

文章编号: 1001- 2486(2010) 02- 0152- 05

频谱搬移法的误差和噪声分析*

黎 全, 陈 卫, 王雁桂

(国防科技大学 理学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 频谱搬移法是一种新型的高分辨率成像技术, 文章采用理论推导与数值仿真相结合的方法, 对该技术应用于实际时可能遇到的误差和噪声做了讨论。研究发现: 在条纹存在移动误差的情况下, 还原图像的质量随条纹移动次数增加反而下降, 一般条纹移动 3 次就能达到最好效果, 这也是频谱搬移法原理要求的最少次数, 因此这种方法的成像效果与成像速度是不矛盾的, 而且在移动误差比较大的情况下, 图像质量仍能有所改善; 另外, 其对条纹场噪声要求也不是很高, 一般在信噪比 15~ 20dB 时就能非常接近无噪声时的理想效果。

关键词: 频谱搬移; 误差; 可见度; 高斯噪声; 信噪比; 相关测度

中图分类号: TN348 文献标识码: A

Analysis of Error and Noise of Spectrum-shifting

LI Quan, CHEN Wei, WANG Yan-gui

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Spectrum shifting method is a new kind of high resolution imaging technology. The influence of the moving error and the field's noise, which may appear in practical application, has been discussed by simulation method combining theoretical derivation. Research shows that it can achieve the best effect with three times of scanning only. In the presence of system error or random error, the quality of processed image will decline along with the increase of scanning times. So the imaging result and velocity are not contradictory in this technology. Furthermore, the quality requirement to stripe field is not strict. Generally, the effect of processed image using noisy stripe field whose SNR is from 15dB to 20dB is very close to the ideal effect.

Key words: spectrum shifting; error; visibility; Gaussian noise; SNR; correlativity measure

从频谱空间来分析, 低频分量决定物体的轮廓, 高频分量决定物体的细节, 但由于成像系统带宽的限制, 使得系统只能获得一部分频谱, 从而限制了系统的成像分辨率。对于传统的方法, 要获得更高频率分量, 一般是直接或等效增大孔径, 如光学合成孔径技术。频谱搬移法就是在不增加系统带宽的前提下突破系统截止频率限制的方法, 能获得 3 倍于原截止频率的频谱, 大大提高系统的分辨率。这种方法在激光远距离主动成像和显微技术中有很好的应用前景, 美国等发达国家已投入大量人力物力在相关技术领域进行研究^[1-4], 但国内相关研究比较落后, 更缺乏对实验中误差和噪声影响分析的报道。

1 频谱搬移法的理论分析

设原始目标的强度反射率分布函数为 $s(x, y)$, 用在 x, y 方向上空间频率皆为 f_0 的余弦场照射目标物体, 这个过程可以表示为

$$r(x, y) = s(x, y) \cdot [1 + \cos(2\pi f_0 x + 2\pi f_0 y + \varphi_0)] \quad (1)$$

对上式作傅立叶变换:

$$R(\xi, \eta) = \text{FFT}[r(x, y)] = S(\xi, \eta) + \frac{1}{2}[S(\xi - f_0, \eta - f_0)e^{j\varphi_0} + S(\xi + f_0, \eta + f_0)e^{-j\varphi_0}] \quad (2)$$

* 收稿日期: 2009- 06- 20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10504043); 国家 863 计划资助项目(2009AAJ112)

作者简介: 黎全(1976-), 男, 副教授, 博士。

$S(\xi, \eta)$ 即为目标的频谱, 从上式可以看到, 照射余弦场后, 目标频谱的中心位置朝条纹方向左右各被搬移了 f_0 , 同时, 搬移后的频谱与原频谱叠加在一起。一般取 $f_0 = 2f_c$, 因为如果小于 $2f_c$, 则搬移的频谱过少, 有失这种方法的优点, 如果大于 $2f_c$, 虽然能获得更高的频率分量, 但会造成 f_c 到 $(f_0 - f_c)$ 中间部分的频率丢失。用传递函数为 $H(\xi, \eta)$ 的成像系统对照射了余弦场的目标成像, 条纹每移动一次成像一次, 使 $\varphi_0 = \frac{2m\pi}{N}$, $m = 1, 2, 3, \dots, N$, N 为成像次数, 则接受到的目标频谱为

$$G_m(\xi, \eta) = [S(\xi, \eta) + \frac{1}{2}S(\xi - f_0, \eta - f_0)e^{j\frac{2m\pi}{N}} + \frac{1}{2}S(\xi + f_0, \eta + f_0)e^{-j\frac{2m\pi}{N}}]H(\xi, \eta) \quad (3)$$

