

文章编号: 1001- 2486(2010) 02- 0033- 07

载人登月自由返回轨道与 Hybrid 轨道设计方法*

白玉铸, 陈小前, 李京浩

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 对自由返回轨道与 Hybrid 轨道的设计方法进行了研究。应用分段受摄的高精度动力学模型, 设计了搜索变量、约束条件与微分修正搜索算法, 搜索得到了自由返回轨道标称轨道, 并使用 STK 软件对其进行了验证与三维仿真, 最后对误差传递情况进行了分析。Hybrid 轨道由自由返回与非自由返回轨道组合而成, 文中给出了一条典型的 Hybrid 轨道设计过程, 并对其优缺点进行了简要分析。文章所述方法与结论可应用于载人登月任务轨道设计, 也可应用于嫦娥后期工程和搭载发射的微型月球探测器的轨道设计。

关键词: 自由返回轨道; Hybrid 轨道; 载人登月; 嫦娥工程; 微分修正算法

中图分类号: V412. 41 文献标识码: A

Free return Trajectory and Hybrid Trajectory Design for Manned Lunar Landing Missions

BAI Yu-zhu, CHEN Xiao-qian, LI Jing-hao

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The method to design lunar free-return trajectory and hybrid trajectory was studied. The sectional perturbational high precision dynamical model was established, then the search variables, target parameters and differential correction algorithm were designed, and a nominal free-return trajectory was searched out, which was validated and three-dimensionally simulated by STK. In addition, the error transfer was analyzed. The paper described a typical design procedure of hybrid trajectory which combines free-return trajectory and non-free-return trajectory, and simply analyzed the advantages and disadvantages of it. The method and conclusions in the paper can be applied to conceptual design of manned lunar landing mission and trajectory design of the later stage of China Lunar Exploration Program, as well as trajectory design of micro lunar probe launched together with other spacecrafts.

Key words: free return trajectory; hybrid trajectory; manned lunar landing mission; china lunar exploration program; differential correction algorithm

月球探测器或登月飞船只在地月转移轨道入轨点(TLI)进行一次变轨,其后不加机动或略加修正,飞抵近月点后在引力作用下绕过月球并自动返回地球附近,这种轨道称为自由返回轨道,如图 1 所示。

自由返回轨道的主要意义在于,载人登月任务地月转移飞行(图 1 中 AB 段)中,倘若航天员或飞船出现意外以至于无法完成登月,那么这种轨道可以在不实施近月点制动情况下使飞船自动沿预先设计的轨道(CD 段)返回地球,从而挽救航天员的生命与部分飞船载荷。嫦娥后期工程也可以采用这种轨道,若任务出现意外需中止,则探测器可沿此轨道返回地球附近并将返回舱回收,如此既可减小损失,也可在任务中为载人登月验证技术方案并积累经验。

自由返回轨道的另一应用领域是微型月球探测器。这种探测器可在其他任务中搭载发射,探测器本身不携带燃料,利用火箭剩余推力将其送入自由返回轨道,对月球,尤其是月球背面进行探测后自动返回地球附近,将数据传回地面。这种设计最大的优势是可以将探测器设计得非常小,从而大大降低发射费用。在斯坦福大学空间系统研发实验室的 CubeSat 计划中,采用这一方案的月球探测器大小仅 10cm,重量仅 1kg^[1]。

