剡, 王涛, 许东, 杨秋英. 基于计算流体力学网格的高超声速流场光传输建模研究[J]. 兵工学报, 2008, 29(3): 282-286.
- [4] Born M, Emil W. Principles of optics[M]. 北京: 世界图书出版公司, 2001.
- [5] 刘纯胜, 张天序, 李晓彤. 不规则非均匀折射率场描述[J]. 红外与激光工程, 2007, 36(1): 127-130.
- [6] 乔亚夫. 梯度折射率光学[M]. 北京: 科学出版社, 1991.