

文章编号: 1001- 2486(2010) 02- 0135- 06

# 基于 Zernike 多项式拟合的自由曲面车削误差补偿技术\*

关朝亮, 王建敏, 戴帆, 尹自强

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 慢刀伺服车削技术是一种特殊的创成加工方法, 采用  $C$  轴、 $X$  轴、 $Z$  轴联动的方式在极坐标或圆柱坐标内可车削加工自由曲面光学元件。但是由于各种误差因素的影响, 使用慢刀伺服技术仅加工一次获得的光学元件可能不满足精度指标。为此需要研究能够进一步提升慢刀伺服车削加工精度的误差补偿技术。Zernike 多项式是面形分析与光学分析之间的理想接口工具, 因此本文使用 Zernike 多项式拟合的方法处理慢刀伺服车削加工的误差, 并根据慢刀伺服加工技术的特点, 建立慢刀伺服车削加工的误差补偿算法。实验结果表明, 基于 Zernike 多项式拟合的慢刀伺服车削加工误差补偿技术可有效地针对加工中产生的特定误差进行补偿, 从而提高自由曲面车削加工精度。

**关键词:** 慢刀伺服; Zernike 多项式拟合; 自由曲面; 误差补偿

**中图分类号:** TH161      **文献标识码:** A

## Figure Error Compensation of Freeform Surface Turning Based on Zernike Polynomial Fitting

GUAN Chaoliang, WANG Jianmin, DAI Yifan, YIN Ziqiang

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Slow Tool Servo diamond turning is capable of effectively generating freeform optical surfaces or rotationally non-symmetric surfaces. However, many error sources, such as geometric and thermal errors of machine tool, and the forced vibration, dominate machining accuracy. In order to enhance fabricate accuracy, machining error compensatory approach was studied. Zernike polynomials are powerful in analyzing the relationship between the surface figure and the optical performance. So machining error was analyzed by Zernike polynomial fitting procedure, and the error compensation algorithm based on tool path correction was constructed. Experiments show that the slow tool servo diamond turning method can generate freeform optical surface, while the compensation method can obviously improve the machining accuracy.

**Key words:** slow tool servo; Zernike polynomial fitting; freeform surface; error compensation

自由曲面光学元件加工一直是超精密制造领域的热点研究问题。目前发展起来的方法有自由曲面研磨 (Freeform Grinding)、微铣削 (Micro milling)、飞刀铣削 (Raster milling)、快刀伺服 (FTS) 车削以及慢刀伺服 (STS) 车削技术<sup>[1]</sup>等。慢刀伺服车削技术是在传统超精密车削加工的基础上随着直线电机驱动技术的应用发展起来的。慢刀伺服技术的优势在于: (1)  $Z$  轴加工行程较大。可加工更加陡峭、起伏更大的复杂面形。(2)  $C$ 、 $X$ 、 $Z$  三轴采用联动的方式加工。数控程序得以简化, 由复杂面形计算出的刀位点轨迹可直接用于数控程序。因此, 慢刀伺服车削技术用于自由曲面光学元件加工有较大优势。

然而, 慢刀伺服加工过程与一般超精密车削加工过程类似, 都受到各种各样外部误差和内部误差因素影响<sup>[2]</sup>, 使加工过程偏离理想进程, 从而造成零件形状加工误差。提高加工精度的基本做法是: 准确理解和测量各项误差项的特点及大小, 并分别进行控制或补偿。国内外学者在机床几何精度建模方面已经开展了深入而广泛的研究。但是某些误差的传递过程非常复杂并且可能相互耦合, 很难研究清楚。因此, 目前机床精度建模和误差补偿<sup>[3]</sup>主要以静态误差和准静态误差为主, 对动态误差如主轴回转和跳

\* 收稿日期: 2009- 11- 20

基金项目: 国家部委基金资助项目 (9140A18070108KG0147)

作者简介: 关朝亮 (1981-), 男, 博士生。

动误差、机床位置伺服系统跟踪误差等一般不做考虑。

然而,在自由曲面超精密车削加工中这些动态误差的补偿却又非常重要。本文从一个新的角度,把面形加工误差作为研究对象,考虑各项误差源综合影响结果。将面形误差分为系统误差和随机误差,通过改变机床输入,从而补偿系统误差部分,最终提高工件加工精度。本文根据慢刀伺服车削加工技术的特点,使用 Zernike 多项式拟合的方法提取光学自由曲面加工中的特征误差,并对刀具路径进行修正,从而提高慢刀伺服车削加工的精度。

