

文章编号: 1001- 2486(2010) 01- 0133- 05

# 小子样条件下航天轴承性能可靠性建模与评估\*

金光

(国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 航天油润滑轴承可靠性具有小子样、无失效数据特点, 即使采用性能可靠性方法进行建模与分析, 仍存在性能数据不足问题。提出小子样条件下航天轴承性能可靠性分析的多层贝叶斯模型及模型求解方法。通过失效分析, 建立轴承性能退化过程模型。利用自助法、试验数据、物理模型和专家经验等确定 Bayes 验前分布, 并采用 MCMC 方法解决 Bayes 计算问题。实例分析表明, 该方法具有较好的适用性, 是解决小子样条件下长寿命产品可靠性建模与评估问题的一种有效途径。

**关键词:** 性能可靠性; 小子样; 贝叶斯方法; 自助法; 航天轴承

中图分类号: V417.3 文献标识码: A

## Performance Reliability Modeling and Estimation for Space Bearing under Small Sample Circumstance

JIN Guang

(College of Information System and Management, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** There are small sample and zero failure characteristics in space bearing reliability modeling and analysis. Although performance reliability method may be available, insufficient performance data are still impediments. In the paper, a hierarchy Bayes modeling and analysis method is presented to solve the difficulties under small sample circumstance. Based on failure mechanism analysis, a performance degradation model is built at first. Then multiple methods and information including bootstrap method, experiment data, physics model and expert experience are utilized to determine the Bayes prior distribution. The Bayes calculation problem is settled using MCMC method. Example analysis shows that the method provided in the paper is well applicable, and is an effective method solving reliability modeling and analysis problem of long life products under small sample condition.

**Key words:** performance reliability; small sample; bayes method; bootstrap method; space bearing

### 1 问题提出

由于时间、费用、技术条件等的限制, 现代长寿命产品可靠性建模与评估面临小子样和无失效数据的困难。文献[1]提出了包括经典方法和 Bayes 方法在内的多种无失效数据的可靠性评估技术。文献[2-3]利用产品性能退化过程模型和性能退化试验数据, 评估长寿命产品的可靠性; 与无失效数据方法相比, 该方法能够利用产品失效机理等定性、定量信息, 因而具有一定的优越性。但是, 在小子样条件下, 即使能够利用产品性能退化的物理模型获得产品寿命分布, 也仍然面临现场试验信息不足, 导致性能退化过程模型精度不高, 从而无法满足可靠性评估精度要求的问题; 特别是在破坏性性能试验条件下, 情况更为严重。因此, 需要研究小子样条件性能可靠性建模与评估问题。

本文首先在失效机理分析和性能退化机理分析基础上, 建立航天油润滑轴承性能退化过程模型, 然后通过物理模型等的分析, 建立对应的 Bayes 层次化模型, 给出 Bayes 验前分布类型及其参数估计方法, 最后采用 MCMC 方法求解。实例分析表明, 本文方法可以较好地解决小子样条件下长寿命航天轴承性能可靠性建模与评估问题。

\* 收稿日期: 2009- 06- 25

作者简介: 金光(1973-), 男, 副教授, 博士。

## 2 长寿命航天液体润滑轴承失效分析

通常认为,轴承失效的主要原因是疲劳和磨损失效。但根据国内外研究<sup>[4]</sup>,在合理的设计和工艺保证下,正常润滑的航天油润滑轴承疲劳寿命可达到上百年,因而疲劳、磨损不是影响航天轴承寿命的主要因素。轴承润滑系统能否为轴承正常工作提供所需的弹性流体动力润滑条件,才是影响航天轴承失效的主要原因。所以评估长寿命航天油润滑轴承寿命和可靠性,需要从研究润滑系统的寿命和可靠性入手。

