

文章编号: 1001- 2486(2010) 01- 0034- 06

# 双频去相关单历元动态解算整周模糊度研究\*

孟领坡, 吴 杰

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 针对 GPS 实时动态精密相对定位应用背景, 提出一种整周模糊度实时求解方法。采用宽巷组合载波相位双差、伪距双差观测信息建立观测模型; 对浮点模糊度协方差阵进行一次 Cholesky 分解, 构造了浮点转换矩阵, 使浮点模糊度完全去相关; 推导确定整周模糊度的搜索空间; 利用最小残差平方和搜索准则, 确定单历元整周模糊度, 并用 OVT 检验方法, 对不同历元得到的整周模糊度进行一致性检验。结果表明, 观测量误差均方差取值对整周模糊度搜索空间和成功率有较大影响, 附加 OVT 检验的双频去相关单历元动态解算整周模糊度方法正确可行。

**关键词:** 去相关; 搜索空间; 整周模糊度求解; 宽巷组合; 整数最小二乘估计

中图分类号: P228. 41 文献标识码: A

## Research on Ambiguity Dynamic Resolution Using Dual Frequency Single-epoch Data

MENG Ling-Po, WU Jie

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** According to the application of GPS differential precise navigation, an ambiguity resolution algorithm is presented. The mathematical model is set up using observations of wide lane double differential carrier phase and double differential pseudorange. In order to make float ambiguity uncorrelated completely, float transformation matrix is constructed by Cholesky decomposition and the integer ambiguity search space is deduced. The criterion of least square residual is used to obtain single-epoch integer ambiguity, OVT (over-the-time) method is applied to verify the consistency of integer ambiguity at different epochs. Experimental results indicate that the mean square deviation of observations has great effect on integer ambiguity's search space and success rate, and the integer ambiguity can be determined correctly and reliably by OVT testing.

**Key words:** ambiguity decorrelation; searching space; integer ambiguity resolution; wide lane combination; integer least-squares estimation

利用 GPS 载波相位信息进行精密相对导航时, 如实现空间飞行器交会对接、飞机精密进近着陆等应用, 其关键技术是整周模糊度能在几个甚至一个历元准确动态解算。近几年在整周模糊度实时解算方面, 发展最完善的就是 LAMBDA (Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment) 方法。该方法以整数最小二乘估计作为理论基础, 整周模糊度求解过程分为两步<sup>[1]</sup>: 参数浮点解计算、整周搜索求解。参数浮点解计算利用最小二乘法就可以容易得到, 而最关键的是整周模糊度搜索, 它取得成功需要两个前提: 一是较准确的模糊度浮点解, 二是较合理的浮点模糊度协方差矩阵<sup>[2]</sup>。对于仅观测几个、甚至一个历元的 GPS 动态定位, 观测时间短, 观测量间具有较强的相关性; 同时在动态条件下, 观测噪声比静态时大, 导致模糊度浮点解的误差很大, 这种情况下难以搜索得到正确的整周模糊度。

在短基线(小于 10km)条件下求解载波相位双差整周模糊度时, 两测站的大气延迟相关性较强, 波长的大小对正确求解至关重要, 波长越长, 正确求解越容易<sup>[3]</sup>。利用多个频率组成长波长线性组合, 将有利于快速、正确、可靠地求解整周模糊度。文献[4]采用 LAMBDA 方法, 首先得到两个频率各自的多组整周模糊度候选值, 然后采用双频相关性约束条件, 剔除一部分不合理的整周模糊度, 最后采用已知

\* 收稿日期: 2009- 03- 04

作者简介: 孟领坡(1977-), 男, 博士生。

基线长度作为强制性约束,得到单频整周模糊度。这种方法只适合于基线长度已知情况,在卫星数较少( $< 5$ )时,整周模糊度求解成功率较低。

应用去相关思想搜索整周模糊度时,LAMBDA方法中的转换矩阵元素必须为整数<sup>[5-6]</sup>。由于模糊度转换矩阵的整数约束条件,所以需要进行多次整数变换,且不能完全消除双差模糊度相关性,这降低了整周模糊度的搜索效率和成功率。依据数理统计理论,具有最小残差平方和的整周模糊度就是正确解。但是,测量噪声和非模型化偏差将使得辨识相近的两个整周模糊度解变得非常困难。