* 收稿日期: 2009- 12- 09

作者简介: 白玉铸(1982-),男,博士生。

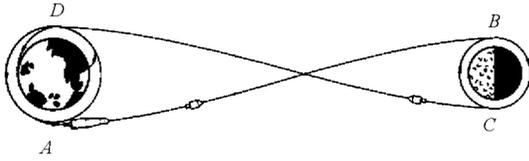


图1 自由返回轨道示意图
Fig. 1 Free-return lunar trajectory

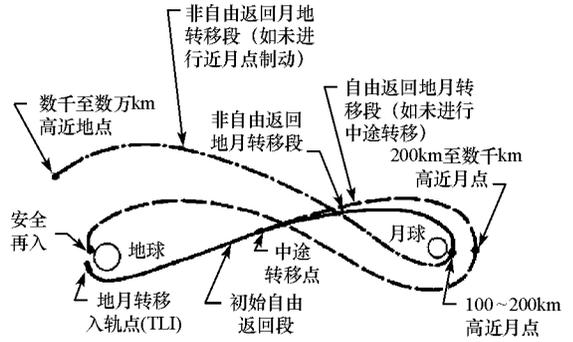


图2 Hybrid轨道示意图
Fig. 2 Hybrid lunar trajectory

自由返回轨道的安全性毋庸置疑,但它也有自身局限性,就是其所受约束过严,以至于有些情况下无法设计出满足各种约束条件的自由返回轨道,或者满足所有约束需消耗过多推进剂。因此有人提出了Hybrid轨道,这种轨道由自由返回轨道与非自由返回轨道组合而成,如图2所示。图2中,在中途转移点之前的实线部分为自由返回轨道,如果在此段飞行过程中任务出现意外需要中止,则不加机动,飞船将沿虚线部分返回地球并再入;如果任务正常,则在中途转移点处加以机动,飞船将沿剩余实线部分飞至近月点,此时施加近地点制动使飞船进入环月轨道;如果近月点处不加以制动,飞船绕过月球后不会返回地球大气层,如图中点划线所示。详细的Hybrid轨道飞行流程见图3。

相比自由返回轨道,Hybrid轨道具备其部分优点,并且摒弃了其缺点。一方面,倘若飞船不幸在中途转移点之前出现故障,Hybrid轨道可以不经变轨将航天员送回地球,从而增加任务的安全性;另一方面,Hybrid轨道所受约束要弱于自由返回轨道,因此设计起来灵活性较大。

自由返回轨道已被美国应用在 Apollo 8, 10, 11 任务中,从 Apollo 12 开始的后续任务,包括 Apollo 13 在内,采用的是 Hybrid 轨道。从那时起直至近期,美国对自由返回轨道与 Hybrid 轨道的研究在持续进行^[2-5],可以说理论与应用上都是比较成熟的;但由于技术保密等原因,可查阅的文献多为对该类型轨道概念上的描述^[2],或特征上的分析^[3],或工程参数的简单介绍^[4],而可用于工程的详细设计方法并不易获得。在国内,刘兴隆与段广仁基于圆锥曲线拼接法,从几何与力学角度对自由返回轨道进行了分析^[6];曾国强等对利用月球近旁转向发射地球静止卫星方法进行了研究^[7];除此以外,目前我国公开的相关研究并不多见。在国家航天战略规划的发展带动下,对自由返回轨道及其衍生轨道的研究已经势在必行。

文章的主要意义在于,在没有类似的国外文献与适合参考的国内文献的条件下,独立完成了可供工程应用的自由返回轨道设计方法,并基于高精度力模型,给出了自由返回轨道标称轨道与典型的 Hybrid 轨道。该方法与所得标称轨道可为我国载人登月与嫦娥后期工程提供参考。

