

文章编号: 1001-2486(2010)02-0085-06

两种相位鉴别器下的导航接收机跟踪环路性能分析及比较*

唐小妹¹, 徐鹏程², 王飞雪¹

(1. 国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 北京航空航天大学 电子与信息工程学院, 北京 100083)

摘要: Costas 环路是导航接收机中常用的载波跟踪环路, 目前关于环路性能的分析很多, 传统的分析方法以及结论均是基于信号功率归一化的乘法鉴别器, 且一般认为环路带宽在输入信号信噪比变化过程中是不变的。本文通过对目前数字跟踪环路实现中常用的两种鉴别器(基于总功率归一化的乘法鉴别器和反正切鉴别器)进行精确建模和分析, 据此得到了两种鉴别器精确的热噪声跟踪误差表达式, 并进行了仿真验证。通过比较可知, 在输入信噪比小于 4dB 时, 反正切鉴别器和归一化的乘法鉴别器的性能基本相同, 两种鉴别器所能达到的跟踪门限信噪比基本相同。本文的结论可用于精确指导导航接收机的设计。

关键词: 锁相环; Costas 环; 相位鉴别器; 乘法鉴别器; 反正切鉴别器; GPS

中图分类号: TN967.1 文献标识码: A

Performance Comparison of Phase Detector in Navigation Receiver's Tracking Loop

TANG Xiao-me¹, XU Peng-cheng², WANG Fei-xue¹

(1. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. College of Electronics and Information Engineering, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Costas loop is usually used in navigation receiver as carrier tracking loop, so many analyses have been made about costas loop. Traditional analysis is based on unitary signal power multiplicative detector, and the loop bandwidth is considered constant no matter what the signal to noise ratio is. In this paper, two kinds of phase detectors are precisely modeled and analyzed. The thermal noise formula is given and proved by simulation. If the signal to noise ratio is lower than 4dB, the performances of the two detectors are almost the same, the signal to noise ratio threshold of tracking is almost the same. The results of this paper can be used to design the satellite navigation receiver.

Key words: Phase Lock Loop(PLL); costas loop; phase detector; arctangent detector; multiplicative detector; GPS

全球定位系统 GPS(Global Positioning System) 能够为用户提供精确的位置、速度、时间等信息服务, 已经得到了广泛的应用。为降低复杂度及实现成本, GPS 接收机中通常采用 Costas 环实现环路跟踪, 数字中频信号通过载波剥离和伪码剥离后进行相关累加计算, 将 I、Q 通道的相关值通过鉴别器, 鉴别出当前的载波相位误差, 通过载波环路滤波器后实现对本地载波 NCO 的控制。

相位鉴别器是环路设计中一个重要环节, 不同的相位鉴别器在不同的信噪比引入的相位鉴别方差、收敛区间等性能均有差异, 由于调制有导航电文, 需要去除导航电文的影响, 常用的载波相位鉴别器如表 1 所示^[1-4]。

传统的 Costas 环路的分析结论及方法主要是基于信号功率归一化的乘法鉴别器, 并不能完全适用于其它形式的鉴别器, 本文将对总功率归一化的乘法鉴别器(以下简称位乘法鉴别器)和反正切鉴别器环路的性能进行分析。由于除法鉴别器易出现分母为零的情况, 实际中很少使用, 故本文不对除法鉴别器的特性进行分析。

* 收稿日期: 2009-11-02

作者简介: 唐小妹(1982-), 女, 博士生。

表1 常用的载波相位鉴别器以及理想输出相位误差

Tab. 1 Common phase lock loop detectors

| 名称 | 鉴别器算法 | 纯信号下输出 相位误差形式 | 备注 |
|-----------------|----------------------------|-------------------|-----------------------------|
| 1. 信号功率归一化乘法鉴别器 | $I_k \times Q_k / P_S$ | $\sin(2\theta_k)$ | 传统理论分析中使用的鉴别器, 需要辅以信号功率估计电路 |
| 2. 总功率归一化乘法鉴别器 | $I_k \times Q_k / P_{S+N}$ | $\sin(2\theta_k)$ | 实际中常用的鉴别器, 信号总功率计算较为简单 |
| 3. 除法鉴别器 | Q_k / I_k | $\tan\theta_k$ | 不稳定, 易发散, 易出现分母逼近0的情况 |
| 4. 反正切鉴别器 | $\arctan(Q_k / I_k)$ | θ_k | 数字电路发展后, 常用的鉴别器 |

