文章编号:1001-2486(2010)03-0033-04

基于 X 射线脉冲星绝对定位中的整周模糊度改进算法研究

桂先洲,黎胜亮,李志豪

(国防科技大学 航天与材料工程学院,湖南 长沙 410073)

摘 要: 基于 X 射线脉冲星导航定位方法是一种全新的自主导航技术。该文给出了脉冲星绝对定位的 基本原理,针对有关文章存在的疑问,提出了脉冲星导航绝对定位中整周模糊度改进算法,并对其进行了深入 的分析和理论推导,通过仿真计算脉冲星整周模糊度和航天器的位置,得到了较理想的定位精度。这种新改 进的整周模糊度算法为脉冲星绝对定位提供了新的思路。

关键词: X 射线脉冲星; 整周模糊度; 空间搜索; 改进算法 中图分类号: V249.3 文献标识码: A

Study of Betterment Arithmetic of Ambiguity in Absolution Position Based on X- ray Pulsar

GUI Xian zhou, LI Sheng liang, LI Zhi hao

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The absolution navigation based on X ray pulsar is an entirely new autonomous technology. This paper put forward the basic theory of absolution navigation based on pulsar, and proposed a bettered algorithm of integer cycle ambiguity in the method of absolution navigation. Then the algorithm was analyzed deeply and the theoretical derivation was made. Through the simulation solution of ambiguity and position of spacecraft, it can achieve ideal precision. This cycle ambiguity arithmetic provides a new avenue for absolution navigation based on X ray pulsar.

Key words: X ray pulsar; integer cycle ambiguity; space search; betterment arithmetic

X 射线脉冲星是一个天然的"灯塔"^[1-2],它为航天器自主导航提供了新的思想。脉冲星导航中的 绝对定位可在无初始位置的条件下,通过观测脉冲星脉冲相位,求解脉冲星相位的整周模糊度,从而定 位航天器位置。

Sheikh 博士系统阐述了脉冲星绝对定位的思路,并提出了求解脉冲相位整周模糊度的方法^[1,3]。郑 广楼等利用 Sheikh 的最小二乘方法作了仿真研究^[1,4],但模糊度解算时存在较大误差,定位精度低。毛 悦^[5]在空间搜索法的基础上进行了仿真研究。该文的模糊度解算结果存在疑问,其理由是脉冲星波长 较长,一般在 10⁵~ 10⁸ 量级(单位: m),而绕地飞行的航天器空间距离一般在 10⁶~ 10⁸ 量级,所以航天器 到地心的模糊度最大也就 10³ 量级,而该文中的模糊度均超过 10⁴ 量级,甚至达到 10⁶ 量级。再者其方 法收敛速度慢、搜索范围大,造成搜索不到正确的模糊度组合,而不得不重新构建搜索空间重复迭代计 算,效率低下。

本文在文献[1-2,4-7]的研究基础上对脉冲星整周模糊度求解算法进行改进。把最小二乘法、空间搜索法以及相位空间搜索法的思想相结合,称此种方法为改进的空间模糊度搜索算法,简称模糊度改进算法。这种方法降低了最小二乘的误差,缩短了搜索的收敛时间,并使搜索的不确定性风险降低,快捷准确的得到航天器的位置和脉冲星整周模糊度真值,实现脉冲星导航绝对定位。仿真结果不同于文献[5],在数量级上存在很大差异。

1 脉冲星导航绝对定位原理

航天器绝对定位原理是: X 射线探测器测得脉冲信号到 达航天器时间 TOA (Time Of Arrival)^[1,8-9]和相位, 脉冲星时间 相位模型^[1,4]预估该 TOA 时刻脉冲到达空间一固定点的相 位, 两相位差值(含整周模糊度)即反应了航天器与该固定点 的相对位置。同时观测多颗脉冲星,结合已知的脉冲星空间 方位信息就可确定航天器的位置。对绕地飞行的航天器, 基 准点选在地球质心。其关系图可表示为图 1。

由图 1 几何关系可得航天器到地球质心间的距离与相 位差分的关系可以表示为^[1,4]:

 $\hat{n} \cdot r_{SC/E} = \lambda [(\phi_E - \phi_{SC}) + \Delta N] = \lambda [\Delta \phi + \Delta N]$ (1) 式中 $r_{SG/E}$ 表示航天器相对地心的位置, \hat{n} 为脉冲星视线方向



图 1 脉冲星相位差 Fig. 1 Phase difference for pulsar

矢量, $\hat{n} \cdot r_{SC/E}$ 为脉冲星视线方向上航天器至地心的距离, 图 1 中用 Δx 表示。 Φ_E 为脉冲星时间相位模 型^[4] 预报的相位, Φ_{SC} 为航天器观测相位, $\Delta \phi$ 为脉冲相位差, ΔN 为整周模糊度, λ 为脉冲星辐射的波长, 且 $\lambda = c \cdot T, c$ 为光速, T 为脉冲星自旋周期。式(1) 为脉冲星绝对定位观测方程。

2 脉冲星导航绝对定位整周模糊度求解改进算法基本原理

脉冲星导航绝对定位整周模糊度求解改进算法的思想是:通过最小二乘法对航天器位置和脉冲星 模糊度进行初值预报,在预报的模糊度的初值基础上向两边对称逐渐加减模糊度数量,构成相位搜索空 间。利用预报的位置作圆心,以一定的长度做半径构造空间搜索球体。然后利用空间搜索法的思想对 构造的相位模糊度空间中的模糊度组合进行搜索检验,迭代即可得到较为准确的航天器位置和整周模 糊度。

利用最小二乘方法进行初值预报,对第 i 颗脉冲星,式(1)可变形为:

$$\Delta \Phi_i = \begin{bmatrix} \frac{\hat{n}_i}{\lambda} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{SC/E} \\ \Delta N_i \end{bmatrix}$$
(2)

式(2)中, $r_{SCE} = \Delta N_i$ 为未知数,如果同时观测 $k(k \ge 3)$ 个脉冲星,便有 k+3未知数,但是对于绕地飞行的航天器,如果航天器在脉冲星视线方向距离地心距离小于 3×10^8 m,周期大于 1s,航天器与地心的距离将在一个周期内。选取 3 颗这样的脉冲星,即可解出其它周期较小的脉冲星整周模糊度。但是最小二乘方法解出的模糊度是通过四舍五入取整得到的值,该值有较大的误差。为了得到准确的整周模糊度,便在最小二乘初值的基础上,构造搜索空间,利用搜索空间法寻找准确的模糊度。

利用最小二乘得到的初始模糊度 ΔN_i , 把 $\Delta N_i \pm m(m=1, 2, ..., n_i)$, n_i 值的大小由脉冲星周期大 小决定, 脉冲星周期大 n_i 可少取, 周期小 n_i 可多取。对于 $k(k \ge 3)$ 颗脉冲星, 脉冲星模糊度组合数 p= $\prod_{i=1}^{k} (2n_i + 1)$, 利用 p 组脉冲星的每一种组合计算航天器的可能位置 r_p :

$$r_{p} = \left[\left(H^{\mathrm{T}} H \right)^{-1} H^{\mathrm{T}} \right] \begin{bmatrix} \lambda_{i} \left(\Delta \phi_{1} + \Delta N_{p1} \right) \\ \lambda_{i} \left(\Delta \phi_{2} + \Delta N_{p2} \right) \\ \vdots \\ \lambda_{i} \left(\Delta \phi_{i} + \Delta N_{pi} \right) \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} n_{1} \\ n_{2} \\ \vdots \\ n_{i} \end{bmatrix}$$
(3)

利用最小二乘得到的初始位置为原点,以 R 为半径,构造一个球形搜索空间。计算 r_p 离搜索空间 原点 $r_{Sq E}$ 的距离 $\delta_r = |r_p - r_{Sq E}|$,比较 R 与 δ 的大小,便可剔除一部分误差较大的模糊度组合,剩余 q组在搜索空间内的模糊度组合。