注意到

$$\sum_{m=1}^N e^{j\frac{2m\pi}{N}} = \frac{e^{j\frac{2\pi}{N}}[1 - (e^{j\frac{2\pi}{N}})^N]}{1 - e^{j\frac{2\pi}{N}}} = 0 \quad (4)$$

将式(3)做如下处理, 即得

$$S_1(\xi, \eta) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N G_m(\xi, \eta) = S(\xi, \eta)H(\xi, \eta) \quad (5)$$

$$S_2(\xi, \eta) = \frac{2}{N} \sum_{m=1}^N G_m(\xi, \eta) e^{j\frac{2m\pi}{N}} = S(\xi + f_0, \eta + f_0)H(\xi, \eta) \quad (6)$$

$$S_3(\xi, \eta) = \frac{2}{N} \sum_{m=1}^N G_m(\xi, \eta) e^{-j\frac{2m\pi}{N}} = S(\xi - f_0, \eta - f_0)H(\xi, \eta) \quad (7)$$

通过式(5)~(7), 便将余弦场照射所产生的高低频分离开, 由式(4)可知, 对混叠频率的分离关键在于条纹场在一个周期内等间距移动数次。

当 $f_0 = 2f_c$ 时, $S_1(\xi, \eta)$ 的位置没变, 在 $[-f_c, f_c]$ 的矩形区域内; $S_2(\xi, \eta)$ 在 $[-3f_c, -f_c]$ 的矩形区域内; $S_3(\xi, \eta)$ 在 $[f_c, 3f_c]$ 的矩形区域内; 因此, 将 $S_1(\xi, \eta)$ 、 $S_2(\xi, \eta)$ 、 $S_3(\xi, \eta)$ 再恢复到原来的位置, 经傅立叶反变换就可以进行图像的重构:

$$s(x, y) = \int_{-f_c}^{f_c} \int_{-f_c}^{f_c} S_2(\xi, \eta) e^{-j2\pi(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \int_{-f_c}^{f_c} \int_{-f_c}^{f_c} S_1(\xi, \eta) e^{-j2\pi(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta + \int_{f_c}^{3f_c} \int_{f_c}^{3f_c} S_3(\xi, \eta) e^{-j2\pi(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta \quad (8)$$

$s(x, y)$ 就是频谱搬移法得到的高分辨率图像, 可见其截止频率由 f_c 扩展到了 $3f_c$ 。

2 误差与噪声的影响

为简单而直观起见, 采用理论分析和数值模拟相结合的方法来分析条纹移动误差和条纹场噪声对成像质量的影响。

2.1 条纹场移动误差的影响

条纹的移动一般是通过改变两相干光束的光程差来实现的, 但不管何种方式, 反映在条纹场的相位上, 这个过程都可以表述如下: 定义第一次成像时的条纹场相位为零, 以后相位每改变 $\Delta\varphi$ 时拍摄一幅图像, $\Delta\varphi$ 满足 $N\Delta\varphi = 2\pi$ 。由于实际操作时, 受仪器精度等因素的影响, 每次改变量不一定为 $\Delta\varphi$ 。设每次偏移误差为 σ_i 。首先只考虑每次的 σ_i 相同这一种特殊情况。以一维为例, 考虑误差后, 式(1)变为

$$r_m(x) = s(x) \cdot \{1 + \cos[2\pi f_0 x + (m-1)(\Delta\varphi + \sigma)]\} \quad (9)$$

式中 m 表示第 m 次照射。此时, 式(5)和式(6)变为

$$S_1(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N G_m(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N [S(\xi) + \frac{1}{2}S(\xi - f_0) e^{j\frac{2m\pi}{N} + m\alpha - \Delta\varphi} + \frac{1}{2}S(\xi + f_0) e^{-j(\frac{2m\pi}{N} + m\alpha - \Delta\varphi)}] H(\xi) \\ = [S(\xi) + \frac{1}{2N} S(\xi - f_0) \frac{e^{j\sigma} (1 - e^{jN\sigma})}{1 - e^{j(\Delta\varphi + \sigma)}} + \frac{1}{2N} S(\xi + f_0) \frac{e^{-j\sigma} (1 - e^{-jN\sigma})}{1 - e^{-j(\Delta\varphi + \sigma)}}] H(\xi) \quad (10)$$

