

文章编号: 1001- 2486(2010) 01- 0022- 06

地月转移轨道的天基测向初轨确定研究<sup>\*</sup>刘磊<sup>1</sup>, 项军华

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 研究了利用天基测向数据对地月转移轨道的初轨确定。天基平台分别考虑采用单颗卫星和星座卫星, 研究了观测数据的噪声平滑, 分析了观测弧段长度和观测几何对两种平台的定轨精度的影响, 基于数值分析结果, 研究了初定轨中系统差的消除。研究结果表明, 星座双星同步定轨比较适用于地月转移轨道的天基测向初定轨。

关键词: 地月转移轨道; 天基; 初轨确定; 测向

中图分类号: V412.41 文献标识码: A

## Research on Initial Orbit Determination of Cislunar Transfer Trajectory with Space based Angle Measurements

LIU Lei, XIANG Junhua

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Initial orbit determination of cislunar transfer trajectory with space based angle measurement is discussed. The measurement platforms include a single satellite and two constellation satellites. First, the smoothness of noise is studied. Second, the effects of arc length and measurement geometry on the orbit determination precise are analyzed. Finally, the disposal of model errors is addressed. According to the research, the constellation synchronized orbit determination is preferred for the initial orbit determination of cislunar Transfer Trajectory.

**Key words:** cislunar transfer trajectory; space based; initial orbit determination; angle measurement

在月球探测任务中, 对月球探测器轨道的测控与确定是圆满完成月球探测任务的重要保证。文献[1- 2]研究了月球探测器 SMART- 1 的测定轨。文献[3- 4]研究了利用统一 S 波段(USB)与甚长基线干涉仪(VLBI)联合数据以及单独使用 VLBI 数据确定我国“探测一号”卫星的轨道。针对我国“嫦娥工程”的轨道确定问题, 黄勇分析了“嫦娥一号”的调相轨道和转移轨道的 VLBI 测角精度, 估计出转移轨道段测角精度大约为  $0.04'' \sim 0.2''$ ; 同时, 利用对“探测一号”卫星的 USB 和 VLBI 实测资料分析了 USB 与 VLBI 联合定轨的效果<sup>[4]</sup>。文献[5]使用改进的 Laplace 法和角度数据研究了地月转移轨道段的短弧定轨。

可见, 当前对月球探测器轨道的测控与确定手段为 USB、VLBI 或者联合定轨, 数据类型一般包括测距测速信息, 单独使用测向定轨的研究较少, 且所有对月球探测器轨道的定轨研究均基于地基观测站。文献[6- 7]研究了空间目标的天基定轨, 尤其是后者分析了空间基线几何关系对定轨精度的影响, 并分别用一般椭圆轨道和地球同步轨道作为 VLBI 卫星轨道对深空目标进行定轨。

基于天基观测平台良好的观测条件和当前天基观测手段的发展现状<sup>[8]</sup>, 本文研究了利用天基测向数据对地月转移轨道的初轨确定, 分别考虑单星和星座两种天基平台, 分析了观测弧段长度和观测几何等因素对转移轨道初轨确定的影响, 从定轨结果分析定轨误差并进行相应的消除处理。

## 1 天基测向初定轨模型

利用单星和星座平台的天基测向初定轨模型略有差别。单星平台的初定轨模型采用 VPM 方法<sup>[9]</sup>。

\* 收稿日期: 2009- 09- 23

作者简介: 刘磊(1980-), 男, 博士生。

设初始历元  $t_0$  时刻空间目标  $T$  的地心位置和速度矢量分别为  $r_0$  和  $\dot{r}_0$ ,  $t_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) 时刻  $T$  和测量平台  $S$  的距离为  $\rho_i$ ,  $S$  在  $t_i$  时刻的地心位置矢量为  $R_i$ ,  $T$  对应的  $fg$  级数为  $F_i$  和  $G_i$ , 由此得 VPM 法基本条件方程组<sup>[9]</sup>为

