

文章编号: 1001- 2486(2010) 01- 0142- 05

高精度惯测组合标定误差分析*

张红良, 武元新, 查亚兵, 吴美平, 胡小平

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 惯性测量组合(IMU) 标定误差分析对于惯性导航系统性能评估、误差分配和器件设备选型具有重要意义, 但目前关于高精度 IMU 标定误差的定量讨论很少。借助四元数旋转矢量理论建立了转台轴正交度误差和转角控制误差模型, 结合 IMU 测量误差的表示, 定量分析了一种典型多位置标定编排方式下的标定误差。仿真结果和捷联惯性导航系统的试验结果证实了标定误差分析的正确性。

关键词: 惯测组合(IMU); 标定误差; 转台; 四元数

中图分类号: U666.1 **文献标识码:** A

Calibration Errors of High-precision Inertial Measurement Units

ZHANG Hong-liang, WU Yuan-xin, ZHA Ya-bing, WU Mei-ping, HU Xiao-ping

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Calibration error analysis of inertial measurement units (IMU) is significant for evaluating navigation system performance, allotting errors, and choosing devices in projects. However, few researches on IMU calibration give the quantificational forms of calibration errors. Based on quaternion, this paper constructs an error model about axes perpendicularity errors and angle control errors of a turntable. Considering measurement errors of gyroscopes and accelerometers in an IMU, we derive the calibration parameters' errors using a typical multi-position calibration method. Finally simulations and calibration tests of a laser gyro strapdown inertial navigation system are performed to verify the calibration error analysis.

Key words: inertial measurement units (IMU); calibration errors; turntable; quaternion

导航系统是现代武器装备的重要组成部分, 其精度和性能严重制约着武器装备效能的发挥^[1]。作为惯性导航系统(INS)的核心部件, 惯性测量组合(IMU)应用于许多武器装备中, 一个容易忽略的问题是高精度 IMU 的标定问题。如用于航空重力测量的 IMU 的加速度计标定精度要求达到 $1\text{mGal}(= 10^{-5}\text{m/s}^2)$ ^[2], 而一般标定转台难以达到此标定要求。高精度 IMU 标定需要多高精度的转台? 标定结果的误差有多大? 高精度惯测组合标定亟待回答这些问题。

IMU 标定是比较转台提供的参考输入和 IMU 的测量输出, 辨识一组参数的过程。常用的标定方法是实验室多位置标定法^[3], 借助双轴或三轴转台, 大量文献^[4-9]设计了 IMU 的多位置标定方案, 但很少讨论方案的标定精度和标定误差, 部分讨论^[6]也只给出了一些定性的结果, 缺乏严格准确的推导。而标定精度的分析对于导航系统性能评估、误差分配和器件设备选型具有重要的意义。

IMU 标定误差源主要包括参考输入误差和测量输出误差, 即转台误差和 IMU 测量误差。转台误差包括转角位置误差、正交度误差、相交度误差和回转误差等^[1], 本文主要考虑转台的转角位置误差、转轴正交度误差和旋转时间控制误差。IMU 测量误差主要考虑陀螺测量误差和加速度计测量误差。利用四元数理论建立了转台轴正交度误差和转角位置误差模型, 在给出 IMU 测量误差模型的基础上, 分析了一种典型的多位置标定法(三轴正反转标定陀螺刻度因子和安装误差项^[7], 24 位置标定陀螺常值零偏及加速度计刻度因子、安装误差项和常值零偏^[8])的标定结果, 给出了误差的定量公式描述, 通过仿真结果和一套激光陀螺捷联惯性导航系统的标定试验结果证实了标定误差分析的正确性。

* 收稿日期: 2009- 06- 05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60604011)

