

文章编号:1001-2486(2010)03-0094-05

基于局部特征及最佳量化的 Quantum TV 算法*

姚伟,孙即祥

(国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘要:量化 TV 算法是一种量化的全变差正则化算法,滤波后的图像取值为一定数量的量化数值,其主要应用为二值图像恢复、图像量化及图像分割等。图像的不同部分灰度变化程度不同,需要不同的量化等级数;不同的直方图分布下,根据不同的原则,存在不同的量化等级。根据上述原则对量化 TV 算法进行了改进,实验结果说明了改进算法更适用于图像量化。

关键词:量化全变差;局部特征检测;最佳量化

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A

Quantum TV Algorithm Based on Local Characteristics and Optimum Quantization

YAO Wei, SUN Ji-xiang

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Quantum TV algorithm, the result of which only takes values from a finite discrete set (the quanta set), is a kind of quantized TV regularized algorithm. It can find applications mainly in binary image restoration, image quantization and image segmentation. Different part of an image varies differently, thus it needs varied number of quantized levels. Different image histogram also corresponds to different quantized levels. We made improvements to the quantum TV algorithm according to the above statements. Experiments and related data demonstrated that the improved algorithm showed better appliance in image quantization.

Key words: quantum TV; local characteristics detection; optimum quantization

噪声是图像降质最主要的因素之一,因此去噪是图像恢复中最重要的一步。基于偏微分方程(PDE)及变分模型的去噪方法在去除噪声的同时能够很好地保持图像边缘等特征,因此得到了广泛的应用。其中一种经典的方法就是 Rudin、Osher、Fatemi 提出的全变差(TV)正则化模型^[1],该模型通过求解能量泛函最小化问题进行去噪。很多学者对这个模型进行了研究、改进、应用,或分析与其他模型的关联之处,如文献[2]提出了一种利用凸集投影求解 TV 正则化模型的方法,文献[3-4]则提出在解卷积、图像盲恢复中应用 TV 模型。Meyer 对 TV 模型进行了发展,提出了 G 空间对噪声/纹理进行建模^[5],即图像分解模型^[5-7]。TV 模型在图像修复中也有应用^[8-9]。

量化 TV 算法^[10]在 TV 去噪后加入了量化过程,量化等级集合可以是预先指定或计算得到,处理后图像像素的取值都从量化等级集合中选取。算法可以应用在以下几方面:

- (1) 二值图像处理。可以应用在条形码辨识、文字识别预处理等问题中。
- (2) 图像量化。灰度分辨率很高的图像显示在低动态范围的显示设备中,可以适当降低图像量化等级。
- (3) 图像分割。该算法可以将图像分割为分块常值图像,类似于 Mumford-Shah 模型^[11]。

关于图像特征对最佳量化等级数的影响,Huang 的结论^[12]是:在慢变化画面中精细的量化很重要,而在有大量细节的图像中量化则可以粗糙些;可以根据该规则对图像不同区域进行不同的量化。文献[10]提出了一种自动量化等级的确定规则,但计算复杂,这里采用量化误差最小的 Max 量化器^[13]计算其量化等级。改进的量化 TV 算法更适合于图像量化的应用。

* 收稿日期:2009-09-02

作者简介:姚伟(1981—),男,博士生。

1 TV 正则化去噪与量化 TV 模型

在图像恢复中,采用的降质图像模型一般为 $f = g * h + n$, g 为理想图像, f 为降质图像, h 为点扩展函数, n 为加性高斯噪声。在这个模型下,TV 正则化去噪为最小化能量函数 $E(u) = \int |\nabla u| dx + \int (u * h - f)^2 dx$, 其中求解结果 u 是对理想图像 g 的逼近, Ω 为图像定义域, $\lambda > 0$, 右边第一项为平滑约束, 第二项为偏差惩罚项。为了突出本文的问题,我们忽略成像模型中的点扩展函数项,认为图像没有明显的模糊,即最小化如下能量泛函

$$E(u) = \int |\nabla u| dx + \int (u - f)^2 dx \quad (1)$$

在量化 TV 模型中,首先定义量化等级集合 $R = \{0 = r_0 < r_1 < \dots < r_{k-1} = 1\}$, 即处理后图像灰度值的取值集合(这里规定灰度范围为 $[0, 1]$)。在这个约束条件下,TV 正则化模型变为

$$\min_{u(x) \in R} E(u) = \min_{u(x) \in R} \left[\int |\nabla u| dx + \int (f - u)^2 dx \right] \quad (2)$$