注: P_S 为信号功率, P_{S+N} 为信号加噪声的总功率, 分别对乘法鉴别器的输出幅度进行归一化。

下面将首先给出跟踪环路的一般模型, 比较两种鉴别器的性能, 并对两种鉴别器的环路的具体性能进行比较。

1 模型描述

1.1 跟踪环路的相位噪声模型

由数字跟踪环的理论可知, 由于环路分析的复杂性且鉴别器在收敛范围内的输出近似于线性, 对鉴别器线性化后, 简化模型^[5]如图1所示。

由图1可知, 相位鉴别器的输出可以写成如下的表示形式:

$$\begin{aligned} u_d(n) &= k_d(\theta_1(n) - \theta_2(n)) + \theta_{n,PD}(n) \\ &= k_d(\theta_1(n) - \theta_2(n) + \frac{\theta_{n,PD}(n)}{k_d}) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\theta_1(n)$ 为输入的载波相位, $\theta_2(n)$ 为本地恢复的载

波相位, k_d 为鉴别器的增益系数; $\theta_{n,PD}(n)$ 为鉴相器引入的随机噪声, 方差记为 $\sigma_{n,PD}^2$ 。

由锁相环的理论可知, 白噪声引起的相位估计误差的表达式如下^[6]:

$$\sigma_{\theta_2}^2 = \frac{\sigma_{n,PD}^2 \cdot B_0}{k_d^2 \cdot f_s} \quad (2)$$

其中, B_0 为环路等效噪声带宽^[4]。

$$B_0 = \oint |H(z)|^2 dz = \frac{G_1}{4 \cdot G_2} \left[1 + k_d \cdot \frac{G_2^2}{G_1} \right] \quad (3)$$

1.2 鉴别器的统计模型

不考虑伪码相位跟踪误差, 相关累加后的 I 、 Q 信号可以分别写成如下的形式:

$$\begin{cases} I_k = A \cdot d_k \cdot \cos\theta_k + n_{i,k} \\ Q_k = A \cdot d_k \cdot \sin\theta_k + n_{q,k} \end{cases} \quad (4)$$

其中, A 为信号幅度; d_k 为调制的导航电文; θ_k 为残留的载波相位误差; $n_{i,k}$ 和 $n_{q,k}$ 相互独立, 方差均为 σ^2 。

相关累加值 I_k 、 Q_k 的联合概率密度函数为

$$f(I_k, Q_k | \theta_k) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(I_k - A \cdot d_k \cdot \cos\theta_k)^2 - \frac{1}{2\sigma^2}(Q_k - A \cdot d_k \cdot \sin\theta_k)^2\right] \quad (5)$$

根据 I_k 、 Q_k 的联合概率分布函数, 得到信号功率归一化的乘法鉴别器的均值和方差的表达式分别为

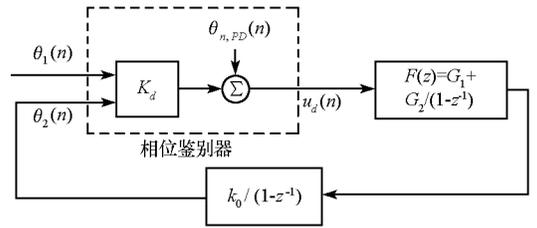


图1 锁相环的相位噪声模型

Fig. 1 Block diagram of linearized phase loop

$$\frac{1}{2 \cdot (1 + \frac{2\sigma^2}{A^2})} \sin(2\theta_k) \quad (6)$$

$$\frac{A^2 \sigma^2 + \sigma^4}{(A^2 + 2\sigma^2)^2} \quad (7)$$

得到反正切鉴别器的均值和方差解析表达式分别为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \arctan y \cdot f(y | \theta_k) dy \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \arctan y^2 \cdot f(y | \theta_k) dy - \left[\int_{-\infty}^{\infty} \arctan y \cdot f(y | \theta_k) dy \right]^2 \quad (9)$$