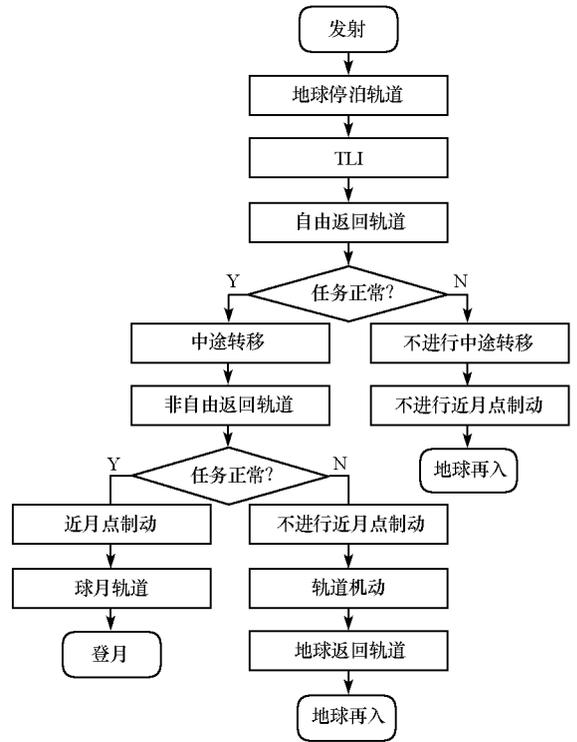


图3 Hybrid轨道飞行程序
Fig. 3 Flight procedure of hybrid trajectory

1 动力学方程

通常情况下, 在地月空间内运动的航天器受力包括: 地心引力与月心引力、其他天体引力摄动、地球与月球非球形摄动、太阳光压摄动、大气阻力摄动以及地球潮汐摄动等。本文采用分段受摄高精度动力学模型: 地心段(月球影响球外, 计算中影响球采用 Laplace 的定义, 半径取为 66 000km) 考虑地心引力、地球非球形摄动、日月引力摄动、太阳光压摄动与大气阻力摄动; 月心段(月球影响球内) 考虑月心引力、月球非球形摄动、日地引力摄动与太阳光压摄动。在理想惯性坐标系下的动力学方程如下:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu_E \mathbf{r}}{r^3} - \frac{\mu_L \mathbf{r}_L}{r_L^3} - \frac{\mu_S \mathbf{r}_S}{r_S^3} - \frac{\mu_{EL} \mathbf{r}_{EL}}{r_{EL}^3} + \mathbf{A}_R + K \left(-\frac{\mu_S \mathbf{r}_{ES}}{r_{ES}^3} + \mathbf{A}_E + \mathbf{A}_D \right) + |K-1| \left(-\frac{\mu_S \mathbf{r}_{LS}}{r_{LS}^3} + \mathbf{A}_L \right) \quad (1)$$

其中: \mathbf{r} 、 \mathbf{r}_L 、 \mathbf{r}_S 分别为航天器地心、月心、日心矢量; \mathbf{r}_{EL} 、 \mathbf{r}_{ES} 、 \mathbf{r}_{LS} 分别为月球地心矢量、太阳地心矢量、太阳月心矢量; μ_E 、 μ_L 、 μ_S 分别为地球、月球、太阳引力常数; \mathbf{A}_E 为地球非球形摄动加速度, 取至 WGS84 模型 30×30 阶; \mathbf{A}_L 为月球非球形摄动加速度, 取至 LP165P 模型 50×50 阶; \mathbf{A}_R 为太阳光压摄动加速度; \mathbf{A}_D 为大气阻力摄动加速度, 取 Jacchia-Roberts 模型; K 为标识位, 在地心段取值为 1, 月心段取值为 0。为便于计算, 采用 J2000.0 地心天球坐标系, 忽略其非惯性带来的误差。

2 轨道的搜索

基于运动方程(1), 建立从满足一定条件的地球停泊轨道出发, 飞越月球后返回地球且满足终端约束的自由返回轨道。地球停泊轨道由轨道历元 t_0 与 6 要素 ($a, e, i, \Omega, \omega, f$) 确定, 分别为半长轴、偏心率、轨道倾角、升交点赤经、近地点幅角与真近点角。当任务方案确定后, 这些量中仅 Ω 与 t_0 可调整, 其余 5 个要素已基本由发射运载系统确定, 可视为常数^[1]。设 t_i 为地月转移轨道入轨(TLI)时刻, Δv 为进入转移轨道需要的速度增量(冲量假设, 切向推力), 则整条自由返回轨道可由如下 4 元素向量确定:

$$\mathbf{V} = (t_0, \Omega_0, t_i, \Delta v)^T \quad (2)$$

任务的终端约束, 也就是搜索目标为

$$\mathbf{G} = (h_L, i_L, h_E, \Delta t)^T \quad (3)$$

其中, h_L 为近月点高度, i_L 为近月点处轨道相对月球赤道的倾角, h_E 为近地点高度, Δt 为任务飞行时间, 从进入地球停泊轨道起, 返回轨道到达近地点止。选择这 4 个参数的原因在于, 对于载人登月任务来说, 自由返回只是一个应急方案, 首先需要考虑的还是正常任务的需求, h_L 与 i_L 对于登月任务来说是必须事先确定的; h_E 的大小则是由回收系统决定的; 飞行时间 Δt 对于载人任务也非常重要。

搜索的变量为 \mathbf{V} , 目标为 \mathbf{G} , 运动方程为(1)式, \mathbf{V} 、 \mathbf{G} 与状态量 $[x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ 间的转换可参考二体理论相关文献。目标 \mathbf{G} 与变量 \mathbf{V} 间的关系可表示为

$$\mathbf{G} = F(\mathbf{V}) \quad (4)$$

F 是一个复杂的函数, 由运动方程(1)和一些轨道参数间的转换关系构成, 并且不具备显式表达式的形式, 因此难以用解析法求解方程(4), 需要用数值算法。下面介绍微分修正搜索算法, 因算法本身比较成熟, 此处仅简要介绍其在该方法中的应用。第 k 次搜索公式如下:

$$\mathbf{V}_{k+1} = \mathbf{V}_k + [\mathbf{M}'|_k]^{-1} [\mathbf{G}_T - \mathbf{G}_k] \quad (5)$$

其中, \mathbf{V}_k 为第 k 次搜索时的变量 \mathbf{V} ; $\mathbf{G}_k = F(\mathbf{V}_k)$; \mathbf{G}_T 为最终目标;

$$\mathbf{M}'|_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_L}{\partial t_0} & \frac{\partial h_L}{\partial \Omega_0} & \frac{\partial h_L}{\partial t_i} & \frac{\partial h_L}{\partial \Delta v} \\ \frac{\partial i_L}{\partial t_0} & \dots & & \\ \frac{\partial h_E}{\partial t_0} & & \dots & \\ \frac{\partial \Delta t}{\partial t_0} & & & \dots \end{bmatrix}_k \quad (6)$$

偏导数阵 M' 称为敏感度矩阵,反映了目标相对于变量扰动的敏感性,是微分修正法中的关键所在。此矩阵应满秩以便可对其求逆。因为 F 不是显式表达式,所以 M' 中的每项偏导数无法直接计算,需要用差分法来计算其数值。例如

$$\left. \frac{\partial \Delta t}{\partial t_0} \right|_k = \left. \frac{\Delta t(t_0 + \delta_0, \Omega_0, t_i, \Delta v) - \Delta t(t_0, \Omega_0, t_i, \Delta v)}{\delta_0} \right|_k \quad (7)$$

其中 δ_0 称为扰动(Perturbation),是为了计算数值偏导数而人为施加的,其过大或过小均可能影响收敛速度与精度,实际计算中需根据经验选取和调整。微分修正法原理简单,收敛速度很快,但缺点是在全局范围上搜索能力不够强,容易陷入一个局部极值点反复进行无意义的搜索,从而无法得到真正的全局解。解决这一问题的基本方法是提供良好的初值,文中算例初值在双二体假设下获得,计算方法可参考文献[8]。

3 标称轨道及其仿真

前面曾提及,停泊轨道除 Ω 与 t_0 外,其余 5 个轨道根数已事先确定,其在本算例中的取值如表 1 所示。表 1 中轨道根数表示在 J2000.0 地心天球坐标系中,以下如无特殊说明,轨道根数均表示在此坐标系中。

表 1 停泊轨道事先确定的轨道根数
Tab. 1 Earlier determined orbital elements of the parking orbit