作者简介: 张红良(1981-), 男, 博士生。

1 误差模型

1.1 转台误差

设转台轴近似正交, 各误差角为小量, 在转台零位时内框、中框、外框转轴分别近似指向东、北、天。定义 IMU 载体系 (b 系) 在转台零位时与导航坐标系 (n 系: 北-天-东) 重合, 用 $b(\phi_i, \phi_m, \phi_o)$ 表示转台内框、中框、外框控制转角分别为 ϕ_i, ϕ_m, ϕ_o 时 b 系的位置, 记 $t_i \triangleq b(\phi_i, \phi_m, \phi_o)$, $t_m \triangleq b(0, \phi_m, \phi_o)$, $t_o \triangleq b(0, 0, \phi_o)$ 。转台内、中、外框转轴单位矢量可分别写成

$$\boldsymbol{l}_i^i = \begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ \alpha_{i2} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{l}_m^m = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_{m1} \\ \alpha_{m2} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{l}_o^o = \begin{bmatrix} \alpha_{o1} \\ 1 \\ \alpha_{o2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 $\alpha_{j1}, \alpha_{j2} (j = i, m, o)$ 表示转轴正交度误差角。根据四元数理论^[3], 坐标系间的姿态转换四元数分别为

$$\boldsymbol{q}_i^m = \begin{bmatrix} \cos\left\{\left(\phi_i + \alpha_i\right)/2\right\} \\ \alpha_{i1} \sin\left\{\left(\phi_i + \alpha_i\right)/2\right\} \\ \alpha_{i2} \sin\left\{\left(\phi_i + \alpha_i\right)/2\right\} \\ \sin\left\{\left(\phi_i + \alpha_i\right)/2\right\} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{q}_m^o = \begin{bmatrix} \cos\left\{\left(\phi_m + \alpha_m\right)/2\right\} \\ \sin\left\{\left(\phi_m + \alpha_m\right)/2\right\} \\ \alpha_{m1} \sin\left\{\left(\phi_m + \alpha_m\right)/2\right\} \\ \alpha_{m2} \sin\left\{\left(\phi_m + \alpha_m\right)/2\right\} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{q}_o^n = \begin{bmatrix} \cos\left\{\left(\phi_o + \alpha_o\right)/2\right\} \\ \alpha_{o1} \sin\left\{\left(\phi_o + \alpha_o\right)/2\right\} \\ \sin\left\{\left(\phi_o + \alpha_o\right)/2\right\} \\ \alpha_{o2} \sin\left\{\left(\phi_o + \alpha_o\right)/2\right\} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $\alpha_j (j = i, m, o)$ 为内、中、外框的转角控制误差。由四元数到方向余弦阵的转换关系

$$\boldsymbol{q}_a^b = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{C}_a^b = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_2 q_3 - q_1 q_4) & 2(q_2 q_4 + q_1 q_3) \\ 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2(q_3 q_4 - q_1 q_2) \\ 2(q_2 q_4 - q_1 q_3) & 2(q_3 q_4 + q_1 q_2) & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

可得到式(2)中四元数对应的方向余弦矩阵分别为 \boldsymbol{C}_i^m 、 \boldsymbol{C}_m^o 和 \boldsymbol{C}_o^n 。用“ \circ ”表示四元数乘法, 则载体系和导航系间的转换四元数和方向余弦阵分别为

$$\boldsymbol{q}_b^n(\phi_i, \phi_m, \phi_o) = \boldsymbol{q}_i^m \circ \boldsymbol{q}_m^o \circ \boldsymbol{q}_o^n, \quad \boldsymbol{C}_b^n(\phi_i, \phi_m, \phi_o) = \boldsymbol{C}_i^m \circ \boldsymbol{C}_m^o \circ \boldsymbol{C}_o^n \quad (4)$$

1.2 IMU 测量误差

作为惯性传感器的陀螺和加速度计, 经过误差补偿^[11]后仍不可避免存在测量误差, 在角速度 ω_{ib}^b 和比力 f^b 的激励下, IMU 陀螺和加速度计的测量输出分别为^[9]

$$\boldsymbol{N}^g = \left(\boldsymbol{K}^g\right)^{-1} \left(\omega_{ib}^b + \omega_0 + \boldsymbol{\varepsilon}\right) \cdot T, \quad \boldsymbol{N}^a = \left(\boldsymbol{K}^a\right)^{-1} \left(f^b + f_0 + \boldsymbol{\cdot}\right) \cdot T \quad (5)$$