$$\begin{cases} F_i \begin{Bmatrix} \alpha_i \cdot r_0 \\ \delta_i \cdot r_0 \end{Bmatrix} + G_i \begin{Bmatrix} \alpha_i \cdot \dot{r}_0 \\ \delta_i \cdot \dot{r}_0 \end{Bmatrix} = \alpha_i \cdot R_i \\ F_i \begin{Bmatrix} \alpha_i \cdot r_0 \\ \delta_i \cdot r_0 \end{Bmatrix} + G_i \begin{Bmatrix} \alpha_i \cdot \dot{r}_0 \\ \delta_i \cdot \dot{r}_0 \end{Bmatrix} = \delta_i \cdot R_i \\ F_i \begin{Bmatrix} L_i \cdot r_0 \\ L_i \cdot \dot{r}_0 \end{Bmatrix} + G_i \begin{Bmatrix} L_i \cdot \dot{r}_0 \\ L_i \cdot \ddot{r}_0 \end{Bmatrix} = L_i \cdot R_i + \rho_i \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\alpha_i$ 、 $L_i$  和  $\delta_i$  分别为观测坐标系  $x$ 、 $y$  和  $z$  轴的单位矢量。式(1)中的  $fg$  级数为无摄情况, 如果考虑一定摄动即为天基测向的有摄 VPM 初轨确定模型。

基于单星平台的 VPM 法初定轨模型, 星座测向初定轨模型可分为同步和非同步测向初定轨两种模型。在利用卫星星座进行观测时, 可以通过多种手段实现多个星座卫星平台对空间目标的同步测向定轨, 利用星座中多颗星(以两颗星  $S_1$  和  $S_2$  为例)同步测向对空间目标  $T$  初定轨的观测几何如图 1 所示。

由图 1 可得

$$\begin{cases} r = R_1 + \rho_1 L_1 \\ r = R_2 + \rho_2 L_2 \end{cases} \quad (2)$$

消去式(2)中的  $r$  可以得到

$$R_1 + \rho_1 L_1 = R_2 + \rho_2 L_2 \quad (3)$$

用确定性最小二乘求解该冗余方程组, 得到

$$\begin{bmatrix} \rho_2 \\ \rho_1 \end{bmatrix} = \left( [L_1 \quad -L_2]^T [L_1 \quad -L_2] \right)^{-1} [L_1 \quad -L_2]^T (R_2 - R_1) \quad (4)$$

令  $L_{12} = L_1 \times L_2$ , 将式(4)简化为

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{|L_{12}|^2} \begin{bmatrix} L_2 \times L_{12} \cdot (R_2 - R_1) \\ L_1 \times L_{12} \cdot (R_2 - R_1) \end{bmatrix} \quad (5)$$

利用式(5)并考虑  $r$  与  $r_0$  和  $\dot{r}_0$  之间的关系, 得到星座同步测向初定轨基本条件方程组为

$$R_j + \rho_j L_j = F_j r_0 + G_j \dot{r}_0 \quad j = 1 \text{ 或 } 2 \quad (6)$$

式(6)即为星座同步测向初定轨模型,  $j = 1$  或  $2$  分别为“显式”采用  $S_1$  和  $S_2$  的观测数据进行定轨的条件方程组。在实际定轨时, 应选择具有高精度观测的卫星数据进行定轨。如果有  $N$  颗卫星的观测数据, 那么就有  $N$  个基本条件方程组, 在求解时选择  $N$  个基本条件方程组中观测精度较高的一组。

由式(1)可得星座非同步测向初定轨模型如下, 其中的观测量为各观测卫星的状态数据和观测数据

$$\begin{cases} F_i^k \begin{Bmatrix} \alpha_i^k \cdot r_0 \\ \delta_i^k \cdot r_0 \end{Bmatrix} + G_i^k \begin{Bmatrix} \alpha_i^k \cdot \dot{r}_0 \\ \delta_i^k \cdot \dot{r}_0 \end{Bmatrix} = \alpha_i^k \cdot R_i^k \\ F_i^k \begin{Bmatrix} \alpha_i^k \cdot r_0 \\ \delta_i^k \cdot r_0 \end{Bmatrix} + G_i^k \begin{Bmatrix} \alpha_i^k \cdot \dot{r}_0 \\ \delta_i^k \cdot \dot{r}_0 \end{Bmatrix} = \delta_i^k \cdot R_i^k \end{cases} \quad k = 1, 2 \dots N \quad (7)$$

式中, 上标  $k$  表示第  $k$  颗观测星的状态数据和观测数据。考虑计算量影响, 可以只采用一颗星的观测数据求解初值, 如果选取的观测星数据无法求解出初值, 再选取另一颗观测星。如果所有的观测星都无法求解出初值, 可以采用文献[10]中较粗略的初值。

因此, 星座非同步测向初定轨模型完全可用于同步测向初定轨, 但是后者仅在求取  $\rho_i$  时使用其他观测星的数据, 在建立条件方程组时仅使用一颗观测星的数据, 其计算量相对前者大大降低。