半长轴(km)	偏心率	倾角($^\circ$)	近地点幅角($^\circ$)	真近点角($^\circ$)
6578.00	0	28.50	0	0

上一节中已经选取了 4 个参数作为约束目标,表 2 中给出一组具体参数作为算例中的约束参数值。其中, h_L 选择 100km 是载人登月任务需要,这样经近月点制动后飞船可直接进入环月低轨道,伺机进行登陆。 i_L 选择 180° 则是自由返回轨道的自身要求,只有当转移轨道月心段在月球赤道面附近,并且飞船绕月方向与月球自转方向相反时,才有可能实现自由返回。对于登月飞船,考虑到返回地球后最好能利用地球大气阻力减速,故将 h_E 设为 100km。 Δt 选择 140h 的原因主要在于载人任务飞行时间不宜过长,结合阿波罗计划情况,将单程飞行时间设定在 70h 左右。

表 2 目标参数取值设置
Tab. 2 Values of the target parameters

目标参数	h_L (km)	i_L ($^\circ$)	h_E (km)	Δt (h)
目标值	100 \pm 20	180 \pm 15	100 \pm 20	140 \pm 10

如前所述,采用双二体假设下得到的自由返回轨道作为后续搜索的初值,可以较快收敛,从而得到所需的自由返回轨道标称轨道。初值与标称轨道对应的变量搜索结果见表 3,对应的整条轨道时序见表 4。

表 3 自由返回轨道初值与标称轨道搜索结果
Tab. 3 Initial values and nominal searching results of the free-return trajectory

搜索变量	t_0 (UTCG)	Ω_0 ($^\circ$)	t_i (UTCG)	Δv (km/s)
初值	1 Jul 2020 11: 43 52.85	37.61	1 Jul 2020 12 00: 02.67	3.1594
搜索结果	1 Jul 2020 11: 44 12.85	37.35	1 Jul 2020 12 00: 23.05	3.1618

表 4 标称轨道任务时序
Tab. 4 Mission timeline of the nominal trajectory

特征点	停泊轨道初始历元	TLI 机动	地月转移轨道近月点	返回轨道近地点
时刻(UTCG)	1 Jul 2020 11: 44 12.85	1 Jul 2020 12 00 23.05	1 Jul 2020 12 00: 23.05	4 Jul 2020 04 25 48.12

将表 1 与表 3 中的标称轨道参数输入 STK 软件,并且在其中选取与本文相同的分段受摄模型,可以

计算得到我们关心的 4 个目标参数值, 如表 5 所示, 可将其与表 2 对比观察约束满足情况。

表 5 标称轨道对应的目标参数值(STK 计算)

Tab. 5 Target parameters of the nominal trajectory (calculated by STK)

目标参数	h_L (km)	i_L ($^\circ$)	h_E (km)	Δt (h)
标称轨道对应值	100.01	169.45	105.50	133.63

利用 STK 实现标称轨道数值仿真后, 可以进一步使用其 VO 模块对标称轨道进行三维可视仿真。图 4 中第一幅图描绘了在地心天球坐标系中, 从黄北极附近方向看到的轨道全景, 时刻为飞船飞抵近月点前; 第二幅图中则是在月心天球坐标系中, 从日月连线附近方向看到的部分轨道, 时刻为飞船正位于近月点处。从图 4 中可直观地看出设计的标称轨道能够实现绕月自由返回的任务。