其中:

$$f(y | \theta_k) = 2e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2} - \frac{A \cdot \cos\theta + A \cdot y \cdot \sin\theta}{1 + y^2}} \cdot \left[2.50663 \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{1 + y^2}} \cdot e^{-\frac{A^2}{\sigma^2} \cdot \frac{(A \cdot \cos\theta + A \cdot y \cdot \sin\theta)^2}{2(1 + y^2)\sigma^2}} \cdot \text{Erf}\left(-\frac{0.707107(A \cdot y \cdot \sin\theta + A \cdot \cos\theta)}{\sqrt{\sigma^2(1 + y^2)}}\right) \right]$$

下面将主要对鉴相器的输出均值 $E[u_d]$, 鉴相器引入的噪声 $\theta_{n,PD}$, 鉴别曲线的增益 k_d 分别进行分析。

2 鉴别器性能分析及仿真

由以上理论分析可知, 鉴别器的性能与输入信号的信噪比有关, 下面将根据 1.2 节的鉴别器统计模型对不同信噪比条件下的鉴别器均值、收敛区间与线性度、相位噪声几方面进行性能分析。

2.1 鉴别器均值

根据均值的解析表达式可以计算得到在不同信噪比下的鉴别器的均值如图 2 所示。

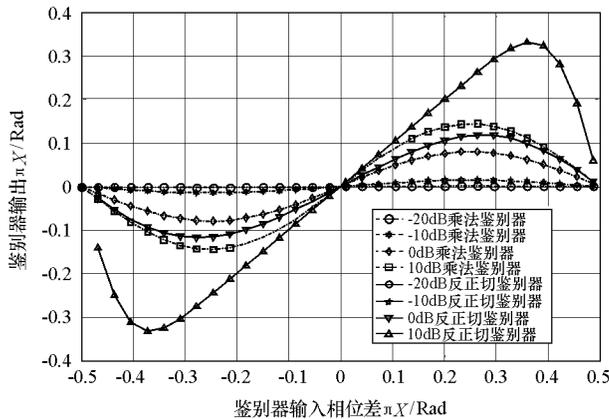


图 2 不同信噪比下的乘法和反正切鉴别器的均值

Fig. 2 Noise degradation of multiplication and rectangular phase detectors characteristic

由图中可以看出, 在高信噪比时, 反正切和乘法鉴别器的区别较大, 反正切的线性区间及斜率与输入信噪比大小成正比, 信噪比低时, 二者的鉴别曲线基本重合。

2.2 收敛区间及鉴别器增益

收敛区间是使环路能够收敛到正确相位的初始相位范围, 当初始相位误差超过收敛区间范围时, 环路可能会假锁, 锁定到其它伪收敛点上。收敛区间是从鉴别曲线的最低点到鉴别曲线的最高点的伪码相位差。由于各点斜率不同, 鉴别器增益采用近似计算, 定义鉴别曲线最大值和最低值连线的斜率近似为鉴别器的增益。