## 1 慢刀伺服车削技术

如图 1 所示,在传统超精密车削加工过程中,工件相对于刀具旋转形成回转发生线,刀具在直角坐标系内按母线形状运动,两个成形运动的复合使刀具以螺旋状轨迹对工件进行加工。其中,主轴带动工件的旋转运动又可称为主运动,刀具在直角坐标系按母线运动则称为进给运动。普通二轴超精密车削中主运动和进给运动相互独立。 $Z$  轴运动仅是  $X$  轴距离的函数,因此刀尖仅能形成相对于主轴中心回转对称的轨迹线。因此,普通二轴超精密车床创成方式决定其仅能加工回转对称曲面。

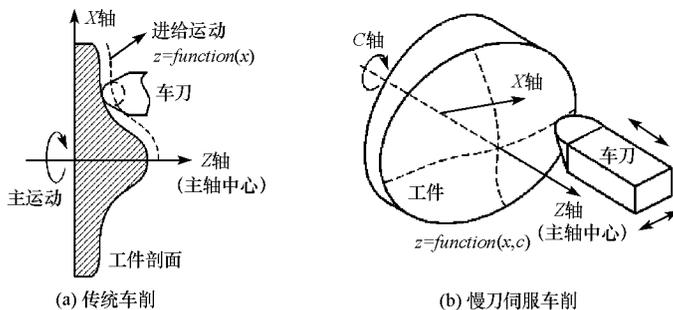


图 1 传统车削与慢刀伺服车削原理对比

Fig. 1 Conventional turning and slow tool servo turning

若在普通车削的基础上考虑主轴旋转角度,即让刀具  $Z$  向切深位置与  $X$  轴距离和  $C$  轴角度两个参数相关,那么刀尖就可以在极坐标系内形成相对于  $C$  轴中心非回转对称的轨迹线。快刀伺服和慢刀伺服车削加工机床都是利用了这种创成方式实现非回转对称曲面加工的。慢刀伺服中使用两根直线轴与旋转轴配合实现三轴联动,为工件和刀具提供车削创成运动。因此,慢刀伺服车削加工依然遵循精度复映原理,加工机床运动的精度是实现慢刀伺服车削技术的关键基础。

慢刀伺服车削中主切削运动和轨迹运动融合。主轴旋转运动既是主切削运动又是进给运动。为了保证刀具正常的车削运动条件,又要满足多轴联动的要求,所以慢刀伺服对进给轴的动态性能要求比对普通多轴联动要高得多。尤其对“ $Z$ ”轴来讲,即使在工件的同一半径下仍需根据“ $C$ ”轴角度位置随工件表面形状来回往复运动。主轴高精度位置伺服控制,直线轴往复运动高精度、高动态响应是慢刀伺服车削加工必备的硬件条件。

直线电机直接驱动直线轴带动刀具运动,使机床的动态响应能力有大幅提高<sup>[5]</sup>。但  $Z$  轴频响最高仍只能达到几十赫兹,相比快刀系统几百甚至上千赫兹的动态响应能力还是较慢,因此被称为慢刀伺服技术(Slow Tool Servo, SFS)或慢速拖板伺服技术(Slow Slide Servo, S3)。慢刀伺服车削技术的主要不足之处为动态响应能力较低,因此加工效率较低,这是由  $Z$  轴拖板重量较大造成的,提高推力质量比是解决此问题的根本所在。

## 2 基于 Zernike 多项式的面形误差重构

Zernike 多项式是 Zernike 在 1934 年构造的。Zernike 多项式是一组互相正交、线性无关的多项式,可以唯一的、归一化地描述系统圆形孔径的波前边界。Zernike 多项式很容易与 Seidel 像差项对应,为有选择地单独处理各像差系数、优化系统性能提供有效的方法。因此, Zernike 多项式是面形分析与光学分析之间的理想接口工具。