其中, \boldsymbol{N}^g 、 \boldsymbol{N}^a 分别为角增量、速度增量脉冲, T 为采样周期, 标定参数 \boldsymbol{K}^g 、 \boldsymbol{K}^a 分别表示陀螺和加速度计刻度因子和安装误差项矩阵, ω_0 、 f_0 分别表示陀螺和加速度计常值零偏矢量; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、 $\boldsymbol{\cdot}$ 为陀螺、加速度计的测量误差, 可简单建模成随机启动常值项和白噪声项的和。

2 标定误差分析

一种典型的 IMU 多位置标定方案为: 三轴正反转标定陀螺刻度因子和安装误差项^[7], 24 位置标定陀螺常值零偏及加速度计刻度因子、安装误差项和常值零偏^[8]。下面以此方案为例, 分析各参数标定结果, 给出标定误差的定量公式描述。

2.1 陀螺刻度因子和安装误差项矩阵标定

\boldsymbol{K}^g 标定采用三轴正反转方案^[7]: 分别绕内、中、外框转轴正反转各 n 周, 并使正反转时间相同, $t^+ \approx t^- \approx t$ 。标定计算公式为

$$\hat{\boldsymbol{K}}^g = \left(\frac{1}{4n\pi} \left[\sum_0^{t_m^+} \boldsymbol{N}_m^{g+} - \sum_0^{t_m^-} \boldsymbol{N}_m^{g-} - \sum_0^{t_o^+} \boldsymbol{N}_o^{g+} - \sum_0^{t_o^-} \boldsymbol{N}_o^{g-} - \sum_0^{t_i^+} \boldsymbol{N}_i^{g+} - \sum_0^{t_i^-} \boldsymbol{N}_i^{g-} \right] \right)^{-1} \quad (6)$$

其中, N_j^{\pm} 为绕 $j(j = i, m, o)$ 框轴正反转时的陀螺角增量脉冲输出。转动中角速度激励为

$$\omega_{ib}^b = \omega_r l^b + \omega_{ie}^b \tag{7}$$

其中 ω_r 为转台转速, l^b 为转轴矢量在载体系的表示, ω_{ie}^b 为地球自转角速度在载体系的表示。由转台误差模型可得到各转轴矢量 $l_j^b(j = i, m, o)$, 将式(7)代入式(5)得到陀螺输出 N_j^{\pm} , 再代入式(6), 忽略二阶以上小量, 可得标定结果

$$\hat{K}^g = K^g - \Delta^g K^g \tag{8}$$

$$\text{其中 } \Delta^g = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_m^+ - \sigma_m^-}{4n\pi} & \alpha_{o1} + \alpha_i & \alpha_1 \\ \alpha_{m1} - \alpha_i & \frac{\sigma_o^+ - \sigma_o^-}{4n\pi} & \alpha_{i2} \\ \alpha_{o2} & \alpha_{o2} - \alpha_m & \frac{\sigma_i^+ - \sigma_i^-}{4n\pi} \end{bmatrix} + \frac{1}{4n\pi} \begin{bmatrix} \left[\int_0^+ \left(\omega_{ie}^b + \omega_0 + \varepsilon \right) d\tau - \int_0^- \left(\omega_{ie}^b + \omega_0 + \varepsilon \right) d\tau \right]^T \\ \left[\int_0^+ \left(\omega_{ie}^b + \omega_0 + \varepsilon \right) d\tau - \int_0^- \left(\omega_{ie}^b + \omega_0 + \varepsilon \right) d\tau \right]^T \\ \left[\int_0^+ \left(\omega_{ie}^b + \omega_0 + \varepsilon \right) d\tau - \int_0^- \left(\omega_{ie}^b + \omega_0 + \varepsilon \right) d\tau \right]^T \end{bmatrix}^T$$

$\sigma_j^{\pm}(j = i, m, o)$ 为转台各框正反转 n 周的转角位置控制误差。

2.2 陀螺常值零偏和加速度计参数标定

ω_0, K^a, f_0 标定采用 24 位置方法^[8], 具体编排如下: 通过内框和中框控制载体系三个坐标轴分别朝上朝下, 得到六组位置:

X 轴朝上: $\phi_i = \pi/2, \phi_m = 0$; Y 轴朝上: $\phi_i = 0, \phi_m = 0$; Z 轴朝上: $\phi_i = 0, \phi_m = -\pi/2$;

X 轴朝下: $\phi_i = -\pi/2, \phi_m = 0$; Y 轴朝下: $\phi_i = 0, \phi_m = \pi$; Z 轴朝下: $\phi_i = 0, \phi_m = \pi/2$

对应每组位置, 外框都有 $\phi_o = 0, \phi_o = \pi/2, \phi_o = \pi, \phi_o = -\pi/2$ 四个位置, 共 24 个位置。

用 N_j^g 表示第 j 个位置的陀螺角增量脉冲输出, 则 ω_0 标定计算公式为

$$\hat{\omega}_0 = \hat{K}^g \left[\frac{1}{24} \sum_{j=1}^{24} \left(N_j^g / T \right) \right] \tag{9}$$

加速度计参数标定计算公式为

$$\left[\left[\left(\hat{K}^{a'} \right)^{-1} \right] \left[\left(\hat{K}^a \right)^{-1} \hat{f}_0 \right]^T \right] = \begin{bmatrix} 1/2g & 0 & 0 & -1/2g & 0 & 0 \\ 0 & 1/2g & 0 & 0 & -1/2g & 0 \\ 0 & 0 & 1/2g & 0 & 0 & -1/2g \\ 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 & 1/6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1^{a'} \\ N_2^{a'} \\ N_3^{a'} \\ N_4^{a'} \\ N_5^{a'} \\ N_6^{a'} \end{bmatrix} / T \tag{10}$$

其中, $N_j^a = \frac{1}{4} \left(N_j^a |_{\phi_o=0} + N_j^a |_{\phi_o=\pi/2} + N_j^a |_{\phi_o=\pi} + N_j^a |_{\phi_o=-\pi/2} \right) (j = 1, \dots, 6)$ 为外框每组四个位置的加速度计脉冲输出均值, g 为重力加速度大小。

陀螺和加速度计在各位置的角速度和比力激励分别为

$$\omega_{ib}^b = C_n^b \omega_{ie}^n, \quad f^b = -C_n^b g_l^n \tag{11}$$

其中, ω_{ie}^n, g_l^n 分别为地球自转角速度和重力加速度在导航系的表示。根据转台误差模型, 可计算得到各位置的 C_n^b , 将式(11)代入式(5)可得到 IMU 各位置的输出 N_j^g, N_j^a , 再代入式(9)、(10)求解标定参数, 忽略二阶小量可得

$$\hat{\omega}_0 = \omega_0 + \varepsilon + \frac{1}{3} \omega_e \begin{bmatrix} \left(2\alpha_{o1} + 2\alpha_{m1} + \sigma_i \right) \sin L + \sigma_o \cos L \\ \left(\sigma_i + \sigma_m \right) \sin L + \sigma_o \cos L \\ \left(\alpha_{i2} + \alpha_{o2} - \sigma_m + \sigma_m \right) \sin L + \sigma_o \cos L \end{bmatrix} - \Delta^g \left(\omega_0 + \varepsilon \right) \tag{12}$$

$$\hat{K}^a = K^a - \Delta^a K^a, \quad \hat{f}_0 = f_0 + \vec{\cdot} + \frac{1}{3} g \begin{bmatrix} 2\alpha_{o1} + 2\alpha_{m1} + \sigma_i \\ \sigma_m + \sigma_i \\ \alpha_{o2} + \alpha_{i2} - \sigma_m + \sigma_m \end{bmatrix} - \Delta^a \left(f_0 + \vec{\cdot} \right) \tag{13}$$