$$S_2(\xi) = \frac{2}{N} \sum_{m=1}^N G_m(\xi) e^{j\frac{2m\pi}{N}} = \frac{2}{N} \sum_{m=1}^N [S(\xi) e^{j\frac{2m\pi}{N}} + \frac{1}{2}S(\xi - f_0) e^{j(\frac{4m\pi}{N} + m\alpha)} + \frac{1}{2}S(\xi + f_0) e^{-jm\alpha}] H(\xi)$$

$$= \frac{1}{N} [S(\xi - f_0) e^{j\sigma} \frac{1 - e^{jN\sigma}}{1 - e^{j(2\Delta\varphi - \sigma)}} + S(\xi + f_0) e^{-j\sigma} \frac{1 - e^{-jN\sigma}}{1 - e^{-j\sigma}}] H(\xi) \quad (11)$$

与式(5)和(6)相比较可以看出, 误差影响成像质量的原因在于低频受到了高频的叠加干扰, 而高频在相位和幅度上都受到调制。用式(9)所示的条纹场通过数值仿真来实现频谱搬移法, 图1直观地展示了图像质量随条纹场移动相对误差的变化, 这里图像质量以与原图像的相关测度^[5]为评价指标:

$$k(\sigma) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(i, j) * g(i, j)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n f(i, j) * \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g(i, j)} \quad (12)$$

$k(\sigma)$ 越接近于 1, 恢复图像与原图像越相似。

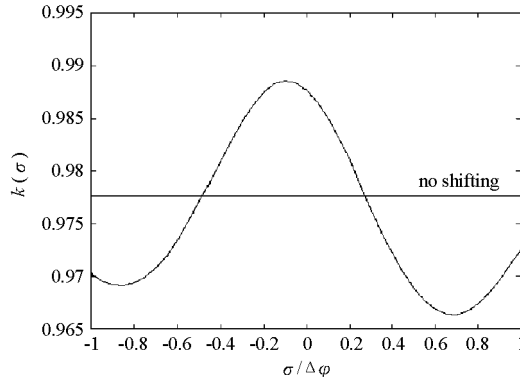


图1 误差对图像质量的影响曲线(N=4)
Fig. 1 Error's influence on image quality (N=4)

图中的横线表示搬移之前所对应的图像质量, 对于不同的原像, 误差曲线有所不同, 但都具有与上图相同的形式。正误差的累积导致条纹移动多余一个周期, 负误差的累积导致移动不足一个周期。从误差曲线图中可以看到, 随移动误差的增加, 图像质量的下降速度很快, 但在比较大的范围之内(一般在30%内)还是有所提高。

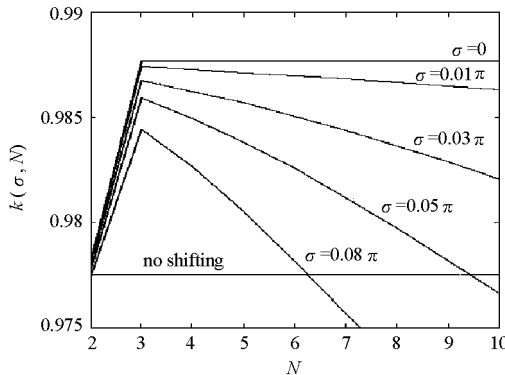


图2 在不同误差下成像次数对图像的影响
Fig. 2 The influence of scanning number by different errors

图2给出了不同误差下成像次数对复原图像质量的影响, 由于相对误差与移动次数有关, 为了便于在相同条件下比较, 此时误差以绝对误差形式给出, 这对应于同样的实验装置在同样条件下做成像次数不同的实验。可以看出, 在没误差的情况下, 图像质量与成像次数无关, 因此宜采用次数最少的方案, 即成像3次, 这也是原理所要求的最少次数。在有误差的情况下, 随成像次数的增加, 质量反而下降, 并且误差越大, 下降越快, 此时更宜减少成像次数。这给我们很大启示: 从运算速度和数据存储的角度要求成像次数越少越好, 而不必付出质量下降的代价, 这与其它一般速度和质量成反比的高分辨成像方法不同。这是因为, 从式(10)和(11)可以看出, 经傅立叶变换后, 移动误差的影响表现为指数形式, 不管每次

的误差是正是负,所造成的影响都会累加起来而不能被抵消,因此成像次数越多,误差影响累积越大。需要指出的是,上面的情形相当于只考虑了系统误差,但是在许多情况下,系统误差是影响测量结果精确度的主要因素。一般情况下,随机误差也是不可避免的,但经过大量仿真实验,发现在随机误差服从均匀分布的情况下,变化趋势是完全相同的,都不会超过3次成像的效果。