为保证航天油润滑轴承所需的弹性流体动力润滑条件,对润滑剂的物理和化学特性,如润滑剂数量、杂质含量、粘度等都有严格的要求。为分析这些因素在航天轴承运行寿命期内的变化及其影响程度,对某型航天油润滑轴承进行了失效物理试验,结果表明:(1)润滑剂的化学特性是相当稳定的,长期运行没有观察到明显变质,润滑剂的粘度也没有发生变化;(2)金属磨损是轻微的,并且其作用是改善轴承工作条件,长期运行没有发生影响润滑效果的磨损;(3)保持架磨损是存在的,但由于油的冲刷和保持架兜孔的刮除,磨损物不会停留在滚珠和沟道上,不会影响滚珠和沟道表面润滑剂的特性;(4)在真空罐内壁发现了较多的润滑剂,表明润滑剂的挥发和爬移是存在的。据此可以认为,该型航天轴承润滑系统中润滑剂的物理和化学特性以及摩擦副表面几何特性是稳定的,在润滑剂数量充足情况下,可以保证正常润滑。然而,润滑剂的挥发、爬移等物理损耗是不可避免的;当润滑剂的物理损耗导致轴承内润滑剂数量不足时,将无法克服油膜衰减,不能形成足够厚度的润滑油膜,从而使轴承滚珠和沟道发生直接接触,产生严重的摩擦和磨损而失效。所以,可以认为航天油润滑轴承失效的主要原因,是挥发、爬移等物理损耗导致的润滑系统供油不足。于是,可取轴承润滑系统(包括滚珠、沟道、保持架和供油系统等)中润滑剂总量作为轴承的性能可靠性指标,建立航天油润滑轴承性能退化过程模型,在此基础上建立航天轴承寿命分布模型,评估航天轴承可靠性。

## 3 航天轴承性能退化过程 Bayes 层次化模型

对航天油润滑轴承进行性能试验,可以获得以下观测信息:

- (1)  $n$  个样品初始时刻性能  $y_0 = \{y_{10}, y_{20}, \dots, y_{n0}\}$ ;
- (2)  $n$  个样品性能测试时刻  $t = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  及对应性能  $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 。

由于航天轴承工作和润滑状态具有严格要求,所以一旦对轴承进行分解分析和观测后,要恢复到分解前的状态是比较困难的,于是可以认为上述性能测量具有破坏性。记  $D = \{y_0, t, y\}$ ,下面给出航天轴承性能退化过程模型、对应的 Bayes 层次化模型以及模型分析方法。

### 3.1 Bayes 层次化模型

航天油润滑轴承一般采用分子密封结构,此时润滑剂挥发率近似为常数;润滑剂爬移高度取决于设计参数的确定值,爬移速率则取决于爬移润滑剂的挥发速率,因此爬移损失也近似为常数。据此可以认为轴承性能退化过程服从随机斜率模型<sup>[3]</sup>。于是任意时刻  $t_j$  轴承  $j$  的性能服从如下正态分布:

$$Y_j \sim N(\alpha - \beta_j^{-1} t_j, \sigma_y^2) \quad (1)$$

其中  $\alpha$  是轴承初始性能,其验前分布可选为正态分布  $N(m_\alpha, s_\alpha^2)$ 。 $\alpha$  是制造精度或测量误差,由文献[6]可取  $\alpha$  的验前分布为 gamma 分布。 $\beta_j^{-1}$  是轴承  $j$  的性能退化速率,对不同的轴承该退化速率是不同的,它导致轴承运行过程中的性能差异。

由文献[5]知分子密封机构润滑剂挥发速率为

$$\beta_j^{-1} = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \left[ \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{\delta} \right] \frac{1}{\rho^2} (P_1 - P_2)$$

其中,  $\delta$  为油蒸气分子平均自由程,它与油蒸气压强和分子直径有关;  $R_1$  和  $R_2$  分别为密封缝隙的内外直径;  $P_1$  和  $P_2$  分别为密封轴系内、外部大气压强;  $\rho$  为油蒸气密度,与油蒸气分子量、油蒸气压强等有关。对  $\beta$  取对数并考虑到工艺、材料等多种因素的影响,可见认为  $\ln \beta$  服从正态分布,即

$$\ln \beta \sim N(\mu, \sigma_b^2) \quad (2)$$

为估计分布的均值  $\mu$  和标准差  $\sigma_b$ , 采用多层 Bayes 方法, 进一步构造  $\mu$  和  $\sigma_b$  的验前分布。由文献[6], 取  $\mu$  具有正态验前分布  $N(m_\mu, s_\mu^2)$ , 其中  $m_\mu$  取设计值,  $s_\mu$  取设计允许误差; 仍定义  $\sigma_b$  的验前分布为 gamma 分布。

综合上述讨论和所获得的 Bayes 验前分布, 利用 Bayes 公式可以得到随机向量  $\Theta \triangleq (\alpha, \beta, \sigma_b, \mu, \sigma_y)$  的(未归一化)验后分布如下:

$$\begin{aligned} \pi(\Theta | D) &= \pi(\alpha, \beta, \sigma_b, \mu, \sigma_y | y_0, t, y) \\ &\propto \phi\left(\frac{\alpha - m_\alpha}{s_\alpha}\right) \phi\left(\frac{\mu - m_\mu}{s_\mu}\right) \sigma_y^{a_y - 1} \exp\left(-r_{\sigma_y} \sigma_y\right) \sigma_b^{a_b - 1} \exp\left(-r_{\sigma_b} \sigma_b\right) \\ &\quad \cdot \prod_{j=1}^n \left[ \left(\sigma_b \beta\right)^{-1} \phi\left(\left(\ln \beta - \mu\right) / \sigma_b\right) \sigma_y^{-1} \cdot \phi\left(\left\{y_j - \alpha - \beta_j^{-1} t_j\right\} / \sigma_y\right) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\phi$  为标准正态分布密度函数,  $m_\alpha, s_\alpha, m_\mu, s_\mu, a_y, r_{\sigma_y}, a_b, r_{\sigma_b}$  表示  $\alpha, \mu, \sigma_y, \sigma_b$  的验前分布参数。为估计模型参数, 需计算此验后分布的边际分布的均值、分位数等。这可通过 MCMC 方法<sup>[7]</sup>进行。

### 3.2 验前分布构造方法

Bayes 分析的核心在于验前分布的构造。构造验前分布的方法很多<sup>[6]</sup>, 下面根据获得的数据, 采用 Bootstrap 方法<sup>[8]</sup>估计式(3)中的未知参数。由于多层 Bayes 方法是稳健的, 因此在小子样条件下, 即使验前分布参数估计存在一定的误差, 对结果的影响并不显著。因此, 采用下面估计的分布不会对最后的评估结果产生不可接受的影响。

#### (1) $m_\alpha$ 和 $s_\alpha$ 的估计

$\alpha$  为初始时刻性能, 因此采用初始时刻的性能数据估计  $m_\alpha$  和  $s_\alpha$ , 即

$$\hat{m}_\alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{i0}, \quad \hat{s}_\alpha = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(y_{i0} - \hat{m}_\alpha\right)^2}$$

#### (2) $m_\mu$ 和 $s_\mu$ 的估计

$m_\mu$  和  $s_\mu$  分别对应于退化速率倒数的对数的均值和标准差, 因此可以采用估计的退化速率来估计  $m_\mu$  和  $s_\mu$ 。首先得到每个试验样品的退化速率的估计如下:

$$r_i = \frac{y_i - y_{i0}}{t_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

则

$$\hat{m}_\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln r_i^{-1}, \quad \hat{s}_\mu = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(r_i^{-1} - \hat{m}_\mu\right)^2}$$

#### (3) $a_{\sigma_y}$ 和 $r_{\sigma_y}$ 的估计

为估计  $a_{\sigma_y}$  和  $r_{\sigma_y}$ , 理想情况是得到  $\sigma_y$  的样本, 这在小样本情况下是非常困难的。此时可以采用 Bootstrap 方法, 利用试验样本构造未知参数的分布(称作 Bootstrap 分布), 具体描述如下。

由于  $\sigma_y$  是制造精度或测量误差, 它不随轴承运行而改变。因此可以在初始性能数据基础上构造  $\sigma_y$  的 Bootstrap 分布, 进而得到  $a_{\sigma_y}$  和  $r_{\sigma_y}$  的估计。具体算法如下:

Step 1 对  $b = 1, 2, \dots, B$ , 做:

Step 1.1 以有替换抽样方式从样本  $y_0$  中得到 bootstrap 样本

$$y_0^b = \left\{ y_{10}^b, y_{20}^b, \dots, y_{n0}^b \right\}$$

Step 1.2 利用自助样本  $y_0^b$  得到  $\sigma_y$  的第  $b$  个 bootstrap 估计为

$$s_b^* = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(y_{i0}^b - m_b^*\right)^2}, \quad \text{其中 } m_b^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{i0}^b$$

Step 2 利用  $\sigma_y$  的  $B$  个 bootstrap 估计  $s_1^*, s_2^*, \dots, s_B^*$  得到  $a_{\sigma_y}$  和  $r_{\sigma_y}$  的矩估计如下:

$$\hat{r}_{\sigma_y} = \left( \frac{2\hat{m}_\alpha - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B m_b^*}{2\hat{s}_\alpha - \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B s_b^*} \right)^2, \quad \hat{a}_{\sigma_y} = \hat{r}_{\sigma_y} \cdot \left( 2\hat{m}_\alpha - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B m_b^* \right)$$

(4)  $a_{\sigma_y}$  和  $r_{\sigma_y}$  的估计

类似于  $a_{\sigma_y}$  和  $r_{\sigma_y}$  的估计, 区别在于以估计的速率代替真实速率。在此不再赘述。

### 3.3 寿命分布模型

根据航天油润滑轴承性能退化过程模型(1)和失效机理, 可以将轴承性能退化与轴承寿命联系起来。由失效分析, 可知存在临界值(下限) $L$ , 当轴承性能低于 $L$ 时, 轴承因润滑失效而失效。于是轴承 $j$ 的寿命表示为

$$T_j = \inf\{t \geq 0: \alpha - \beta_j^{-1} t \leq L\} = (\alpha - L) \beta_j$$