其中, $\Delta^a = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_{m1} + \sigma_i + \sigma_j & -\alpha_{m2} \\ -\alpha_{o1} - \sigma_i + \sigma_j & 0 & -\alpha_{o2} + \sigma_m + \sigma_n \\ -\alpha_{i1} + \sigma_m & \alpha_{i2} - \sigma_m + \sigma_n & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{g} [\overline{\dot{\gamma}}_1 \quad \overline{\dot{\gamma}}_2 \quad \overline{\dot{\gamma}}_3]$, $\alpha_i = \frac{\sigma_i - \sigma'_i}{2}$, $\sigma_m = \frac{\sigma'_m - \sigma_m}{2}$ 和 $\sigma_o = \frac{\sigma'_o - \sigma_o}{2}$ (j, j' 表示不同位置) 表示转台各轴位置控制误差的随机性, $\varepsilon, \overline{\dot{\gamma}}$ 表示陀螺和加速度计 24 位置测量误差的均值, $\overline{\dot{\gamma}}_j = \frac{\overline{\dot{\gamma}}_j - \overline{\dot{\gamma}}_{j+3}}{2}$ ($j = 1, 2, 3$) 表示六组位置加速度计测量误差的随机性, ω_e 为地球自转角速度, L 为标定当地纬度。

标定误差的定量形式表明: (1) 转台轴正交度误差和转角位置控制误差对陀螺、加速度计安装误差项影响较大, 导致同量级的相对标定误差; (2) 转台导致的陀螺和加速度计常值零偏标定误差分别为转台误差与地球自转角速率和重力加速度的乘积; (3) 转台旋转时间控制误差主要影响陀螺刻度因子和安装误差项; (4) 陀螺测量误差导致等量级的陀螺常值零偏误差; (5) 加速度计测量误差引起的加速度计刻度因子和安装误差项相对误差为测量误差与重力加速度的比值, 同时测量误差导致等量级的加速度计常值零偏标定误差。

3 仿真与标定试验

3.1 仿真

IMU 的标定仿真试验框图如图 1 所示。设标定地纬度为 28° , 标定陀螺时正反转各 5 圈, 转速为 $10^\circ/\text{s}$ 。转台转轴正交度误差、位置控制误差都设为 $2''$ (随机误差均方差), 旋转时间控制误差为 10ms, 陀螺测量噪声为随机启动常值 $0.01^\circ/\text{h}$ 加白噪声 (均方差 $0.005^\circ/\text{h}$), 加速度计测量噪声为随机启动常值 $5e-5g$ 加白噪声 (均方差 $2e-5g$)。表 1 给出了一组标定仿真结果及标定误差。

3.2 标定试验

常温下, 对一套激光陀螺捷联惯性导航系统 (陀螺精度 $0.01^\circ/\text{h}$ (1σ), 加速度计精度 $50\mu g$ (1σ), 采样频率 100Hz) 进行标定测试。三轴正反转各 5 周, 转速为 $20^\circ/\text{s}$, 24 位置每个位置采样 1min。标定结果共有三组 (表 2): 前两组都为角秒级转台 (角位置精度、轴正交度精度为 2 角秒) 的标定结果, 第三组是角分级转台 (角位置精度、轴正交度精度为 1 角分) 的标定结果。分别计算第二组、第三组结果与第一组标定结果的偏差, 衡量不同精度转台的标定误差, 结果见表 3。可见角分级转台标定偏差明显大于角秒级转台偏差。

从表 1、表 3 可以看出, K^g 对角元素、非对角元素标定误差量级分别为 $\left[\frac{\sigma}{4n\pi} + \frac{\omega_e \Delta t + |\varepsilon| t}{4n\pi} \right]$ 、 $\left[\alpha + \sigma \right]$ 与刻度因子的乘积; ω_0 各分量误差量级与 $\left[\omega_e \left[\alpha + \sigma \right] + |\varepsilon| \right]$ 相同; K^a 各元素标定误差量级与 $\left[\left[\alpha + \sigma \right] + \frac{1}{g} \cdot \overline{\dot{\gamma}} \right]$ 和刻度因子乘积相当; f_0 各元素的标定误差基本等于 $\left[g \left[\alpha + \sigma \right] + \overline{\dot{\gamma}} \right]$ 。表 3 中角分级转台 K^g 对角线元素标定误差量级稍大于理论分析结果, 表明低精度转台标定试验的误差影响因素更为复杂。仿真结果和标定试验结果与理论分析基本一致, 共同证实了标定误差定量形式的正确性。