## 2 转移轨道初定轨分析

当前月球探测器的测定轨任务均由地面设备完成, 而地面设备的观测能力受多种不利因素影响, 使得月球或深空探测任务很大程度上依赖全球测控网。如果利用天基观测平台的良好观测性, 有望减轻地面设备的压力, 提高测定轨精度。另外, 如果仅用光学观测设备, 则观测不到转移轨道的近月段, 只能对转移轨道的近地段进行观测, 因此在采用光学观测条件时只考虑对转移轨道近地段的测向初定轨。

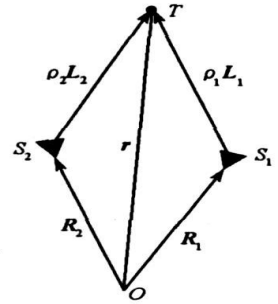


图 1 星座卫星同步观测初定轨  
Fig. 1 Initial orbit determination based on synchro constellation measures

采用文献[11]的设计方法,考虑发射场、入轨点及测控和光照等约束条件,轨道历元为转移轨道入轨时刻2013年2月9日17点,设计出探测器 $T$ 的地月转移轨道如表1所示, $T$ 在入轨2.5h后可到达40000km。

表1 探测器 $T$ 和观测星座种子星 $S_0$ 在历元时刻的轨道根数

Tab.1 Orbit elements of  $T$  and  $S_0$  at orbit epoch

	$a$ (km)	$e$	$i$ ( $^\circ$ )	$\Omega$ ( $^\circ$ )	$\omega$ ( $^\circ$ )	$M$ ( $^\circ$ )
$T$	205498.282	0.96799	28.5	358.77	198.654	0
$S_0$	7978.137	0	50	0	0	0

表1中 $S_0$ 为观测平台Walker  $\delta$ 星座的种子星,构型参数为 $50^\circ:30/5/2$ 。分析可知,星座卫星 $T45$ (第4个轨道面内第5颗卫星)在110min内均可观测到 $T$ , $T45$ 和 $T46$ (第4个轨道面内第6颗卫星)在90min内均可共同观测到 $T$ 。选取 $T45$ 作为单星观测平台, $T45$ 和 $T46$ 作为星座观测平台。基于目前的天基观测技术现状,观测采样间隔取1s,观测随机噪声为 $50''$ 的白噪声。由于 $T$ 沿着大椭圆轨道迅速远离地球,大气阻力影响有限,所以 $T$ 的轨道考虑除大气阻力外的摄动因素,在此情况下生成天基测向仿真数据。

## 2.1 随机噪声平滑

随机噪声使得定轨过程中方向观测值的一阶、二阶导数求解误差较大,从而使得求取的轨道初值与真实值相差较大,最终定轨结果可能为平凡解<sup>[9]</sup>。可以通过增加观测弧段长度和采样间隔,抑制和消除观测噪声的不利影响,由 $T45$ 对 $T$ 的赤经观测值 $\alpha$ 和赤纬观测值 $\delta$ 可知,为了不使平滑结果失真,并且平滑计算量较小,可以在待平滑点两侧取一定长度的弧段,利用低阶多项式进行平滑。

图2为2阶平滑多项式情况下,无随机噪声和 $50''$ 观测随机噪声时不同平滑弧长的 $r_0$ 误差。每行图依次为两端各50s、100s和500s平滑弧长的 $r_0$ 误差。横轴为观测弧长,单位s,纵轴为 $r_0$ 误差,单位km。由图2可见,无随机噪声时,两端各500s平滑弧长得到的 $r_0$ 误差较大,两端各50s和100s平滑弧长的结果相差不大。在 $50''$ 观测随机噪声时,两端各50s的结果误差极大,两端各500s的结果不受影响。