选取最小二乘中剩余的 j 颗脉冲星为检验脉冲星,利用剩余的模糊度组合对应的航天器位置计算

该脉冲星的模糊度值 △N_a:

$$\Delta N_{q} = \operatorname{round} \left\langle \frac{n_{j}}{\lambda} r_{q} - \Delta \phi_{j} \right\rangle \tag{4}$$

其中, round 表示取整。计算模糊度残差 $\delta N_q = |\Delta N_q - \Delta N_i|$ 。

对模糊度残差 δV_q 设定一定的阈值, 比较阈值与计算的残差值, 保留模糊度残差较小的模糊度组 合。如果通过阈值的脉冲星模糊度组合仅 1 组, 即认为是真实的模糊度组合, 如果剩余脉冲星模糊组合 大于 1 组, 可以通过比较它们之间的残差, 选定残差值最小的那组脉冲星模糊度组合, 即认为改组模糊 度为真实的模糊度组合。如果组数为 0, 便增大模糊度的搜索半径或相位空间, 继续搜索, 直到找到真 实模糊度为止。

3 整周模糊度求解改进算法的仿真验证

仿真的目的是利用脉冲星整周模糊度改进算法确定航天器在地球质心参考系中位置,以及脉冲星 源在地球质心与航天器之间的相位整周期模糊度,以验证模糊度改进算法的可行性。选择地球的质心 系作参考坐标系,选取中地卫星轨道(Medium Earth Orbit)作仿真轨道,MEO 的初始位置为: X 轴 179 500km, Y 轴- 500 700km, Z 轴- 3 963 000km。

选取了 10 颗脉冲星作为仿真的空间信号源,根据所选航天器轨道位置离地心的距离,要求 3 颗脉 冲星的周期大于 0.1s,以保证航天器在这 3 颗脉冲星单位矢量方向上的距离在一个波长内,其它 7 颗脉 冲星的周期尽可能小,以期模糊度数量大于 0。为了尽量减小误差,应该选用几何精度较高的脉冲星, 即测距误差要尽可能小。脉冲星参数如表 1 所示。

编号	名称	周期(s)	赤经 (°)	赤纬 (°)	距离(kpc)	测距精度(m)
1	B1957+ 20	0. 001607	299. 903	20. 804	58	1866
2	J0437- 4715	0. 005757	69. 315	- 47. 252	0 1	17293
3	B0531+ 21	0.033084	83. 633	22.014	2 0	109
4	B0540- 69	0.050354	85. 046	- 69. 331	49.4	3007
5	B1937+ 21	0. 001557	294. 910	21. 583	36	344
6	B1821- 24	0. 003054	276. 133	- 24.869	49	325
7	J1617- 5055	0. 069356	244. 372	- 50.920	64	10000
8	B1823- 13	0. 101465	276. 554	- 13. 579	4 1	9367
9	B1509- 58	0.150657	228. 481	- 59. 135	4 4	10000
10	J1124- 5916	0. 135314	171. 162	- 59. 272	54	16485

Tab. 1 The source of pulsar with characters

仿真中,由于后面3颗脉冲星周期大于0.1s,可以认为这3颗脉冲星的整周模糊度为0,利用这3颗脉冲星,用最小二乘法求解其它7颗脉冲星的整周模糊度和航天器位置的粗略值,结果如表2所示,从 表中可以看出,用最小二乘法计算出的模糊度值并不是整数,如果将其取整,将会有很大的舍入误差。 所以最小二乘法计算出的航天器位置有较大误差。

表 2 最小二乘解

Tab. 2 Least square method solution

X 轴	Y 轴	Z 轴	前 7 颗脉冲星整周模糊度粗略值
1 699 800	- 30 328 500	- 2 726 700	- 7. 7538 - 0. 8787 0. 2812 - 0. 1209 - 8. 0390 1. 9473 - 7. 7538