4 结论

标定误差分析对于导航系统精度评估、误差分配和器件设备选型具有重要意义。本文利用四元数旋转矢量, 建立了转台误差模型, 讨论了转台转轴正交度误差、转角位置控制误差、旋转时间控制误差和

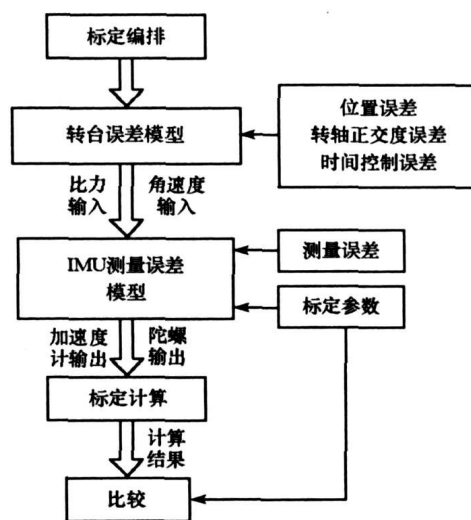


图 1 仿真流程框图

Fig. 1 Simulation flow diagram

表1 标定仿真结果

Tab.1 Calibration results in simulation

	K^g	$\omega_0(^{\circ}/h)$	K^a	$f_0(m/s^2)$
仿真 真值	$\begin{bmatrix} 1e-8 & 7e-12 & 9e-12 \\ -2e-11 & 1e-8 & 3e-11 \\ 6e-12 & -1e-11 & 1e-8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \\ 0.8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1e-6 & -6e-10 & 1e-9 \\ 2e-9 & 1e-6 & 3e-10 \\ -8e-10 & 1e-9 & 1e-6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.006 \\ -0.02 \\ -0.01 \end{bmatrix}$
标定 结果	$\begin{bmatrix} 1.0000e-8 & 6.81e-12 & 8.90e-12 \\ -2.03e-11 & 1.0000e-8 & 2.99e-11 \\ 5.90e-12 & -1.03e-11 & 1.0000e-8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.5111 \\ -0.9902 \\ 0.8092 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0000e-6 & -6.05e-10 & 1.01e-9 \\ 2.02e-9 & 1.0000e-6 & 2.98e-10 \\ -7.96e-10 & 9.93e-10 & 1.0000e-6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6.59e-3 \\ -1.95e-2 \\ -9.50e-3 \end{bmatrix}$
标定 误差	$\begin{bmatrix} 6.52e-16 & -1.93e-13 & -9.76e-14 \\ -2.65e-13 & -1.14e-15 & -9.72e-14 \\ -9.64e-14 & -2.73e-13 & -1.66e-15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.11e-2 \\ 9.77e-3 \\ 9.25e-3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2.49e-12 & -4.55e-12 & 9.75e-12 \\ 1.89e-11 & 2.65e-12 & -2.36e-12 \\ 3.67e-12 & -6.58e-12 & 3.95e-12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.89e-4 \\ 4.63e-4 \\ 5.01e-4 \end{bmatrix}$

表2 标定试验结果

Tab.2 Results of calibration tests

组号	K^g	$\omega_0(^{\circ}/h)$	K^a	$f_0(m/s^2)$
1	$\begin{bmatrix} 1.3794e-8 & 7.14e-12 & -3.13e-11 \\ -6.90e-12 & 1.3787e-8 & -1.54e-11 \\ 1.33e-12 & 1.97e-14 & 1.3791e-8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1114 \\ 0.0455 \\ -0.2141 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.7589e-6 & 4.90e-10 & 1.22e-9 \\ -3.48e-9 & 1.7163e-6 & 2.97e-9 \\ -2.05e-9 & 1.34e-9 & 1.7516e-6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5.53e-3 \\ 7.72e-3 \\ -7.12e-3 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 1.3794e-8 & 7.19e-12 & -3.13e-11 \\ -6.87e-12 & 1.3787e-8 & -1.54e-11 \\ 1.33e-12 & -6.00e-15 & 1.3791e-8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1167 \\ 0.0387 \\ -0.2128 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.7589e-6 & 4.82e-10 & 1.22e-9 \\ -3.50e-9 & 1.7163e-6 & 2.97e-9 \\ -2.05e-9 & 1.34e-9 & 1.7515e-6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5.54e-3 \\ 7.73e-3 \\ -7.01e-3 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 1.3796e-8 & 9.06e-12 & -3.13e-11 \\ -7.61e-12 & 1.3788e-8 & -1.94e-11 \\ -2.04e-12 & -3.11e-12 & 1.3796e-8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0993 \\ 0.0402 \\ -0.2098 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.7586e-6 & 6.34e-10 & 1.20e-9 \\ -3.52e-9 & 1.7163e-6 & 3.32e-9 \\ -1.84e-9 & 1.14e-9 & 1.7513e-6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5.73e-3 \\ 8.31e-3 \\ -7.42e-3 \end{bmatrix}$