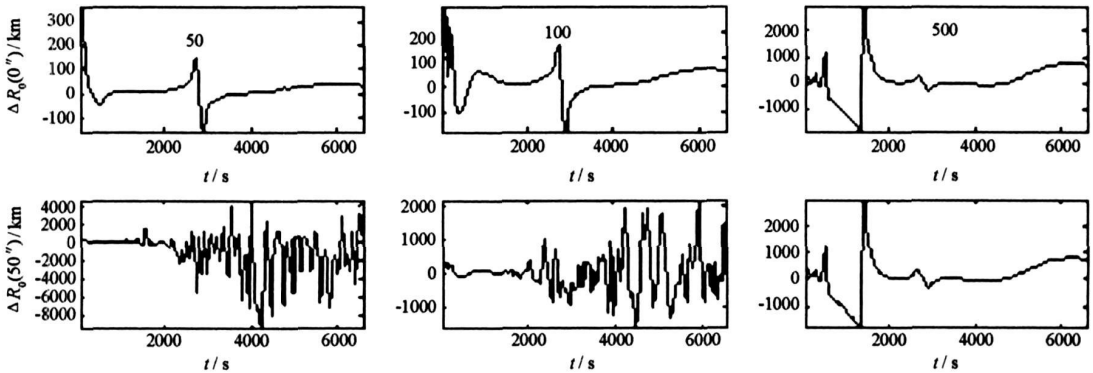


图2 不同平滑弧长下初值 $r_0$ 的误差

Fig.2 Errors of  $r_0$  under different arc lengths

当存在观测随机噪声时,可以采取变平滑参数措施求解观测值导数,即不同的定轨弧长取不同的平滑弧长和平滑多项式阶数。为简便起见,也可以采取固定平滑参数方式,即不考虑定轨弧长,两端各取100s平滑弧长,平滑多项式阶数取为2阶。

## 2.2 观测弧段长度影响分析

### (1) 单星测向初定轨

在 $50''$ 随机噪声下,采取上述固定平滑参数方式求取观测值导数,最终初定轨结果如图3所示,纵坐标表示定轨误差(IODE),横坐标表示定轨弧长。

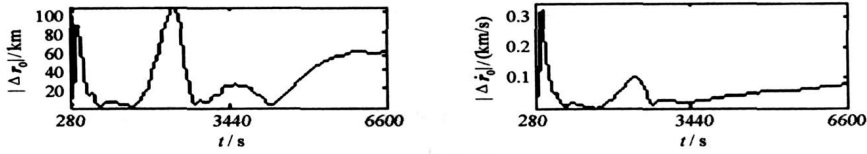


图3 不同观测弧长的单星初定轨误差

Fig. 3 IODE under different arc lengths by a single platform

由图3可见,  $T_{45}$  需要 280s 才可以使得  $T$  的初轨误差小于 100km, 随着定轨弧长的增加, 定轨误差也在减小, 但是在某些弧段的定轨误差略大, 如 2000~2500s, 5400s 以后, 位置误差超出 50km, 速度误差超出 50m/s。总体来看, 定轨精度为位置误差小于 100km, 速度误差小于 100m/s。

## (2) 星座测向初定轨

星座双星初定轨误差如图4所示。图中实线表示非同步定轨结果, 虚线表示同步定轨结果。

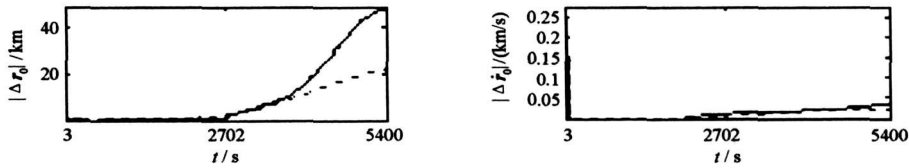


图4 不同观测弧长的星座双星初定轨误差

Fig. 4 IODE under different arc lengths by a constellation platform

由图4可见, 短弧定轨时同步定轨与非同步定轨精度相当, 长弧时前者精度明显高于后者。在弧段长度达到 3000s 后, 定轨误差随着弧段长度的增加有较明显的增大。与图3对比可见, 星座双星定轨结果远远优于单星定轨结果, 尤其是成功定轨弧长大大缩短。另外, 从定轨精度看, 在 3000s 以内的定轨弧段, 星座双星定轨的位置误差不超过 5km, 速度误差不超过 18m/s。

因此, 从计算复杂度、计算量或定轨精度来说, 利用双星定轨都远远优于单星定轨, 尤以同步方式定轨为佳。另外, 双星同步定轨最好在 3000s 弧段以内, 否则会由于系统差影响而定轨误差较大。实际中, 完全可以只利用几分钟乃至几十秒的观测弧段对地月转移轨道进行双星同步定轨。

## 2.3 观测几何影响分析

### (1) 单星测向初定轨

在 110min 可见弧段的不同位置上截取相同长度的短弧段进行初定轨, 然后比较各自定轨结果。为了同时分析定轨弧段长度与定轨位置对定轨结果的耦合影响, 定轨弧段长度分别取 600s、1200s 和 1800s 三种情况, 定轨结果如图5所示。图中横坐标分别为各种情况下定轨弧段末端对应的仿真时刻。