Zernike 多项式基函数各项的表示如下<sup>[6]</sup>:

$$Z_n^m(\rho, \theta) = \begin{cases} \sum_{s=0}^{n-m} \frac{(-1)^s (2n-m-s)!}{s!(n-s)!(n-m-s)!} \rho^{2(n-s)-m} \cos(m\theta) & m \geq 0 \\ \sum_{s=0}^{n-|m|} \frac{(-1)^s (2n-|m|-s)!}{s!(n-s)!(n-|m|-s)!} \rho^{2(n-s)-|m|} \sin(|m|\theta) & m < 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\rho$  为归一化的极径;  $\theta$  为极角;  $n \in \mathbf{Z}, n > 0; m \in \mathbf{Z}, |m| \leq n$ 。由此, 可求出 Zernike 每一项的具体表达式。表 1 列举了前 9 项表达式, 以及所对应 seidel 像差的含义。

表 1 Zernike 多项式列表及对应含义

Tab. 1 Zernike polynomials and meanings

项数	多项式	意义	项数	多项式	意义
0	1	Piston	5	$\sqrt{6}\rho^2 \cos 2\theta$	X- 方向象散
1	$2\rho \sin \theta$	Y 向倾斜	6	$\sqrt{8}\rho^3 \sin 3\theta$	Y- 方向三叶草
2	$2\rho \cos \theta$	X 向倾斜	7	$\sqrt{8}(3\rho^2 - 2)\rho \sin \theta$	Y 向慧差
3	$\sqrt{6}\rho^2 \sin 2\theta$	X- 方向象散	8	$\sqrt{8}(3\rho^2 - 2)\rho \cos \theta$	X 向慧差
4	$\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$	离焦	9	$\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\theta$	X- 方向三叶草

选用 Zernike 多项式作为基底函数, 可对镜面面形误差进行拟合, 即式(2)。

$$\sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n a_n^m Z_n^m(\rho, \theta) = e \quad (2)$$

其中,  $a_n^m$  为 Zernike 多项式系数;  $e$  为面形某点  $(\rho, \theta)$  处误差值。将所有面型误差点代入, 则可得到关于 Zernike 多项式系数  $a_n^m$  的线性方程。拟合的过程为: (1) 采样点归一化。即将工件区域转化为单位圆, 并计算采样点的极坐标。(2) 计算对应采样点的基底函数值, 形成基底函数矩阵  $Z$ 。(4) 将基底函数矩阵  $Z$  单位正交化。可采用 Gram-Schmidt 标准正交化方法得到单位正交矩阵。(5) 使用广义逆矩阵方法计算得到多项式系数  $a_n^m$ 。

根据表 1 对应的光学性质, 对拟合的 Zernike 多项式中的某些项(如特定的像差)系数进行分析, 重新取舍后可重构出需要补偿的面形误差。特别需要指出的是: 因为要通过修正机床数控程序来补偿加工误差, 因此测量数据必须转化到工件坐标系。以零度前角的刀具为例, 刀位点的计算都是在切削平面 ( $XOZ$  平面) 内完成的, 因此需要得到切削平面内理想与实际加工剖面曲线的误差。

### 3 刀具路径修正算法

根据第 2 节重构的面形误差, 可对刀具路径进行修正。图 2 为某一切削平面内刀具路径修正的情况。 $P$  为理想曲线上的一点。在理想加工状态下, 按照理想曲线(设计曲面在切削平面的剖面线)生成的刀具路径加工, 刀具将与理想曲线在  $P$  点接触。但在实际加工中由于各种各样系统误差的影响, 实际刀具接触点变为  $P'$ 。 $\overline{PP'}$  是  $P$  点处实际曲线与理想曲线的法向误差。 $P_c$  点为  $P'$  点沿  $Z$  方向在理想曲线上的投影。根据慢刀伺服车削加工的实际情况, 可做如下两个假设:

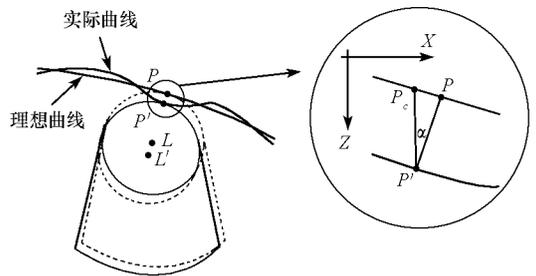


图 2 刀具路径修正示意图

Fig. 2 Tool path compensation

假设一: 与刀具及工件尺寸相比, 误差量  $\overline{PP'}$  小很多(一般为  $\mu\text{m}$  级)。因此,  $P$  点、 $P'$  点和  $P_c$  点所在各自曲线处的斜率可认为相等。