量化 TV 模型与变分图像分割模型联系密切。首先,通过求解上述模型,我们得到一个只含有 k 个码值的图像,每个 $r_i (i=0, 1, \dots, k-1)$ 都定义了一个区域,这样我们就得到了一个自然的分割结果 $\Omega_i = \{x \mid u(x) = r_i, r_i \in R\} (i=0, 1, \dots, k-1)$ 。

模型(2)与 Mumford, Shah 的分块常数模型^[11]也有很大联系。Mumford-Shah 模型如下:

$$\min E(u, \Omega) = \min \left[\int (u - f)^2 dx + \int |\nabla u|^2 dx + \int |\Omega| \right] \quad (3)$$

其中参数 λ, μ 非负, Ω 为边界集, $|\Omega|$ 为其一维 Hausdorff 测度,给出了边界总长度。Chan 和 Vese 采用 Level Set 方法实现了简化的 Mumford-Shah 模型,并与 Active Contour 结合,使得停止函数不依赖于以前采用的图像局部梯度,而是 Mumford-Shah 分割模型中的能量函数,该模型被称为 Chan-Vese 模型^[14-15]。它们都认为图像的分割结果是

$$\Omega = \left(\bigcup_i \Omega_i \right) \quad (4)$$

在每个区域 Ω_i 上图像取值为恒定值。取定合适的 k 值,式(2)的分割结果与式(4)是类似的。

2 算法改进及实现

2.1 算法改进

文献[10]对量化 TV 模型进行了分析及实现,但在实现中对量化等级集合的势考虑简单,最多仅考虑了 8 个量化等级的情况,对复杂的图像采取统一量化,量化等级的选取多为人为取定的均匀量化,自动量化等级选取算法虽然经过了简化,但实现起来仍不方便。

在保持图像一定质量并最小化量化等级数的问题中,图像细节变化剧烈程度对量化等级数有重要影响。Huang 给出了定性的结论^[13]:灰度变化平缓的图像,较少的量化等级数容易出现假轮廓;而具有大量细节的图像,较少的量化等级数对图像主观质量的影响并不大。基于这个结论,不仅可以对不同的图像取定相应的量化等级数,而且可以对复杂的图像在不同区域中进行不同的量化,从而以较少的数据量表达出较高的图像质量。

图像量化会引入误差。一般均匀量化引入的误差较大,若要使得量化误差减少,可以对直方图中出现次数较多的灰度,它们所在的子区间划分得较小一些,这样可以减小总体误差。设图像 $f(i, j)$ 有 n 级灰度 $r_0^n, r_1^n, \dots, r_{n-1}^n$, 直方图分布为 $p(f)$, 现将其量化为 k 个灰度级 $r_0^k, r_1^k, \dots, r_{k-1}^k (k < n)$, 分层灰度为 $d_0 = r_0^n, d_1, \dots, d_k = r_{n-1}^n$, 于是量化的均方误差为

$$\sigma^2 = \sum_{j=0}^{k-1} \sum_{f=d_j}^{d_{j+1}-1} (f - r_j^k)^2 p(f) \quad (5)$$

为使 σ^2 最小的 d_j, r_j^k , 令 $\partial^2/\partial d_j = 0, \partial^2/\partial r_j^k = 0$. 由前者可推得, $d_j = (r_{j-1}^k + r_j^k)/2$, 这里 $d_j (j=0, 1, \dots, k)$ 均应取整数值. 由后者可推得,

$$r_j^k = \frac{d_{j+1}^{-1} \cdot f p(f) / p(f)}{f = d_j}$$

故量化规则应为:若 $f \in [d_j, d_{j+1})$, 则 $f = r_j^k$. 事实上由于 $d_j = (r_{j-1}^k + r_j^k)/2$, 量化规则也可以写为

$$f = r_{j_0}^k, \text{ 其中 } r_{j_0}^k = \min_{r_j^k} |f - r_j^k| \tag{6}$$

2.2 算法实现

在给定量化等级集合 R 的情况下, 算法的实现步骤如下, 初始设定 $u_0 = f, n = 0$.