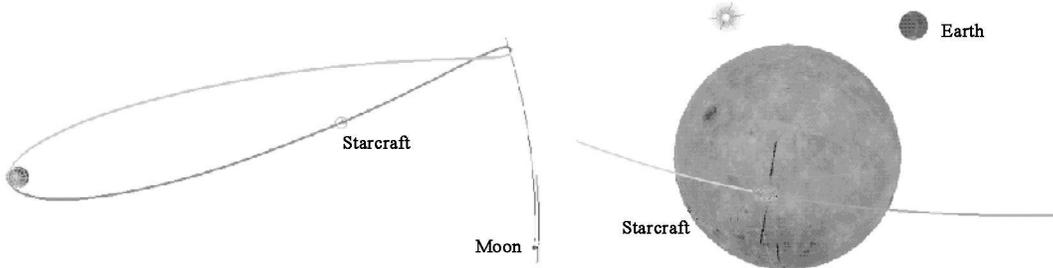


图 4 STK 仿真的自由返回标称轨道

Fig. 4 Nominal free-return trajectory simulated by STK

4 误差的传递

得到标称轨道后, 我们关心的一个问题是, 在变量 V 存在误差的前提下目标参数 G 会有多大幅度的变化。因为 $G = G(V)^{[1]}$, 所以 G 的偏微分可表示为

$$\partial G = \frac{\partial G}{\partial V} \partial V \quad (8)$$

此处 $\partial G / \partial V$ 是这个系统的 4×4 的 Jacobian 矩阵, 可用来衡量不同变量对目标参数的影响程度, 实质就是第 2 节中的敏感度矩阵 M' , 因此在误差传递分析中无需重新计算。这也是采用微分修正搜索算法的一个好处, 即在搜索求解的过程中已经考虑了变量扰动对目标参数的影响。

在变量 V 相对标称轨道存在微小误差情况下, 基于 (8) 式与前面已经得到的 Jacobian 矩阵 M' , 计算得到了目标参数 G 相对标称轨道的偏差, 结果见表 6。从结果中可以看出, 除停泊轨道历元 t_0 外, 其他三个变量的扰动对目标参数均有较明显影响, 尤其是升交点赤经 Ω_0 , 其 0.1° 的误差就使近月点高度 h_L 增加了达 300km, 而经月球近旁转向返回地球附近后, 近地点高度 h_E 的变化更是高达 3400km。由此可见, 对 Ω_0 、 t_i 、 Δv 等变量需要加以精确控制, 对于精度要求较高的任务, 有必要采取中途修正措施。

表 6 基于标称轨道的误差传递计算

Tab. 6 Error transfer calculation based on the nominal trajectory

受扰动变量	误差大小	Δh_L (km)	Δi_L ($^\circ$)	Δh_E (km)	$\Delta \Delta t$ (h)
t_0 (UTCG)	1s	- 0.55	0.003	7.39	0.005
Ω_0	0.1 $^\circ$	301.45	0.86	- 3393.77	2.80
t_i (UTCG)	1s	229.72	- 0.88	- 1483.72	2.55
Δv	0.1m/s	52.63	0.30	- 978.66	0.39

5 Hybrid 轨道设计与仿真

对于 Hybrid 轨道来说, TLI 机动后飞船首先进入的仍是一条自由返回轨道, 该轨道仍然可使用上述

方法设计。所不同的是,这条自由返回轨道近月点较高,从数百千米直到数千千米均有可能,因此不能直接执行近月点制动进入环月轨道。TLI 机动约 24h 后,可以执行中途转移,将飞船送入近月点高度 100km 左右的非自由转移轨道,这样到达近月点后可直接制动进入环月轨道,伺机着陆。Hybrid 轨道的飞行程序如图 3 所示。

此处将自由返回轨道的近月点抬高,不妨设置高度为 1500km,其他参数取值与表 1、表 2 中相同,可得到 Hybrid 轨道的自由返回段。因设计方法与前述相同,此处略去细节,直接给出轨道根数如表 7 所示。

表 7 Hybrid 轨道自由返回段轨道根数

Tab. 7 Orbital elements of free-return section of the hybrid trajectory

历元(UTCG)	半长轴(km)	偏心率	倾角(°)	升交点赤经(°)	近地点幅角(°)	真近点角(°)
1 Jul 2020 12 00 23.00	261695.80	0.97489	28.47	39.07	66.01	0