假设二: 曲线  $PP_c$  的曲率半径与  $\mu\text{m}$  级的误差量相比很大, 因此可看做直线段。

由假设一, 则刀具若分别与理想曲线或实际曲线在  $P$  点、 $P'$  点和  $P_c$  点切触时, 使用的是切削刃上

的同一点。因此, 只要将刀具理想位置稍做偏移, 如式(3)、(4), 就可以补偿加工产生的系统误差。

$$L^* = L + P'P \quad (3)$$

或

$$L^* = L + P'P_c \quad (4)$$

其中,  $L^*$  为修正后的刀具路径点;  $L$  为根据理想曲面面形计算出来的刀具路径点;  $P'P$  和  $P'P_c$  为修正矢量,  $|P'P_c| = |P'P|/\cos\alpha$ 。实际修正过程中, 一般不希望修正刀位点的  $X$  轴分量, 因此可按照式 4 修正。 $|P'P_c|$  和  $|P'P|$  大小的比例关系可见图 3。

当  $\alpha$  在  $0^\circ$  到  $30^\circ$  范围内变化时, 比例系数在 1 到 1.15 之间变化, 因此, 可认为  $|P'P_c| = |P'P|$ 。这样修正过程仅与加工误差相关, 不再使用理想曲面的斜率参数, 进一步简化了修正计算过程。

基于 zernike 多项式拟合的自由曲面加工误差补偿实施方法为:

(1) 根据所要加工理想曲面面形, 计算刀位点, 生成刀具路径, 并进行第一次加工。

(2) 测量加工面形, 得到加工误差; 使用 Zernike 多项式拟合分析加工误差, 根据需要取舍拟合系数, 重构加工误差面形。

(3) 根据重构面形误差, 计算对应刀位点的修正量, 对上一次加工刀具路径进行修正。

(4) 再次加工。

重复第(2)至第(4)步, 直到加工精度满足要求。

## 4 误差补偿车削加工实验

本文以波前校正眼镜慢刀伺服车削加工为例, 说明基于 Zernike 多项式拟合的误差补偿技术对提高自由曲面车削加工精度的作用。

### 4.1 工件形状尺寸及工艺参数

过去医学上认为影响人眼视力的重要眼科疾病是屈光不正, 即近视、远视、散光。现在, 用像差的概念来理解即对应的是 Zernike 多项式的低阶像差较大。通过传统的球面或非球面镜片校正法可较好地补偿低阶像差对视力的影响。然而高阶像差造成的不规则散光, 很难分析处理。因此, 可利用慢刀伺服车削技术在传统镜片形状表面制作出合适的波前形状来校正人眼高阶像差。

图 4 是根据文献[7]设计的波前校正镜片的理论形状。其口径为 12.7mm, 理论 Zernike 多项式系数见图 8。设计面形如图 4, PV 值大约为  $3.6\mu\text{m}$ , RMS 值大约为  $0.68\mu\text{m}$ 。在 PMMA 材料上制作此形状, 初始面形为平面。选用半圆弧金刚石刀具, 半径  $0.236\text{mm}$ ; 编程横向进给间隔  $5\mu\text{m}$ , 周向间隔  $3^\circ$ ,  $C$  轴平均