表3 标定偏差

Tab.3 Calibration errors

组号	K^g 偏差	ω_0 偏差($^{\circ}/h$)	K^a 偏差	f_0 偏差(m/s^2)
2	$\begin{bmatrix} 3.53e-15 & 4.35e-14 & -1.34e-14 \\ 2.75e-14 & 1.31e-15 & -4.89e-15 \\ -1.47e-15 & -2.57e-14 & 2.93e-16 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0053 \\ -0.0068 \\ 0.0013 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.05e-11 & -8.07e-12 & 8.06e-13 \\ -2.26e-11 & -4.52e-12 & 2.27e-12 \\ -2.28e-12 & 4.83e-12 & -3.43e-11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1.74e-5 \\ 1.18e-5 \\ 1.04e-4 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 1.79e-12 & 1.91e-12 & -1.72e-14 \\ -7.08e-13 & 1.82e-12 & -4.01e-12 \\ -3.37e-12 & -3.13e-12 & 5.64e-12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.0120 \\ -0.0053 \\ 0.0043 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2.20e-10 & 1.44e-10 & -1.60e-11 \\ -4.18e-11 & 1.24e-11 & 3.50e-10 \\ 2.12e-10 & -1.95e-10 & -2.85e-10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2.06e-4 \\ 5.92e-4 \\ -2.98e-4 \end{bmatrix}$

IMU 中陀螺、加速度计测量误差对多位置标定结果的影响,给出了一种经典编排方式下标定误差的定量公式描述。最后通过对仿真结果和一套激光陀螺捷联惯性导航系统的标定试验结果的分析,证实了理论分析结果的正确性。

参考文献:

[1] 杨华波,张士峰,蔡洪.利用构造性仿真评估导弹精度[J].国防科技大学学报,2005,27(2):124-126,130.
 [2] Kohn K.J. Airborne Vector Gravimetry Using GPS/INS[D].The Ohio State University,2000.
 [3] Titterton D.H.,Weston J.L.Strapdown Inertial Navigation Technology[M].Peterson Publishing Co.on behalf of the Institute of Electrical Engineers,2004.
 [4] Cho S.Y.,Park C.G.A. Calibration Technique for a Redundant IMU Containing Low-grade Inertial Sensors[J].ETRI Journal,2005,27(4):418-426.
 [5] Mark J.,Tzartas D.,Hilly T. Fast Orthogonal Calibration of a Ring Laser Strapdown System[C]//Symposium Gyro Technology,Stuttgart,West Germany,1986.
 [6] 严恭敏,秦永元.激光捷联惯组的双轴位置转台标定仿真[J].中国惯性技术学报,2007,15(1):123-127.
 [7] 李建利,房建成,盛蔚.微小捷联惯性测量单元标定及补偿方法[J].宇航学报,2008,29(3):947-951.
 [8] 肖龙旭,魏诗卉,孙文胜.惯测组合快速高精度标定方法研究[J].宇航学报,2008,29(1):172-177.
 [9] Rogers R.M. Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems[M]. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.,2007.
 [10] 白雪峰,赵刻.单轴速率三轴位置惯性测试转台误差及传递分析[J].航天控制,2006,24(2):26-29.
 [11] 吴美平,胡小平.多层局部回归神经网络在激光陀螺捷联惯性导航系统惯性敏感器误差补偿中的应用[J].国防科技大学学报,2001,23(6):104-108.