选取 7 颗脉冲星的前 3 颗脉冲星作搜索脉冲星, 取模糊度向两边扩展数 n_i = 5 构造相位搜索空间,

根据式(3)可得到搜索模糊度组数为1331个,以最小二乘法求解的航天器位置粗略值作圆心构造搜索 空间。改变搜索空间的半径 R,进行空间搜索。R=6000,5000,3000km时,对应的搜索空间内的模糊度 组合组数为64组,41组,4组。可以看出,随着搜索半径 R 的减小,在搜索空间内的模糊度组合数逐渐 减少。

利用第 4 至第 7 颗脉冲星作检验脉冲星,选择通过搜索半径 R = 5000 的模糊度进行残差检验。通 过改变整周模糊度残差阈值 δV , $\delta V = 1$, 0. 5, 0. 34 时, 通过残差的模糊度组合组数分别为 5 组, 2 组, 1 组。可以看出,随着残差阈值 δV 的减小,满足残差要求的模糊度组数越来越少。在阈值为 0. 34 的时候,满足要求的模糊度组数仅存 1 组,可以认为这组模糊度组合即搜索得到的准确模糊度值。如果组数 大于一组,如残差阈值 $\delta V = 0.5$ 时便有 2 组通过阈值的模糊度组合,我们可以比较二者的残差值,认为 残差值较小的一组为模糊度真值。

选择搜索半径 R = 5000km, 整周模糊度残差阈值 $\delta V = 0.34$, 得到脉冲星的整周模糊度组合仅存 1 组, 它对应的航天器位置、位置误差和模糊度组合数如表 3 所示:

Tab. 3 Simulation solution									
4日	X 轴	Y 轴	Z 轴	前3颗脉冲星整周模糊度					
如禾				第1颗	第2颗	第3颗			
真值	1 1 80 400	- 510 100	- 3 958 800	- 8	- 1	0			
最小二乘值	1 699 800	- 3 328 500	- 2 726 700	- 7.7538	- 0. 8787	0. 2812			
通过搜索检验的值	1 1 79 500	- 500 700	- 3 963 000	- 8	- 1	0			

表 3 仿真结果

从表 3 中可以得到,最小二乘算法得到的航天器位置精度为 3119.5km,通过相位空间搜索检验以 后的航天器位置误差为 10.335km,脉冲星整周模糊度改进算法得到的航天器精度明显优于最小二乘 法。

4 结束语

论文结合最小二乘法、空间搜索法和相位空间的思想,提出了模糊度求解改进算法,通过仿真得到 的航天器位置精度明显优于最小二乘法求解的位置精度。所求解的整周模糊度的数量级与毛悦论文^[3] 中的模糊度数量级的巨大差异,值得我们进一步探讨。但绝对定位所得的位置精度总体上并不高,主要 用于航天器位置初值预报,若要得到更加精确的航天器位置,可以考虑在绝对定位的基础上进行滤波修 正,从而提高脉冲星导航定位精度。

参 考 文 献:

- [1] Sheikh S I. The Use of Variable Celestial X- ray Source for Spacecraft Navigation[D]. University of Maryland, 2005.
- [2] Sheikh S I. Spacecraft Navigation Using X-ray Pulsars[C]// AAS/ AIAA 14th Space Flight Mechanics Meeting, 2004: 49–63.
- [3] 谢振华, 等. 一种新的 xprav 系统解脉冲周期模糊算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(9): 2124-2127.
- [4] 郑广楼, 等. 基于 X 射线脉冲星的地球同步卫星绝对定位方法 J]. 上海航天, 2009(1): 28-30.
- [5] 毛悦, 宋小勇. X 射线脉冲星导航中相位模糊度解算[J]. 宇航学报, 2009, 30(2): 510-514.
- [6] Hanson J E. Principles of X ray Navigation[D]. Stanford University, 1996.
- [7] 毛悦, 宋小勇. X 射线脉冲星导航几何法确定航天器位置[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2009, 34(6): 790- 793.
- [8] 仲崇霞,杨廷高.脉冲星时间稳定度的估计方法[J].时间频率学报,2004,27(1):48-53.
- [9] 李志豪. 基于 X 射线脉冲星的航天器导航滤波算法研究[D]. 国防科技大学, 2008.