TLI 机动 24h 后,施加速度冲量进行中途转移,转移的目标是近月点高度 $h_L = 100\text{km}$,近月点倾角 $i_L = 150^\circ$ 。可调量为表示在飞船当地 VNC(Velocity, Normal, Co-normal) 坐标系中的速度冲量,经计算分析,速度冲量在 XY 平面,即飞船速度与轨道法向确定的平面内时,能量消耗较小。仍采用微分修正法计算,搜索变量为 $V = (\Delta v_x, \Delta v_y)^T$,搜索目标为 $G = (h_L, i_L)^T$ 。得到的转移机动结果如表 8 所示,Hybrid 轨道的特征点时刻如表 9 所示。

表 8 Hybrid 轨道中途转移参数搜索结果

Tab. 8 Searching results of midcourse transfer parameters of the hybrid trajectory

Δv_x (m/s)	Δv_y (m/s)	h_L (km)	i_L (°)
-0.01226	-0.00503	100.00	150.00

表 9 Hybrid 轨道任务时序

Tab. 9 Mission timeline of the hybrid trajectory

特征点	停泊轨道初始历元	TLI 机动	轨道修正	地月转移轨道近月点
时刻(UTCG)	1 Jul 2020 11:44:12.00	1 Jul 2020 12:00:23.00	2 Jul 2020 12:00:23.00	4 Jul 2020 08:43:14.95

将表 7、表 8 与表 4、表 5 对比可以发现,这条 Hybrid 轨道比上述算例中自由返回轨道实现了更大的近月倾角与更长的转移时间,也就是提高了轨道设计的灵活性。虽然中途转移消耗了约 13m/s 的速度冲量,但在 TLI 机动时比自由返回轨道算例中节省了 8m/s,因此整体消耗仅增加 5m/s。

图 5 中分别是 STK 仿真的地心惯性坐标系与月心惯性坐标系下的 Hybrid 轨道。图中实线为 Hybrid 轨道,任务正常情况下飞船会沿此轨道飞抵近月点,制动后进入环月轨道;倘若 TLI 后任务异常无法执行登月,则取消中途转移点处的机动,飞船会沿图中虚线所示轨道自行返回地球附近。从图 5 中也可以看出,Hybrid 轨道经月球近旁转向后与自由返回轨道迅速拉开了距离,这意味着如果近月制动无法顺利进行,飞船不能自行返回地球,这也是 Hybrid 轨道的一个不足之处。

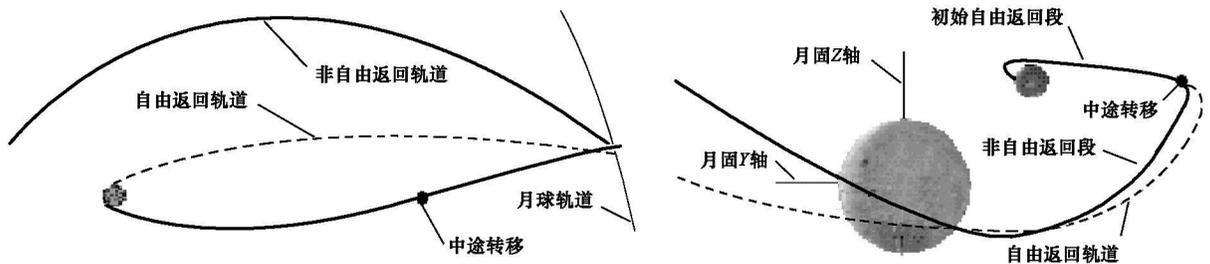


图 5 STK 仿真的 Hybrid 轨道

Fig. 5 Hybrid trajectory simulated by STK

6 结论与展望

自由返回轨道是载人登月任务首选的一类转移轨道。文章提出了一种设计自由返回轨道的有效方法, 该方法可用于载人登月工程与嫦娥后期工程的转移轨道设计, 也可用于搭载发射的微型月球探测器的轨道设计。通过 STK 的仿真, 验证了该方法设计的标称轨道能够实现绕月后自由返回的任务。经过对误差传递的分析可知, 多数变量的微小扰动会对后续轨道产生明显影响, 对于精度要求高的任务需要采取中途修正。