2.2 噪声的影响

这里的噪声是指条纹场的噪声。噪声来自多方面,主要有背景噪声即非相干噪声和照射条纹场时漫反射产生的相干噪声,这两种噪声实质都是通过改变条纹场的余弦特性产生影响。下面具体推导噪声如何影响余弦条纹场:

设 $E_1(x)$ 、 $E_2(x)$ 是产生条纹的两相干光束, $E_i(x)$ 为噪声场。此时形成的光场强度为

$$\begin{aligned} I &= [E_1(X) + E_2(X) + E_i(x)]^2 \\ &= E_1(X)^2 + E_2(X)^2 + 2E_1(X)E_2(X) + E_i(x)^2 + 2E_i(x)[E_1(X) + E_2(X)] \end{aligned} \quad (13)$$

将 $E_1 = A \cos(kx - \omega t + \varphi_1)$ 、 $E_2 = A \cos(kx - \omega t + \varphi_2)$ 代入,得

$$I = I_0[1 + \cos(\delta)] + E_i(x)^2 + 4AE_i(x)\{\cos[kx - \omega t + (\varphi_1 + \varphi_2)/2] \cos[(\varphi_1 - \varphi_2)/2]\} \quad (14)$$

其中 $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$, 上式第一部分为余弦条纹场强度,第二部分为噪声的强度,第三部分为噪声与两干涉光束的相互作用。对于非相干噪声,第三部分时间平均为零,此时为光强直接叠加。将式(14)的第二和第三部分表示为 $I_n(x)$, 其包括了相干噪声和非相干噪声。一般情况下,可以假设 $I_n(x)$ 为一背景噪声和一均值为零的随机噪声之和:

$$I_n(x) = I_1 + \delta(x) \quad (15)$$

噪声 I_1 实际代表背景光强,影响条纹的可见度(可见度定义为 $(I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$), 当其过高时将淹没条纹场; $\delta(x)$ 表示随机噪声,影响条纹的余弦特性,也给原图像带来噪声。

对于背景噪声,通过大量数值仿真实验发现,对于不同的图像,其影响程度稍有不同,但一般都要求条纹场可见度在 0.6~0.7 以上。由式(1)、(14)和(15)很容易推导出

$$G_m(\xi, \eta) = I_0 \left[\frac{I_0 + I_1}{I_0} S(\xi, \eta) + \frac{1}{2} S(\xi - f_0, \eta - f_0) e^{j\frac{2m\pi}{N}} + \frac{1}{2} S(\xi + f_0, \eta + f_0) e^{-j\frac{2m\pi}{N}} \right] H(\xi, \eta) \quad (16)$$

与式(2)相比,可看出可见度只影响低频部分,而且如果已知条纹场的可见度,可以非常容易地进行修正。

对于随机噪声 $\delta(x)$, 假设其统计特性服从均值为零、方差为 σ^2 的高斯分布,通过数值模拟的方法讨论其影响。用信噪比 SNR ($\text{SNR} = 10 \lg \frac{I}{\sigma^2}$, 其中 I 是信号的平均功率) 表征噪声大小,相关测度 k 表征图像质量。