针对上述问题,本文提出了一种双频去相关整周模糊度搜索求解方法。该方法利用宽巷组合载波相位双差、伪距双差观测量;对双差模糊度浮点解的协方差阵进行一次Cholesky分解,得到浮点数变换矩阵,使模糊度浮点解完全去相关,从而减少了模糊度整周搜索范围,提高了搜索效率;构造整周模糊度搜索空间时,假设载波双差观测量近似服从正态分布的统计特性,同时搜索空间大小可以方便调整;采用载波相位双差最小残差平方和标准确认单历元整周模糊度,用OVT(Over The Time)方法检验不同历元整周模糊度解的一致性,提高了整周模糊度解的可靠性。

## 1 观测模型

建立基站北天东坐标系(NRE):坐标原点为基站观测天线几何中心 $o$ ;  $x$ 轴为过 $o$ 点的子午面与水平面的交线,指向北方向; $y$ 轴垂直于过 $o$ 点的水平面指向上方; $o-xyz$ 构成右手直角坐标系<sup>[7]</sup>。

用载波相位双差解算短基线(小于10km)时,基准站与动态用户站的大气延迟相关性较强,它们在双差中得到了很好的削弱。宽巷载波相位观测值具有较长的波长,从而可以充分利用伪距双差观测信息,快速、准确地确定整周模糊度,满足动态精密定位对时间和精度的要求。

### 1.1 宽巷组合载波相位双差观测方程

基站为观测站1、动态用户站为观测站2,在短基线观测条件下,两测站同时跟踪两颗GPS卫星 $k$ 、 $j$ ,不考虑大气层延迟误差,以 $j$ 号卫星为参考星,在动态用户站坐标初值处线性化,可以得到 $L1$ 载波相位线性化的站间、星间双差观测方程<sup>[7]</sup>:

$$\varphi_{12L1}^k = \frac{1}{\lambda_1} \left[ \left( |X^k - X_{20}| - |X^k - X_{10}| \right) - \left( |X^j - X_{20}| - |X^j - X_{10}| \right) \right] + \frac{1}{\lambda_1} \left( r_2^{j0} - r_2^{k0} \right) dX_2 + N_{12L1}^{jk} + \varepsilon_{12L1}^k \quad (1)$$

式中: $\varphi_{12L1}^k$ 为 $L1$ 载波相位双差观测值; $\lambda_1$ 为 $L1$ 载波信号波长; $X_{10}$ 、 $X_{20}$ 分别为基站准确坐标和动态用户站的坐标初值; $X^k$ 、 $X^j$ 分别为卫星 $k$ 、 $j$ 位置坐标; $r_2^{j0}$ 、 $r_2^{k0}$ 分别为动态用户站到卫星 $k$ 、 $j$ 的单位矢量; $dX_2$ 为基准站北天东坐标系中动态用户站坐标修正量; $N_{12L1}^{jk}$ 为 $L1$ 载波相位双差整周模糊度; $\varepsilon_{12L1}^k$ 为 $L1$ 载波相位双差观测误差。

为了书写方便,令:

$$y_{L1} = \varphi_{12L1}^k - \frac{1}{\lambda_1} \left[ \left( |X^k - X_{20}| - |X^k - X_{10}| \right) - \left( |X^j - X_{20}| - |X^j - X_{10}| \right) \right] \quad (2)$$

则(1)式可简写为:

$$y_{L1} = \frac{1}{\lambda_1} \left( r_2^{j0} - r_2^{k0} \right) dX_2 + N_{12L1}^{jk} + \varepsilon_{12L1}^k \quad (3)$$

由上述方程可以看出,载波相位双差观测方程消除了接收机钟差的影响。

测量载波信号 $L2$ ,得到类似式(3)的线性化载波相位双差观测方程 $y_{L2}$ 。

采用载波相位宽巷组合 $\varphi_{\Delta} = \varphi_{12L1}^k - \varphi_{12L2}^k$ 形式表示,得到:

$$y_{\Delta} = \frac{1}{\lambda_{\Delta}} \left( r_2^{j0} - r_2^{k0} \right) dX_2 + N_{12\Delta}^{jk} + \varepsilon_{12\Delta}^k \quad (4)$$

其中: $y_{\Delta} = y_{L1} - y_{L2}$ ;  $\lambda_{\Delta} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2}$ 为宽巷组合波长; $N_{12\Delta}^{jk} = N_{12L1}^{jk} - N_{12L2}^{jk}$ 为宽巷组合整周模糊度; $\varepsilon_{12\Delta}^k = \varepsilon_{12L1}^k - \varepsilon_{12L2}^k$ 为宽巷组合载波相位测量噪声,设 $L1$ 、 $L2$ 载波相位双差测量噪声相互独立,其均方差均为

$\sigma_\varphi$ , 则  $\varepsilon_{12\Delta}^k$  的均方差为  $\sigma_\Delta = \sqrt{2} \sigma_\varphi$ .