根据 2.1 节中的鉴别器的不同信噪比下的均值, 计算出不同信噪比下的两种鉴别器的收敛区间和

增益分别如图3所示。

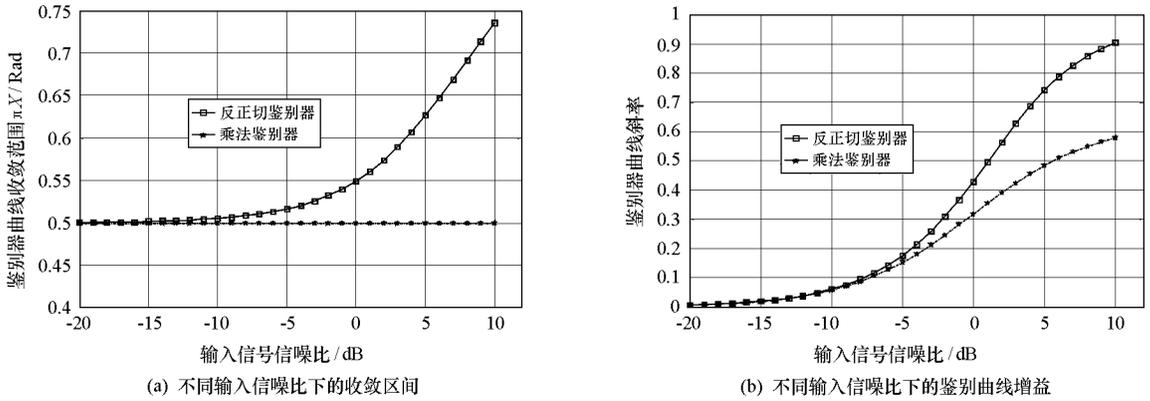


图3 乘法及反正切鉴别器收敛区间及增益比较

Fig. 3 Comparison of lock in range and PD gain

由图中可以看出,乘法鉴别器的收敛区间与输入信噪比无关,反正切鉴别器的收敛区间随着信噪比的增大而增大。在信噪比小于0dB时,两种鉴别器的斜率基本相同,在信噪比高时,反正切鉴别器的斜率大于乘法鉴别器的斜率。

2.3 鉴别器方差

乘法鉴别器和反正切鉴别器在不同信噪比下的方差 $\sigma_{n,PD}^2$ 如图4所示。

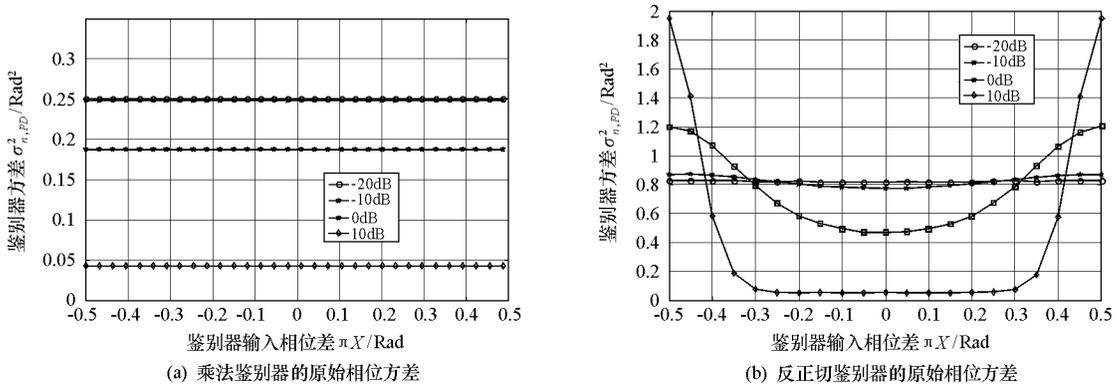


图4 两种鉴别器不同相位对应的原始相位方差

Fig. 4 Variation of phase detectors

由图中可以看出,乘法鉴别器的方差随信噪比的减小而增大,而对于反正切鉴别器,不同的相位具有不同的方差值,在相位接近 $\pm 0.5\pi$ 时,方差最大。

3 环路性能分析及比较

由前面的分析可知,鉴别器在不同的信噪比下方差和增益均会产生非线性变化,会使环路的带宽以及热噪声跟踪误差与传统分析结果有所差异,下面将对热噪声产生的跟踪误差和两种鉴别器下的跟踪门限信噪比进行比较。