- (1) 计算 $v = T(u_n)$;
- (2) 对 v 按照式(6)进行量化, 将量化结果赋值给 u_{n+1} 并循环。

T 为求解式(1)的算子。式(1)对应的 Euler-Lagrange 方程为 $\frac{\partial E}{\partial u} = - \nabla \left[\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right] + (u - f)$, 传统时间步进算法由于稳定性问题会要求小步长, 采用下式求解则是无条件稳定的^[16-17],

$$- \nabla \left[\frac{\nabla u^{n+1}}{|\nabla u^{n+1}|} \right] + (u^{n+1} - f) = 0$$

令 $L_n = - \nabla \left[\frac{1}{|\nabla u^n|} \nabla \right]$, 则 $u^{n+1} = (L_n + I)^{-1}(f)$, 即 $T = (L_n + I)^{-1}$.

3 实验结果对比及分析

进行了两组对比实验来说明改进的有效性, 并计算了对比图像的均方差 (MSE) 值、峰值信噪比 ($PSNR$) 及结构相似度^[18] ($SSIM$)。由于实验使用的算法不会使得图像动态范围发生变化, 所以计算图像的全变差 (TV) 进行对比也是有意义的。为了使对比更明显, 实验中对图像对比明显部分计算了上述对比量。它们的计算方法为

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [f(i, j) - \hat{f}(i, j)]^2, \quad SSIM = \frac{(2\mu_x \mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_1)}$$

$$PSNR = 10 \lg(f_{\max}^2 / MSE), \quad TV(f) = \int |\nabla f| dx$$

其中 f 和 \hat{f} 为对比图像, 实验中取为原图及处理后图像, M, N 为图像行列数, f_{\max} 为图像灰度最大值。 $SSIM$ 度量计算的是两个向量 x, y 的相似度, 其中 μ 表示均值, σ 表示标准差或互相关度量, 对两幅图像计算时应计算其对应行(列)矢量的 $SSIM$ 度量并取均值。

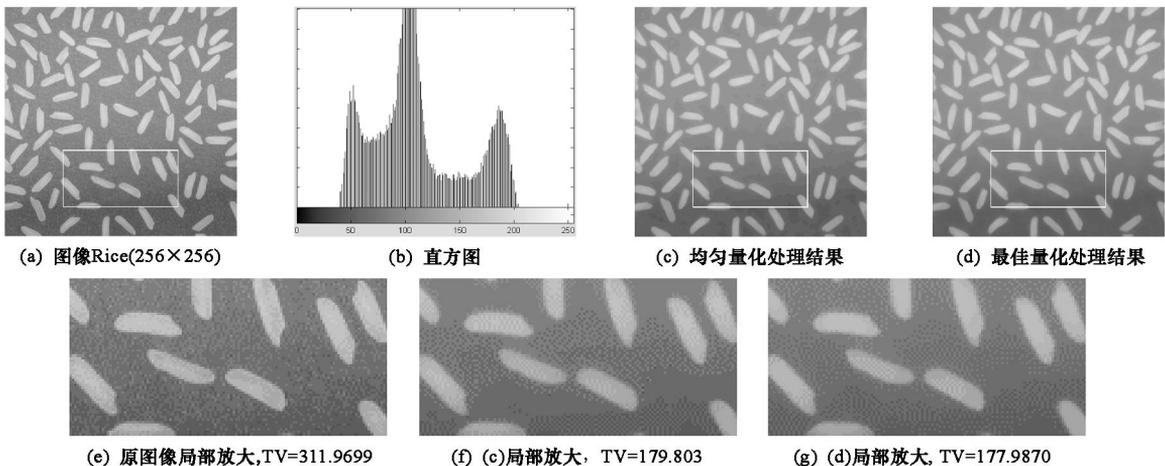


图1 采用不同量化的算法结果对比

Fig. 1 Comparison of different algorithms adopting different quantization method

首先进行一组对比实验来说明量化等级的计算会带来图像质量的改善。待处理图像为 Rice 图像,原图、直方图及处理结果如图 1 所示。图像的直方图在 $[0, 39]$ 及 $[205, 255]$ 内为零值,在非零区域内也是非均匀分布,这样均匀量化肯定会造成不理想的效果,这由图 1(c)、(d)可以看出。两个结果中 Rice 图像背景的纹理/噪声都被滤除掉了,但(c)中出现了较明显的假轮廓,而(d)中假轮廓几乎没有。对比明显的部分(白框内图像)进行了放大比较,如图 1(e)、(f)、(g), (g)的 TV 值比(f)略大是因为(f)中假轮廓明显。计算了相应的对比度量值,如表 1。两种算法均采用 32 级灰度量,这样图像数据量就只有原图的 62.5%, (c)中采用了均匀量化, (d)的量化灰度集合则为