## 1.2 伪距双差观测方程

类似于载波相位双差线性化观测方程(1), 伪距双差观测方程的线性化形式如下<sup>[7]</sup>:

$$\rho_{12}^k = \left[ \left( |X^k - X_{20}| - |X^k - X_{10}| \right) - \left( |X^j - X_{20}| - |X^j - X_{10}| \right) \right] + \left( r_2^{j0} - r_2^{k0} \right) dX_2 + \Gamma_{12}^k \quad (5)$$

式中,  $\rho_{12}^k$  为伪距双差观测值;  $\Gamma_{12}^k$  为伪距双差观测噪声; 其他符号意义同式(1)。

同样, 令  $\rho_\Delta = \rho_{12}^k - \left[ \left( |X^k - X_{20}| - |X^k - X_{10}| \right) - \left( |X^j - X_{20}| - |X^j - X_{10}| \right) \right]$ , 得到式(5)的简写形式为:

$$\rho_\Delta = \left( r_2^{j0} - r_2^{k0} \right) dX_2 + \Gamma_{12}^k \quad (6)$$

## 2 整周模糊度搜索检验

设在  $t_1$  观测历元时刻, 基准站与动态用户站共同观测  $n$  颗卫星。取仰角最大的卫星为参考星, 可以得到  $(n-1)$  个宽巷组合双差载波相位方程,  $(n-1)$  个伪距双差观测方程, 如式(3)、(6)所示, 共有  $(n+2)$  个未知数。采用最小二乘法求解联合方程组, 得到  $t_1$  时刻动态用户站坐标修正量  $dX_2$ , 宽巷组合双差模糊度的浮点解矢量  $N_F = [N_F^1, N_F^2, \dots, N_F^{(n-1)}]^T$ , 及  $(n-1) \times (n-1)$  维的协方差矩阵  $\Sigma_F$ 。

### 2.1 整周模糊度搜索空间

设宽巷组合整周模糊度矢量真值为  $N = [N^1, N^2, \dots, N^{(n-1)}]^T$ , 则整周模糊度搜索空间为<sup>[1]</sup>:

$$\left( N_F - N \right)^T \Sigma_F^{-1} \left( N_F - N \right) \leq x^2 \quad (7)$$

浮点模糊度协方差矩阵  $\Sigma_F$  对称正定, 对  $\Sigma_F$  进行 Cholesky 分解, 能够得到浮点下三角矩阵  $L_{(n-1) \times (n-1)}$ , 使得:

$$\Sigma_F = L L^T \quad (8)$$

式中,  $L$  表示  $(n-1) \times (n-1)$  的单位对角阵。由式(7)可以看出, 由于  $L$  为单位对角阵, 浮点模糊度已完全去相关。将式(8)代入式(7)得:

$$\left[ L^{-1} \left( N_F - N \right) \right]^T \left[ L^{-1} \left( N_F - N \right) \right] \leq x^2 \quad (9)$$

设  $N'$ 、 $N'_F$  分别为完全去相关  $L^{-1}$  变换后的模糊度矢量真值和浮点模糊度矢量。即:

$$\begin{bmatrix} N'_F{}^1 \\ N'_F{}^2 \\ \vdots \\ N'_F{}^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & & & 0 \\ l_{21} & l_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ l_{(n-1)1} & & & l_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} N^1 \\ N^2 \\ \vdots \\ N^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$N'$  具有与上式相同的表达式形式。