3.1 热噪声误差

由文献[4-5,7]可知,按照误差最小二阶环的参数设计,对于理想的鉴别器,环路带宽设计为 B_0 (以下称为理想带宽),通常 G_1 和 G_2 的设置满足如下的关系:

$$G_1 = \sqrt{2} \omega_0, G_2 = \omega_0^2, \omega_0 = B_0 / 0.53 \quad (10)$$

将(10)式代入(2)式, 得到具体的热噪声引起的跟踪误差表达式:

$$\sigma_{\theta_2}^2 = \frac{\sigma_{n,PD}^2 \cdot B_0 \cdot (1 + 2k_d)}{2.998 \cdot f_s \cdot k_d^2} \quad (11)$$

将不同鉴别器的分析结果代入式(11)中, 得到理论曲线和实际仿真得到的跟踪误差曲线如图5所示。由图中可知, 反正切鉴别器环路的热噪声跟踪误差在信噪比低于4dB时大于正弦鉴别器环路, 而当信噪比大于4dB后, 两种鉴别器环路的热噪声跟踪误差基本相当。图中没有显示信噪比低于-10dB时的跟踪误差, 是因为仿真过程中在信噪比低于-10dB时, 环路失锁的概率较高, 无法准确地统计出跟踪误差, 下一节将对环路稳定跟踪的信噪比门限进行分析。

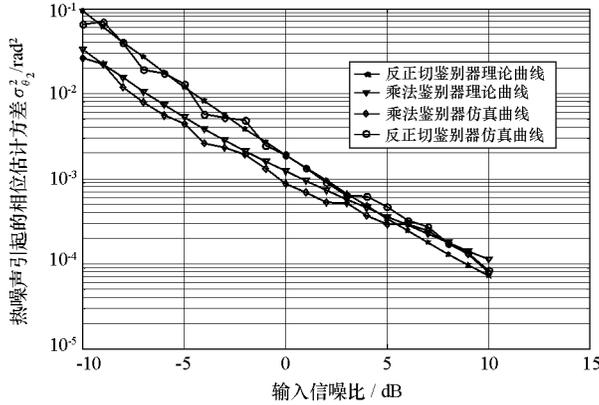


图5 热噪声误差(理想鉴别器下的环路带宽 $B_0 = 1\text{Hz}$)

Fig. 5 PLL thermal noise (loop bandwidth $B_0 = 1\text{Hz}$)

另外, 从图中可以看出仿真和理论结果基本吻合, 验证了本文对不同信噪比下的等效环路带宽以及鉴别器特性分析的正确性。

3.2 跟踪门限信噪比

对于环路而言, 主要的误差源为热噪声引入的相位误差、振荡器稳定度引入的误差以及高阶动态引入的误差, 其中热噪声对相位噪声的影响由相位鉴别器噪声和环路带宽共同决定, 后两者只与环路带宽有关。根据经验^[4]认为跟踪误差的 3σ 值不能超过鉴别器的收敛区间时, 环路才能稳定跟踪。环路的门限值可以写成如下的表达式^[4,7]:

$$3\sigma_{Costas} = 3 \cdot \sqrt{\sigma_{\theta_2}^2 + \sigma_A^2} + \theta_e \leq \frac{L}{2} \quad (12)$$

其中, σ_{θ_2} 为 1σ 热噪声;

σ_A 为 1σ 阿仑偏差引起的相位噪声, $\sigma_A(\tau)$ 为晶振的短期稳定度, f_L 为信号的射频频率;

二阶环: $\sigma_A^2 = \left[2.51 \cdot \frac{\sigma_A(\tau) \cdot f_L}{B_n} \right]^2$, 三阶环: $\sigma_A^2 = \left[2.79 \cdot \frac{\sigma_A(\tau) \cdot f_L}{B_n} \right]^2$;

θ_e 为高阶动态引起的跟踪偏差, 假设没有高阶动态, 则不考虑该项引入的误差。

导航接收机中使用的振荡器的短期稳定度^[9]为 0.5×10^{-9} 左右, 射频频率设为 GPS 的 L1 (1575.42MHz), 得到的不同理想环路带宽下的最低门限信噪比如图6所示。