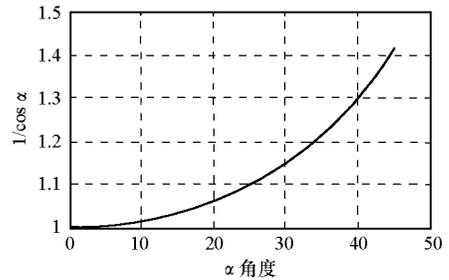


图 3 Z 向修正量与法向修正量的比例系数变化曲线  
Fig. 3 The ratio between  $|P'P_c|$  and  $|P'P|$

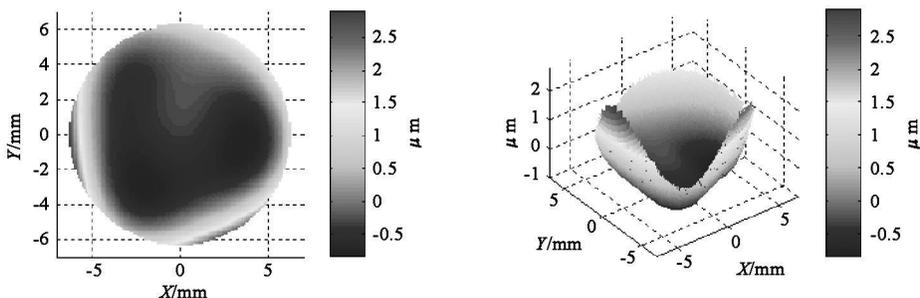


图 4 波前校正镜片设计图

Fig. 4 The design of wave front compensation glass

转速120r/min。

## 4.2 加工及结果

### 4.2.1 初始加工

图5是初始加工工件面形的测量结果。使用 Zygo 波面干涉仪测量,由于装夹调整可能会产生活塞以及倾斜误差,因此面形误差分析中不考虑这两项。与图4的设计面形相减并去除活塞和倾斜误差,得到面形误差分布(图5(b))。面形误差 PV 值大约为  $1.44\mu\text{m}$ 。误差形状类似圆锥状,这可能是由于 C 轴轴线位置与 X 轴运动方向并不严格垂直。

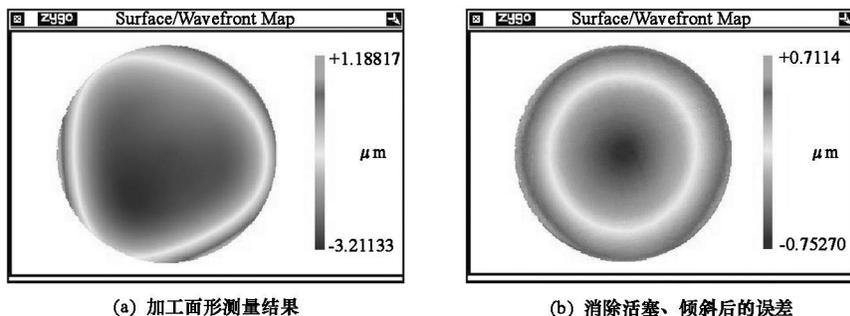


图5 波前校正镜片初始加工结果

Fig. 5 The 1st machining result

### 4.2.2 第一次补偿加工

基于 Zernike 多项式对图5(a)的面形进行重构,与设计系数对比(如图8),发现第4项系数明显偏大,是误差的主要成分。因此提取面形误差 Zernike 拟合后系数的第四项,并生成第一次修正加工要补偿的误差面形(图6(a))。根据第3节的理论,修正前一次加工所用的刀位点数据,并进行加工。图6(b)是第一次补偿加工的结果,图6(c)是消除活塞和倾斜后的面形误差。很明显,面形误差得到了较大改善,其 PV 值降至  $0.54\mu\text{m}$  左右。

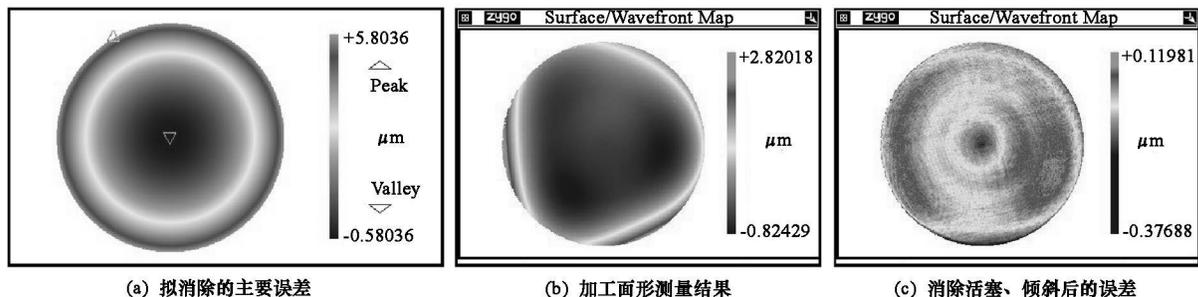


图6 波前校正镜片第二次加工结果

Fig. 6 The 2nd machining result

### 4.2.3 第二次补偿加工

基于 Zernike 多项式对图6(b)的第一次补偿加工后的面形进行重构,根据图8发现第5、6、7、8、12、14项的系数是误差的主要成分。提取面形误差 Zernike 拟合的相应系数,生成第二次修正加工要补偿的误差面形(图7(a))。修正上一次加工所用的刀位点数据,并进行加工。图7(b)是第二次补偿加工的结果,图7(c)是消除活塞和倾斜后的面形误差。面形误差得到了进一步改善,其 PV 值降至  $0.43\mu\text{m}$  左右。残留的面形误差是由于更高阶误差项的存在,可进一步进行补偿加工循环以得到更高精度面形。但需要指出的是,由于随机误差等因素存在,不可能加工出完全理想的工件面形。