设各载波相位双差观测是独立服从正态分布的随机变量<sup>[6]</sup>, 则  $N'_F$  服从以  $N'$  为期望, 以单位阵  $I_{(n-1) \times (n-1)}$  为方差阵的正态分布。因此, 下式有 99.7% 的概率成立:

$$-3 \leq N'_F{}^i - N'^i \leq 3 \quad i = 1, 2, \dots, (n-1) \quad (11)$$

联立式(10)、(11), 可得:

$$\begin{cases} -3 \leq l_{11}(N'_F{}^1 - N^1) \leq 3 \\ -3 \leq l_{21}(N'_F{}^1 - N^1) + l_{22}(N'_F{}^2 - N^2) \leq 3 \\ \vdots \\ -3 \leq l_{(n-1)1}(N'_F{}^1 - N^1) + \dots + l_{(n-1)(n-1)}(N'_F{}^{(n-1)} - N^{(n-1)}) \leq 3 \end{cases} \quad (12)$$

令  $C_{(n-1)} = l_{(n-1)1}(N'_F{}^1 - N^1) + l_{(n-1)2}(N'_F{}^2 - N^2) + \dots + l_{(n-1)(n-1)}(N'_F{}^{(n-1)} - N^{(n-1)})$

由式(12)可得整周模糊度的取值范围:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-3}{l_{11}} + N_F^1 \leq N^1 \leq \frac{3}{l_{11}} + N_F^1 \\ \frac{-3 + l_{21}(N_F^1 - N^1)}{l_{22}} + N_F^2 \leq N^2 \leq \frac{3 + l_{21}(N_F^1 - N^1)}{l_{22}} + N_F^2 \\ \vdots \\ \frac{-3 + C_{(n-1)}}{l_{(n-1)(n-1)}} + N_F^{(n-1)} \leq N^{(n-1)} \leq \frac{3 + C_{(n-1)}}{l_{(n-1)(n-1)}} + N_F^{(n-1)} \end{array} \right. \quad (13)$$

在式(13)每个不等式所确定的实数范围内取整数,这些整数的组合构成了观测历元  $t_1$  时刻的整周模糊搜索空间。

## 2.2 整周模糊度搜索

式(13)确定整周模糊度搜索空间后,将一组模糊度整数组合  $N$  代入  $(n-1)$  个式(1)组成的宽巷组合载波相位双差观测方程组,利用最小二乘法,求得在  $t_1$  观测时刻的动态点坐标修正量  $dX_2$ ,以及相应的载波相位双差残差平方和。使残差平方和达到最小的整数组合即是  $t_1$  观测历元时刻整周模糊度的搜索解,记作  $N^*$ 。

## 2.3 OVT 检验方法

对  $m$  个连续历元的双差载波相位观测数据进行单历元求解,得到  $m$  个整周模糊度的搜索解  $N_j^*, j = 1, 2, \dots, m$ 。对此序列进行一致性检验,若连续  $m$  个历元整周模糊度搜索解相同,则认为得到了正确的整周模糊度;否则继续,直到有连续  $m$  个历元满足一致性检验标准为止。

## 3 试验及结果分析

为了验证本文方法的有效性,在2009年3月10日进行了静态、动态GPS相对定位试验。基站选在某试验楼顶,动态用户站选在距基站约6km视野开阔的某运动场。试验采用2台Novatel公司生产的GPS DL-4接收机,设置采样率为1Hz。试验时,首先将动态用户站天线放在三脚架上,静态测量25min,然后将动态用户站天线放到汽车顶部,汽车沿运动场跑道跑动,最后再将动态用户站天线放到三脚架上,测量约2min。试验过程中,基站、动态用户站接收机分别连续采集数据并保存。

本次试验历时约34min,共2040个历元。用软件GrafNav7.60计算,得到静态条件下动态用户站坐标平均值为 $[3523.273\text{m}, -18.929\text{m}, 4862.195\text{m}]^T$ (基准站北天东坐标系),视为动态用户站静态坐标真值,并反算整周模糊度。利用整周模糊度和观测数据进行定位计算,如果有新卫星进入视野,则利用已有的整周模糊度,求解新卫星的浮点模糊度,并四舍五入取整得到整周模糊度,利用新的整周模糊度矢量,再次计算动态用户站坐标。得到动态用户站的运动轨迹如图1所示。

由图1可以看出,动态用户站轨迹曲线光滑,两圈轨迹基本重合,起点、终点的定位结果在约 $7\text{m} \times 7\text{m}$ 的正方形内抖动。这说明在整个试验过程中,载波相位观测量没有发生周跳,利用动态用户站静态测量时段的坐标平均值反算得到的整周模糊度,可以作为整周模糊度真值来检验本文整周模糊度算法的正确性。利用整周模糊度真值计算观测量验后残差均方差,试验静态部分数据共1537个历元,得到验后载波相位双差残差均方差约为0.026周,验后伪距双差残差均方差约为0.252m。