$$R = \{0.1613, 0.1759, 0.1848, 0.1995, 0.2162, 0.2308, 0.2476, 0.2622, 0.2790, 0.2936, 0.3103, 0.3250, 0.3417, 0.3563, 0.3652, 0.3799, 0.3888, 0.4034, 0.4201, 0.4426, 0.4750, 0.5210, 0.5613, 0.5995, 0.6397, 0.6779, 0.7103, 0.7406, 0.7731, 0.8191, 0.8280, 0.8426\}$$

第二组对比试验主要说明对于复杂图像分区域进行不同的量化,包括不同的量化等级数和不同的量化等级集合,可以得到更好的结果。实验原图及结果如图 2 所示,图像大小 384 × 384 像素。图 2(b)所示为(a)的局部特征,采用计算局部区域内高频分量所占比例的方法来表示局部特征,并用阈值方法将局部区域分为 3 类,白色部分表示高频分量即细节较多的部分,黑色部分表示高频分量较少,即平坦部分,灰色部分介于白色与黑色中间。对这 3 类区域进行不同的量化等级计算,白色、灰色、黑色部分分别采用 16、32、64 等级灰度量。量化等级集合的计算则是将图像分为若干块(实验中为 6 × 6)分别计算,每个块内分别计算 3 种量化等级集合供近似使用。由实验结果可以看出,原图背景的噪声被滤除了, (c)中含有较明显的假轮廓,而(e)的实验结果则与(d)较接近,假轮廓的现象基本没有(表 2 也可以验证),但(c) ~ (e)的数据量分别为原图的 62.5%, 75%, 59.3%, 故本文算法以较少的量化等级较好地保留了图像特征。对比明显的部分进行了放大比较,如图 2(f)、(g)、(h), (g) TV 值比(f)高是由于量化等级数的增加。计算了对比度量值,其中与(a)对比均是对比方框部分,如表 2。