Hybrid 轨道由自由返回与非自由返回轨道组合而成, 文中给出了一条典型的 Hybrid 轨道设计过程与结果。Hybrid 轨道所受约束要弱于自由返回轨道, 因此设计起来灵活性较大, 例如可以实现比自由返回轨道更长或更短的转移轨道飞行时间, 从而更好地满足发射与着月两端因地理位置、光照及测控条件等对时间上提出的要求^[9]; 还可以实现更高的着月点纬度, 从而增加任务的月面探测范围^[2]。Hybrid 轨道不足之处是在近月制动无法顺利进行情况下, 飞船不能自行返回地球; 此时若要保障航天员安全, 需在近月点后适当时刻进行机动, 将飞船送入可返回地球的轨道, 这也是需要进一步研究的课题。

参考文献:

- [1] Ocampo C, Hayes S, Twiggs R. Single Injection Earth Return Trajectory Options for Small Spacecraft Missions to the Moon [C]//SSC01- III- 3, 15th Annual USU Conference on Small Satellites, Utah, August 2001.
- [2] Berry R L. Launch Window and Translunar, Lunar Orbit, and Transearth Trajectory Planning and Control for the Apollo 11 Lunar Landing Mission [C]//AIAA70- 0024, AIAA 8th Aerospace Sciences Meeting, New York, January 19- 21, 1970.
- [3] Beksinski E D, Jr. Abort Trajectories for Manned Lunar Missions [D]. University of Maryland, 2007.
- [4] Solar System Exploration Division, Johnson Space Center. A Site Selection Strategy for a Lunar Outpost [R]. Conclusion of a Workshop, August 13 - 14, 1990.
- [5] Betts J T, Survey of Numerical Methods for Trajectories Optimization [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1998, 21(2): 193- 207, 1998.
- [6] Liu X L, Duan G R. Designs of Optimal Free-return Orbit for Moon Landing [C]//International Conference on Robotics and Biomimetics, Sanya, China, December 15- 18, 2007.
- [7] 曾国强, 等. 借助月球引力发射地球静止卫星研究[J]. 空间科学学报, 2000, 20(2): 177- 184.
- [8] 白玉铸, 等. 月球探测器返回轨道特性分析[J]. 国防科技大学学报, 2008, 30(4): 11- 16.
- [9] 白玉铸, 等. 软着月任务窗口与轨道设计方法研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(6): 2092- 2098.

(上接第 16 页)

参考文献:

- [1] Burns R, Craig A. TechSat21: Formation Design, Control and Simulation [C]//IEEE Aerospace Conference Proceedings, New York, 2000: 19- 25.
- [2] Schweighart S A. Development and Analysis of High Fidelity Linearized J2 Model for Satellite Formation Flying [D]. Thesis of Master of Science, Massachusetts Institute of Technology, June 2001.
- [3] Vadali S R, Alfriend K T, Vaddi S. Hill's Equation, Mean Orbital Elements and Formation Flying of Satellites [R]. AAS00- 258, 2000.
- [4] Guibout V M, Scheeres D J. Solving Relative Two-point Boundary Value Problems: Spacecraft Formation Flight Transfers Application [J]. Journal of Control, Guidance and Dynamics, 2004, 27(4): 693- 704.
- [5] Guibout V M, Scheeres D J. Spacecraft Formation Dynamics and Design [J]. Journal of Control, Guidance and Dynamics, 2004, 29(1): 121 - 133.
- [6] 肖峰. 人造地球卫星轨道摄动理论 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995.
- [7] 韩广才, 李鸿, 商大中. 分析力学 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2003.