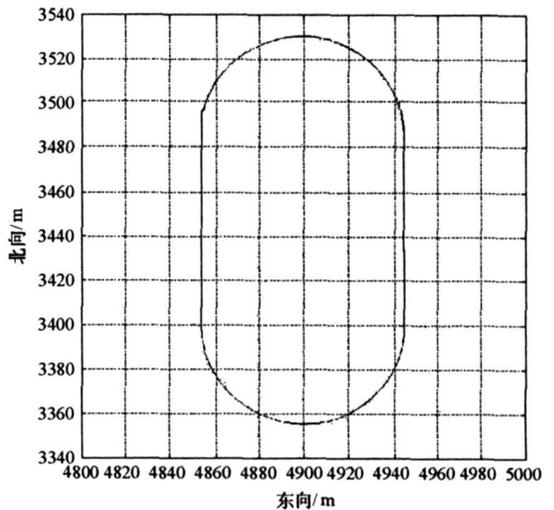


图1 动态用户站运动轨迹图

Fig. 1 Trace of moving station

采用本文方法编写事后数据处理软件,剔除仰角小于等于 $10^\circ$ 的卫星,选取仰角最大的卫星作为参考星。OVT 检验历元个数分别设为 1、3、5。在检验历元个数为 3 和 5 时,采用静态模拟动态的数据处理方式,将观测数据每 10 个历元分成一组,对每一组观测数据进行整周模糊度求解,以检验本文方法在动态条件下求解整周模糊度的成功率。载波相位双差测量误差均方差、伪距双差测量误差均方差取 0.03 周、0.3m 为第一种情况,误差均方差分别取 0.04 周、0.4m 为第二种情况,误差均方差分别取 0.06 周、0.8m 为第三种情况,以分析测量误差均方差取值对整周模糊度求解成功率的影响。将整周模糊度解与上述真值比较,以检验本文方法的正确性。表 1 列出了不同 OVT 检验历元个数以及不同均方差取值条件下,整周模糊度求解成功率情况。

表 1 整周模糊度求解成功率  
Tab. 1 Integer ambiguity success rate

OVT 个数	总个数	正确个数			成功率		
		第一种情况	第二种情况	第三种情况	第一种情况	第二种情况	第三种情况
1	2040	2003	2014	2031	98.19%	98.73%	99.56%
3	204	200	202	204	98.04%	99.02%	100%
5	204	201	201	204	98.53%	98.53%	100%

由表 1 可以看出,利用本次试验数据,本文方法求解整周模糊度的成功率为 98.04%~100%。在 OVT 检验历元个数不变时,观测测量误差均方差取值越大,整周模糊度成功率越高。观测测量误差均方差取第三种情况时,整周模糊度的成功率明显高于前两种情况,其中当 OVT 检验历元个数为 3 和 5 时,成功率达到了 100%,单历元情况下的成功率也达到 99.56%。这说明本文方法在动态单历元条件下也能搜索到较为可靠的整周模糊度。综合分析表 1,为保证整周模糊度的可靠性并兼顾实时性,在实际应用中,观测测量误差均方差取第三种情况,OVT 检验个数取 3 较为合适。

在观测测量误差均方差分别取第一、三种情况时,分别统计单历元整周模糊度搜索空间的整周组合个数,结果如图 2 所示。由图 2 可以看出,两种情况下搜索空间的大小差别很大,包含的整数组合平均个数分别约为 41 个和 733 个,第三种情况下的整周模糊度搜索空间是第一种情况的 17 倍多。由此可看出观测测量误差均方差对搜索空间的大小影响较大。由表 1 和图 2 综合分析可知,观测测量误差均方差对整周模糊度搜索成功率及搜索空间均有较大的影响。在动态应用中,为保证整周模糊度的可靠性,在满足实时性条件下,可以适当放大观测测量误差均方差。

将 OVT 一致性检验历元个数设为 3,观测测量误差均方差取第三种情况,确定整周模糊度后,利用宽巷组合载波相位双差观测信息,对动态用户站进行相对定位计算。在静态测量时段,将定位结果与动态用户站坐标真值比较,统计定位精度,结果如表 2 所示。由表 2 可以看出,宽巷组合载波相位双差相对定位,在高程方向定位精度达 0.06m,在水平方向定位精度达 0.03m,能够满足飞机 III 类精密进近着陆定位精度要求(水平 5.49m,高程 0.67m,  $2\sigma$ )<sup>[9]</sup>。