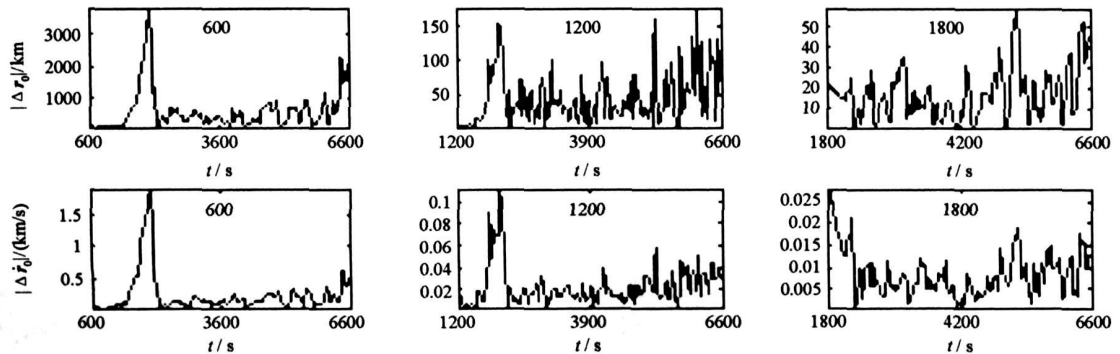


图5 不同观测几何的单星初定轨误差

Fig. 5 IODE under different observation geometries by a single platform

由图5可见, 600s 定轨弧段的定轨基本失败。1200s 定轨弧段时位置误差可以降到 45km 左右, 速度

误差在 20m/s 左右。定轨弧段增加到 1800s 时, 则位置误差可以降到 15km 左右, 速度误差一般小于 10m/s。

## (2) 星座测向初定轨

定轨弧长分别取 60s 和 180s, 初定轨误差如图 6 所示, 图中坐标轴和曲线线型的意义与图 4 相同。

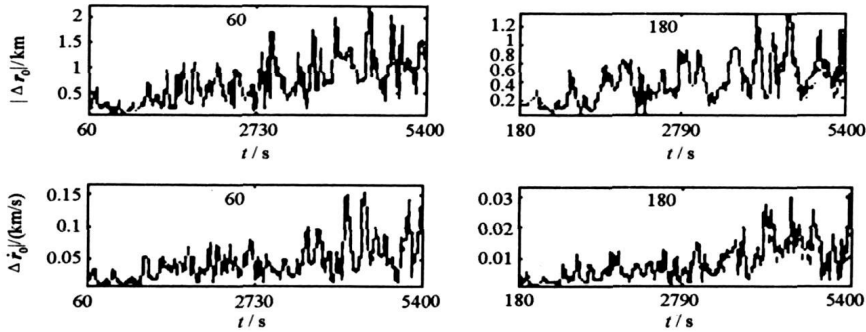


图 6 不同观测几何的星座双星初定轨误差

Fig. 6 IODE under different observation geometries by a constellation platform

由图 6 第一列图(60s 弧长)可见, 双星定轨在很短的定轨弧长下也可以成功, 且同步与非同步方式的定轨误差相当, 受观测几何的影响均较小, 二者在各种观测几何下的平均位置误差为 700m 左右, 平均速度误差为 50m/s 左右。相比较而言, 180s 弧长时两种定轨方式受观测几何的影响进一步降低, 平均位置误差降为 400m 左右, 平均速度误差降至 8m/s 左右。

双星定轨利用短弧段即可成功, 且两种定轨方式的结果大致相同, 考虑计算量, 同步测向定轨是较好的选择。如果弧段长度略微增加, 定轨精度可以有较大的提高。由于系统差的影响, 过长的定轨弧长对于双星定轨并非完全有利, 反而可能会使得定轨精度下降, 所以不应使用过长的弧段进行双星定轨。

## 3 单星定轨误差分析及处理

对于地月转移轨道近地段, 图 7 为用前述定轨模型预报 110min 的误差, 轨道历元为中心点 3300s 处。

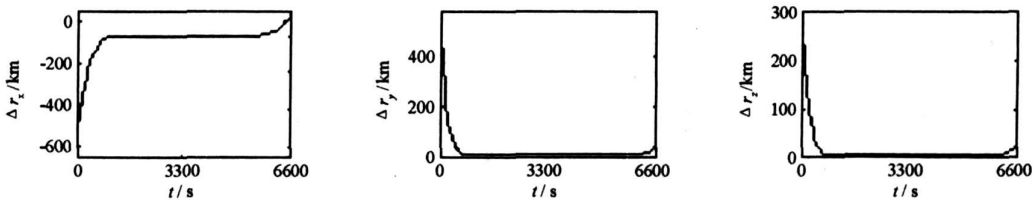


图 7 定轨模型误差

Fig. 7 Model errors of initial orbit determination

由图 7 可见, 在一定的弧长之后, 定轨模型所预报的轨道迅速发散, 总误差达到 930km 左右。根据系统误差的变化, 选择指数模型作为系统差模型:

$$\sigma = \sigma_1 e^{\alpha_1 t} + \sigma_3 e^{\alpha_3 t}$$

其中,  $\alpha_i (i = 1, 2, 3, 4)$  为系统差模型参数。使用上述系统差模型, 需要迭代求解的变量总数为 18 个, 与 3 阶多项式需要求解的变量总数相同, 但是相对而言上述模型更能反映系统差的变化。对弧段较短的情况, 随机噪声的影响比系统误差大, 此时没有必要考虑消除系统误差。

利用上述系统差模型和消除方法, 重新分析定轨弧长的影响, 初定轨结果如图 8 所示。

由图 8 可见, 消除系统差后需要 330s 的定轨弧长才可以保证定轨收敛。另外, 短弧段(800s 以内)的定轨精度反而不如未考虑系统误差的定轨结果, 稍长的弧段(800~2000s)定轨精度变化不大, 长弧段(2100s 以后)的定轨精度有了明显提高, 位置误差一般小于 20km, 速度误差小于 40m/s。

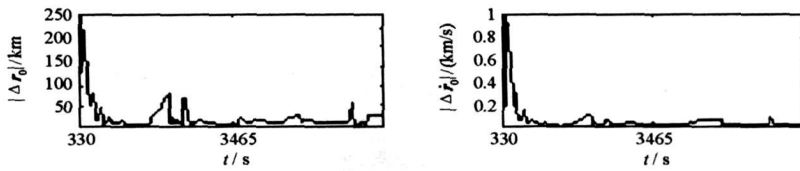


图 8 消除系统误差后不同平滑弧长的单星初定轨误差

Fig. 8 IODE after model error disposal under different arc length by a single platform

## 4 结束语

利用天基观测对月球和深空探测轨道进行定轨的探索性研究,为我国月球探测二三期工程和未来的深空探测提供了一种可供借鉴的测定轨手段。

(1) 模型误差使得单星平台对月球探测器的定轨误差远大于一般应用卫星,在长弧定轨时需要加以消除;

(2) 利用星座双星定轨,短弧时同步和非同步精度相当,长弧段时前者精度稍高于后者,而且由于系统差的影响,并非弧段越长越好;双星定轨受观测几何影响较小;

(3) 星座双星定轨无论从计算的复杂程度和计算量还是从定轨精度而言,都远远优于单星定轨,尤其以同步定轨为佳。

## 参考文献:

- [1] 王宏,等. USB-VLBI 综合快速确定环月飞行器短弧轨道[J]. 测绘科学技术学报, 2007, 24(2): 100-103.
- [2] Mackenzie R, Salvador D L, Miligan D. Orbit Determination of the Smart-1 Mission[C]//Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Symposium on Space Flight Dynamics(ESA SP2548), 2004.
- [3] 王家松,等. USB 与 VLBI 联合确定“探测一号”卫星轨道[J]. 飞行器测控学报, 2006, 25(1):31-36.
- [4] 黄勇. “嫦娥一号”探月飞行器的轨道计算研究[D]. 中国科学院研究生院, 2006.
- [5] 刘林,等. 月球探测器过渡轨道的短弧定轨方法[J]. 天文学报, 2007, 48(2): 220-227.
- [6] Lyon R H. Geosynchronous Orbit Determination Using Space Surveillance Network Observations and Improved Radiative Force Modeling [D]. Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- [7] Asai Y, Nishimura T, Kanijo F, et al. Geometric Effects on Deep Space Orbit Determination via Space VLBI Observations [J]. SICE, 2002, 175-180.
- [8] Smith M S. Military Space Programs: Issues Concerning DOD's SBIRS and STSS Programs [R]. CRS Report for Congress, 2006.
- [9] 刘磊,等. 一种天基测向初轨确定方法[J]. 国防科技大学学报, 2009, 31(1): 11-15.
- [10] 刘林. 航天器轨道理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [11] 刘磊,等. 多约束条件下的地月转移轨道设计[J]. 宇航学报, 2008, 29(2):482-488.