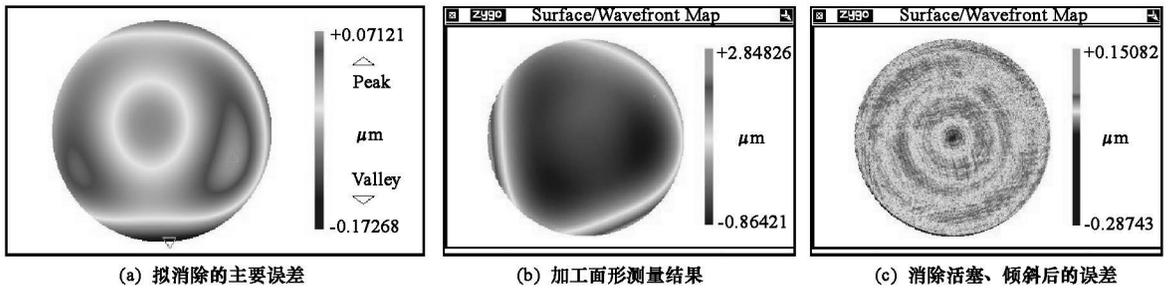


图7 波前校正镜片第三次加工结果

Fig. 7 The 3rd machining result

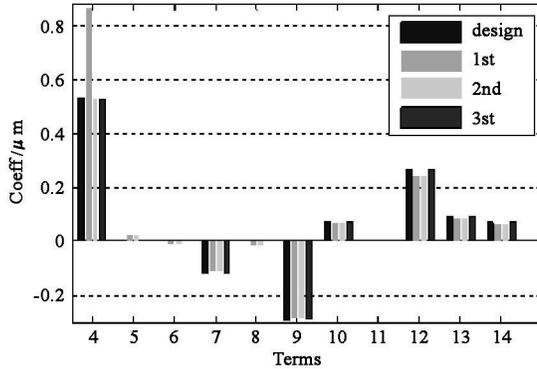


图8 三次加工 Zernike 系数与设计值对比

Fig. 8 Zernike coefficients development

通过两次加工、检测、修正、再加工循环,加工出的波前校正镜片形面误差值为 $0.43\mu\text{m}$ 左右,优于文献[5] $0.8\mu\text{m}$ 的加工精度。慢刀伺服加工误差补偿技术对提高面形精度具有明显作用。

## 5 结论

综上所述,慢刀伺服车削技术可用于自由曲面光学元件的超精密加工。但是由于各种误差因素的影响,一次加工精度受到制约。根据慢刀伺服车削加工的特点,采用 Zernike 拟合的方法分析面形误差数据,并对理想刀具路径进行修正,可用于补偿加工过程中产生的系统误差。实验结果表明,本文所述基于 Zernike 拟合的加工、检测、修正、再加工循环可明显提高慢刀伺服车削加工的精度。

## 参考文献:

- [1] 关朝亮, 铁贵鹏, 尹自强. 光学阵列器件的慢刀伺服车削加工技术[J]. 国防科技大学学报, 2009, 31(4): 31- 35.
- [2] 李圣怡, 戴一帆. 精密和超精密机床精度建模技术[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2007.
- [3] Mahbub R, Jouko H, Kauko L. Measurement and Error Compensation of Multi-axis Machine Tools Part I : Theory [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2000(40): 1535- 1546.
- [4] 单宝忠, 王淑岩, 牛憨笨, 等. Zernik 多项式拟合方法及应用[J]. 光学精密工程, 2002, 10(3): 318- 322.
- [5] Guan C L, Dai Y F, Yin Z Q, et al. Freeform Turning Lathe with Direct Drives and Aerostatic Bearing[C]// Proceedings of SPIE the International Society for Optical Engineering, 2009, 7282.
- [6] James C W. Basic Wave Front Aberration Theory for Optical Metrology[J]. Applied Optics and Optical Engineering, 1992, 6: 28- 38.
- [7] Yi A Y, Raasch T W. Design and Fabrication of a Freeform Phase Plate for High-order Ocular Aberration Correction[J]. Applied Optics, 2005, 44(32): 6869- 6876.