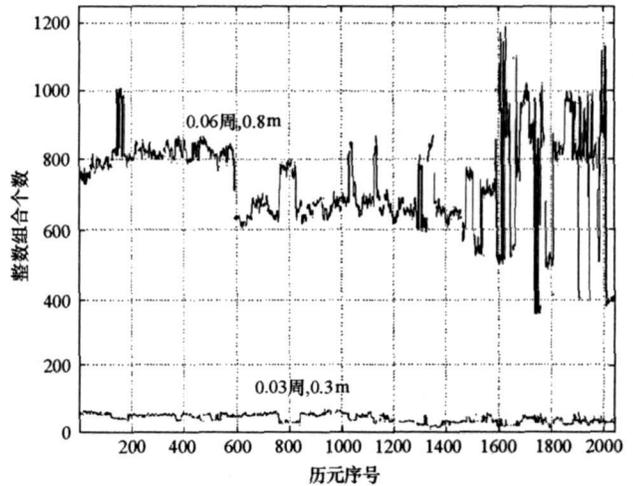


图 2 观测测量误差均方差对搜索空间的影响  
Fig. 2 The influence of mean square deviation on integer searching space

表 2 定位精度( $1\sigma$ ) (m)  
Tab. 2 Positioning precision (m)

北	天	东	水平
0.021	0.059	0.019	0.028

## 4 结论

宽巷组合载波相位对应的波长(0.862m)显著大于L1载波的波长(0.190m),从而使得多路径误差、接收机噪声等,对整周模糊度求解的影响大大降低;利用Cholesky分解寻找浮点转换矩阵,使浮点模糊度完全去相关,避免了一系列的矩阵分解和相乘运算,提高了计算效率,显著减少了整数搜索范围;观测量误差均方差取值对整周模糊度搜索空间及求解成功率的影响较大,在满足实时性要求前提下,为保证整周模糊度的可靠性,应适当增大观测量误差均方差取值;OVT一致性检验是一种简单有效的整周模糊度检验方法,能够有效保证整周模糊度解的正确性和可靠性。

试验结果表明,本文所述双频去相关单历元动态解算整周模糊度方法的成功率优于98%;附加OVT检验(检验历元个数取3)后,成功率达到了100%;宽巷组合载波相位双差相对定位精度达0.03m(水平方向, $1\sigma$ )、0.06m(高程方向, $1\sigma$ ),能够满足飞机II类精密进近着陆的要求。

## 参考文献:

- [1] Teunissen P J G, Jonge R J De, Tiberius C J M. The Volume of the GPS Ambiguity Search Space and Its Relevance for Integer Ambiguity Resolution [C]//Proceedings of ION GPS-96, 9<sup>th</sup> International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institution of Navigation, Kansas City, Missouri, Sept. 17-20, 1996: 889-898.
- [2] 郭秋英,胡振琪.GPS快速定位方程的病态性对整周模糊度及基线解的影响[J].测绘科学,2007,32(2):42-43.
- [3] 王泽民,柳景斌.Galileo卫星定位系统相位组合观测值的模型研究[J].武汉大学学报(信息科学版),2003,28(6):723-727.
- [4] 李征航,刘万科,楼益栋,周泽波.基于双频GPS数据的单历元定向算法研究[J].武汉大学学报(信息科学版),2007,32(9):753-756.
- [5] Teunissen P J G. A New Method for Fast Carrier Phase Ambiguity Estimation[C]//Proceedings of IEEE PLANS'94, Las Vegas, NV, April 11-15, 1994:562-573.
- [6] Teunissen P J G. Success Probability of Integer GPS Ambiguity Rounding and Bootstrapping[J]. Journal of Geodesy, 1998,72: 606-612.
- [7] 郑冲.双星/道路组合定位技术及基于双星定位系统的快速定向技术研究[D].长沙:国防科技大学,2005.
- [8] Teunissen P J G. The Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation[J]. Journal of Geodesy, 1995,70: 65-82.
- [9] Minimum Aviation System Performance Standards for Local Area Augmentation System(LAAS)[R]. RTCA DO-245, 1998.