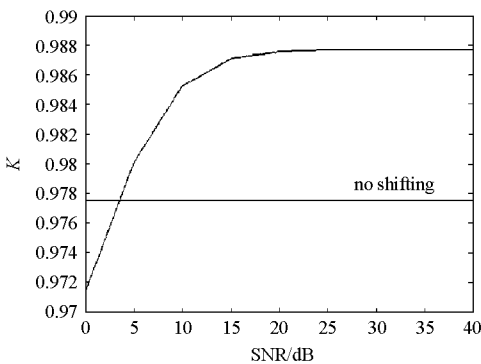


图3 图像质量随条纹场信噪比的变化
Fig.3 Image quality's variation with filed SNR

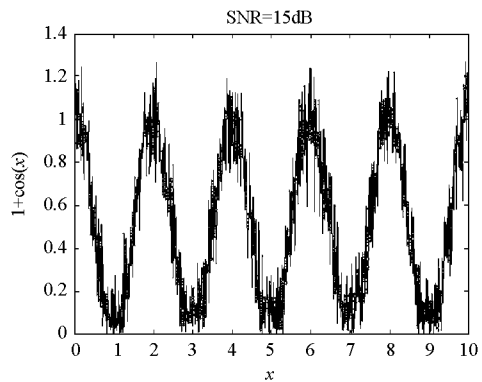


图4 在信噪比为 15dB 时的余弦场示意图
Fig.4 The cosine field with SNR of 15dB

图3给出了图像质量与信噪比的关系曲线,当然,对于不同的图像,经过带限系统后没进行频谱搬

移的图像质量(no shifting)与曲线相对位置有所不同,但经过大量的仿真实验发现,条纹场信噪比一般在10~15dB时就能得到较理想的效果,在15~20dB时图像质量与无噪声时就已非常接近,即使稍低于10dB,在某些局部还是能得到分辨率提高的效果,只是噪声使得图像整体质量下降。图4是信噪比为15dB时余弦场的直观示意图。可见,频谱搬移法对条纹场的噪声要求并不是很高,这对应用于实际是很有利的。图5直观展示了不同情况下的图像效果,(a)图是经过带限系统后没进行频谱搬移的图像,(b)图是在条纹场信噪比为15dB时进行频谱搬移后的图像,(c)图是在没有噪声的情况下,进行频谱搬移后的图像。(b)图与(c)图相比,明显有噪声污染,整体质量下降,但较之(a)图,细节之处要清晰很多。

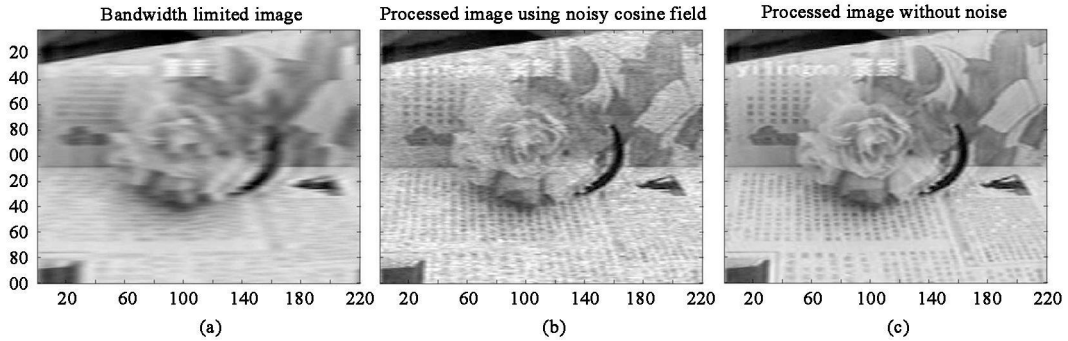


图5 一幅图像的仿真效果
Fig. 5 Simulation result of an image

3 总结

文章从实际应用的角度出发,讨论了条纹场的移动误差和噪声对频谱搬移法提高成像分辨率技术的影响。条纹场的产生与移动一般通过两种方式可以实现^[6],一是光束直接干涉产生,通过改变光程差实现条纹的移动,另一种是通过同频率的光栅衍射产生,由光栅的移动实现条纹的移动。前者要求在一个光波长内等间距移动数次,后者要求在光栅周期内等间距移动数次,当光栅频率较高时,这种移动也是难以实现的。因此,频谱搬移法对仪器移动重复定位精度要求比较高(这也是其难以应用于实际的关键之一)。但通过我们的研究发现,只需3次就能实现频谱搬移法,并且条纹场信噪比在10~15dB即可,这为频谱搬移法应用于实际提供了很广阔的空间。

参考文献:

- [1] Lukosz W. Optical System with Resolving Power Exceeding the Classical Limit[J]. J. Opt. Soc. Am., 1966, 56(11): 1463-1472.
- [2] Hem C C, McGillem C D. Target Motion Compensation by Spectrum Shifting in Synthetic Aperture Radar[J]. Aerospace and Electronic Systems, IEEE, 1992, 28(3): 895-901.
- [3] Lettington A H, Hong Q H, Tzimopoulou S. Superresolution by Spatial Frequency Aliasing[C]//Proc. of SPIE, 1996, 2744: 583-590.
- [4] Kidera S, Sakamoto T, Sato T. Fast and High-resolution 3-D Imaging Algorithm with Spectrum Shift for UWB Pulse Radars[R]. The Second European Conference on Antennas and Propagation, 2007.
- [5] 李奇,冯华君,徐之海,等.数字图象清晰度评价函数研究[J].光子学报,2002,31(6):736-738.
- [6] 陈卫,黎全,王雁桂.频谱搬移法提高成像分辨率的实验研究[J].强激光与粒子束,2009,21(8):1157-1160.