显然,  $T_j$  服从对数正态分布, 即

$$\ln T_j \sim N(\mu + \ln(\alpha - L), \sigma_b^2) \quad (4)$$

## 4 实例分析

表1是在实验室条件下对5套航天轴承组件进行寿命试验的数据。

表1 性能测试数据(单位: g)

Tab. 1 Performance test data (unit: gram)

组件编号	初始值	8个月	11个月	耗损率 $\beta^{-1}$ (g/年)
1	31.560	31.521		0.0585
2	31.727	30.526		1.8015
3	31.730		31.306	0.4625
4	31.525		31.227	0.2705
5	31.344		31.076	0.2924

根据3.2节方法得到各验前分布参数如下:

(1)  $m_\alpha = 31.5772, s_\alpha = 0.1606$ ;

(2)  $m_\mu = -1.1116, s_\mu = 1.2290$ ;

(3)  $a_{\sigma_y} = 9.850, r_{\sigma_y} = 72$ ;

(4)  $a_{\sigma_b} = 7.410, r_{\sigma_b} = 7.247$ 。

采用MCMC方法从验后分布抽样, 进行20000次仿真(其中4000次为burn-in抽样), 得到各未知参数的点估计和区间估计, 如表2所示。根据文献[9], 当保持架含油量低于初始含油量的64.3%时, 无法克服油膜衰减, 故可取  $L = \text{设计值} \times 0.643 = 20.289$ , 据此得到轴承对数正态寿命分布参数为  $\mu = 3.476, \sigma = 1.017$ , 密度函数和分布函数如图1所示, 轴承组件2年(设计寿命)可靠度点估计为0.9981, 5年(可靠性增长目标)可靠度点估计为0.9678。

表 2 参数估计结果

Tab. 2 Parameter estimation result

参数	均值	方差	95% 置信区间	
			区间估计	区间长度
$\mu$	1. 054	0. 6048	[ - 0. 007, 2. 357]	2. 365
$\alpha$	31. 56	0. 1609	[ 31. 28, 31. 91]	0. 63
$\sigma_b$	1. 017	0. 33	[ 0. 009, 1. 773]	1. 764
$\sigma_y$	0. 1383	0. 04295	[ 0. 068, 0. 235]	0. 167

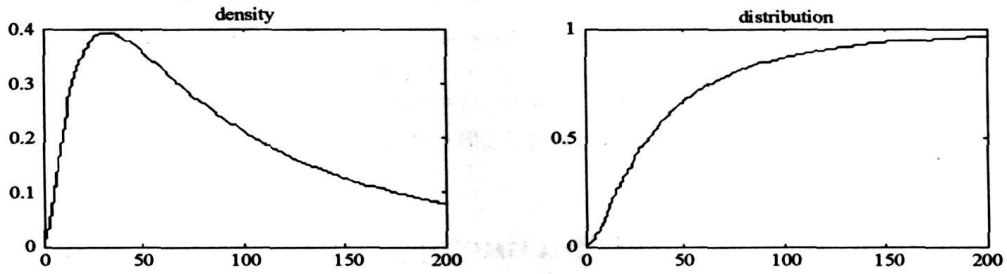


图 1 寿命分布密度曲线和累积分布曲线

Fig. 1 Life distribution density curve and cumulative distribution curve

## 参考文献:

- [1] 韩明. 无失效数据的可靠性分析[M]. 北京: 中国统计出版社, 1999.
- [2] Meeker W Q, Escobar L A. Statistical Methods for Reliability Data[M]. John Wiley and Sons. Inc, New York, 1998.
- [3] 张永强. 长寿命机电产品性能可靠性建模与分析技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2006.
- [4] Jones W R, Jansen M J. Lubrication for Space Applications[R]. NASA/CR-2005-213424, January 2005.
- [5] Standing J M. 1000Nms and 100Nms Flywheel-optimization Study Report: Appendix F-lubricant Losses[R]. ESRO CR-92, Sep. 1974.
- [6] 张金槐, 唐雪梅. Bayes 方法[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1992.
- [7] Cowles M K. Review of WinBUGS 1. 4[J]. The American Statistician, 2004, 58(4): 330-336.
- [8] Efron B. An Introduction to the Bootstrap[M]. Chapman & Hall, New York, 1993.
- [9] 刘健海. 卫星轴承微循环润滑及失效研究[D]. 北京: 清华大学, 1992.