表 1 图 1 处理结果对比度量值

Tab. 1 Measure comparison of the result in fig. 1

	MSE	PSNR	SIMM
(f)对比(e)	0.001	60.418	0.9575
(g)对比(e)	0.0009	60.689	0.959

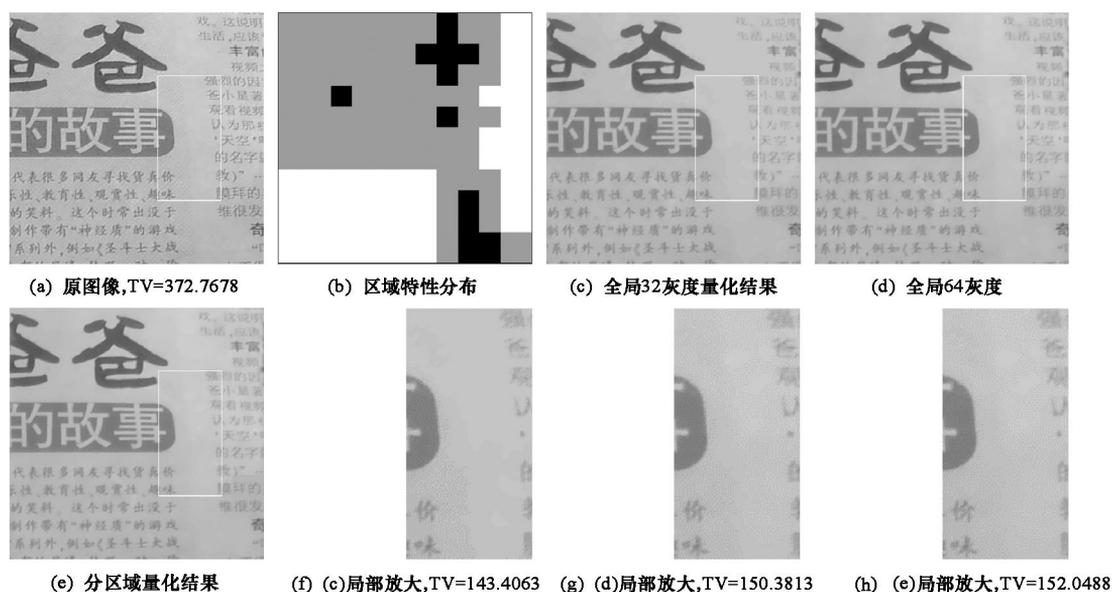


图 2 局部量化及全局量化算法结果对比

Fig. 2 Comparison of local quantization and global quantization

表2 图2处理结果对比度量值

Tab.2 Measure comparison of the result in fig.2

	<i>MSE</i>	<i>PSNR</i>	<i>SIMM</i>
(f)对比(a)	0.0006	64.8041	0.8573
(g)对比(a)	0.0005	65.8302	0.8989
(h)对比(a)	0.0005	65.7869	0.8958

4 结论

量化 TV 算法是融合了变分滤波方法及图像量化的新算法,具有平滑、去噪及图像重新量化的作用。结合了最优量化及自适应量化等级数选取的量化 TV 算法强化了其在图像量化中的应用,得到了更好的结果,但在量化等级数的选取上,仍然需要依靠经验,如何根据规则自动选取量化等级数,是一个值得研究的课题。

参考文献:

- [1] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear Total Variation Based Noise Removal Algorithms[J]. Physica D, 1992, 60(1-4):259-268.
- [2] Chambolle A. An Algorithm for Total Variation Minimization and Applications[C]//J. Math. Imaging Vision, 2004,20: 89-97.
- [3] Zheng H W, Hellwich O. An Edge-driven Total Variation Approach to Image Deblurring and Denoising[C]//ICICIC, 2006, 2:705-710.
- [4] Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T, Oliveira J P. Total Variation-based Image Deconvolution: A Majorization-minimization Approach[C]//ICASSP06 Toulouse, France, 2006,2: 861-864.
- [5] Meyer Y. Oscillating Patterns in Image Processing and Nonlinear Evolution Equations[M]. Boston: American Mathematical Society, 2002.
- [6] Osher S, Sole A, Vese L. Image Decomposition and Restoration Using Total Variation Minimization and the H^{-1} Norm[J]. SIAM of Multiscale Modeling and Simulation, 2003, 1(3): 349-370.
- [7] Vese L, Osher S. Modeling Textures with Total Variation Minimization and Oscillating Patterns in Image Processing[C]//J. Math. Imaging Vision, 2004,20: 7-18.
- [8] Chan T F, Shen J H. Mathematical Models for Local Non-texture Inpainting[J]. SIAM Journal of Applied Mathematics, 2001, 62(3): 1019-1043.
- [9] Chan T F, Shen J H. Non-texture Inpainting by Curvature-driven Diffusions (CDD) [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2001, 12(4): 436-449.
- [10] Shen J H, Sung H K. Quantum TV and Applications in Image Processing[J]. Inverse Problems and Imaging, 2007, 1(3): 557-575.
- [11] Mumford D, Shah J. Optimal Approximations by Piecewise Smooth Functions and Associated Variational Problems[J]. Comm. Pure Appl. Math., 1989, 42(5): 577-685.
- [12] Huang T S, Tretiak O J, Prasada B, et al. Design Considerations in PCM Transmission of Low Resolution Monochrome Still Pictures[C]//Proc. IEEE 55, 1967: 331-335.
- [13] 孙即祥. 图像处理[M]. 北京:科学出版社,2004.
- [14] 皮玲. 几何热流在数字图像处理中的应用[D]. 上海:华东师范大学, 2006.
- [15] Chan T F, Vese L A. Active Contours Without Edges[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277.
- [16] Vogel C R, Oman M E. Iterative Methods for Total Variation Denoising[J]. SIAM J. Sci. Statist. Comput., 1996, 17: 227-238.
- [17] Chan T F, Mulet P. On the Convergence of the Lagged Diffusivity Fixed Point Method in Total Variation Image Restoration[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1999, 36(2): 354-367.
- [18] Zhou W, Alan C B, Hamid R S, et al. Image Quality Assessment: From Error Measurement to Structural Similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-613.