由图中可以看出, 考虑振荡器的影响(0.5×10^{-9})后, 最低门限信噪比为 2dB, 乘法鉴别器和反正切鉴别器的最低门限信噪比相同, 但由于反正切鉴别器的收敛区间大于乘法鉴别器, 所以在环路带宽相同时, 反正切的最低门限信噪比低于乘法鉴别器, 但是, 采用不同的带宽设置值, 两种鉴别器所能达到的最低信噪比是相同的。

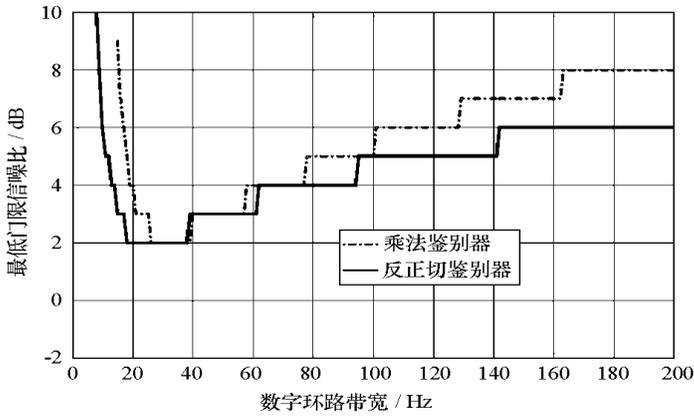


图6 热噪声和振荡器稳定度两因素影响下的跟踪门限信噪比
Fig. 6 Tracking SNR threshold under thermal noise and oscillator phase noise

4 结束语

本文主要分析了实现中常用的基于总功率归一化的乘法鉴别器和反正切鉴别器的 Costas 环路的性能,给出了不同信噪比下两种鉴别器的均值、收敛区间、鉴别曲线斜率以及归一化相位方差具体结果。分析比较了在不同的信噪比下两种鉴别器的环路性能,结果表明,在信噪比低于 4dB 时,两种鉴别器的性能基本相同,同时跟踪信噪比门限也基本相同。这些结论可以为数字导航接收机的设计提供理论依据。

参考文献:

- [1] Maurizio F, Gianluca M, Paolo M, et al. Performance Analysis of MBOC, AltBOC and BOC Modulations in Terms of Multipath Effects on the Tracking Loop within GNSS Receivers[C]//ION PLANS, California CA, May 5- 8, 2008: 369- 376.
- [2] Kannan M, Richard K, Lachapelle G. Performance Evaluation of L2C Data/Pilot Combined Carrier Tracking[C]//ION GNSS 21st International Technical Meeting of the Satellite Division, Savannah CA, September 16- 19, 2008: 1658- 1666.
- [3] Stefan K, Christian A, Daniel G, et al. GNSS Receiver with Vector Based PLL-assisted PLL Carrier Tracking Loop [C]//ION GNSS 21st International Technical Meeting of the Satellite Division, Savannah CA, September 16- 19, 2008: 197- 198.
- [4] Kaplan E D, Hegarty C J. Understanding GPS: Principles and Applications[M]. Second Edition, Artech House Inc., 2006: 120- 150.
- [5] Gardner F. Phase Lock Techniques[M]. John Wiley and Sons Inc., 1979: 25- 65.
- [6] Yu W, Lachapelle G, Skone S. PLL Performance for Signals in the Presence of Thermal noise, Phase Noise, and Ionospheric Scintillation[C]//ION GNSS Fort Worth TX, September 26- 29, 2006: 1- 17.
- [7] Parkinson B W, Spiker J J. Global Positioning System: Theory and Applications[M]. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996: 369- 394.
- [8] 唐小妹. 高性能导航接收机中的载波恢复与载噪比估计研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2005.
- [9] Microtechnology G-Mac. Frequency Product Data Book[R]. Teamwork, Technology and Trust, 2006: 87.