

文章编号: 1001- 2486(2010) 03- 0121- 06

## 一种用于 SEAD 任务的改进型 Voronoi 图\*

张雷<sup>1,2</sup>, 孙振江<sup>3</sup>, 王道波<sup>1</sup>, 段海滨<sup>4</sup>

- (1. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016; 2. 空军装备部, 北京 100085;  
3. 国防科技大学 电子科学与技术学院, 湖南 长沙 410073;  
4. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 根据雷达所在位置构造 Delaunay 三角形, 取它的外心作为 Voronoi 图的顶点, 构造常规 Voronoi 图, 使用随机搜索算法可以为无人战斗机规划安全路径。由于战场环境威胁各异, 使用常规 Voronoi 图不再能表征真实的 SEAD 任务, 增大了无人战斗机的威胁, 本文提出了一种新的 Voronoi 图的改进方法, 以提高无人战斗机在执行 SEAD 任务时的生存概率。首先, 根据可能出现的各种情况进行了分析, 提出了改进型 Voronoi 图的构图原则。然后, 提出了在不同威胁体下, 基于“Delaunay 多边形”构造改进型 Voronoi 图的方法。最后, 进行了仿真。仿真算例的结果验证此方法可以明显地提高无人战斗机的生存概率。

**关键词:** 无人战斗机; 对敌防空火力压制; 路径规划; Voronoi 图; Delaunay 三角形

中图分类号: TP18 文献标识码: A

## An Improved Voronoi Diagram for Suppression of Enemy Air Defense

ZHANG Lei<sup>1,2</sup>, SUN Zhen-jiang<sup>3</sup>, WANG Dao-bo<sup>1</sup>, DUAN Hai-bin<sup>4</sup>

(1. College of Automation, Nanjing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Air Force Equipment Department, Beijing 100085, China;

3. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

4. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Voronoi diagram is often used for UCAV path planning in SEAD mission. General Voronoi diagram is constructed by connecting the circum-centers of Delaunay triangles, while every vertex of Voronoi diagram is considered as a kind of enemy air defense. But there are a lot of enemy air defenses in the battlefield, and every enemy weapon has its action area, so that the perpendicular bisector of Delaunay among different threats which is the edge of Voronoi diagram is no longer the safe path of UCAV. Firstly, the current study proposed a novel method to modify the general Voronoi diagram so that the generated improved Voronoi diagram could be applicable for the UCAV path planning, and the criteria of constructing the improved Voronoi diagram were presented. Secondly, based on “Delaunay polygon”, it presented all the possible conditions which the improved Voronoi diagram could be constructed. Finally, the simulation demonstrates that the planned path based on the improved Voronoi diagram can increase the survival probability of UCAVs in SEAD mission obviously.

**Key words:** Unmanned Combat Air Vehicle (UCAV); Suppression of Enemy Air Defense (SEAD); path planning; Voronoi diagram; Delaunay triangle

无人机任务规划系统是无人机执行任务的“倍增器”。在战场环境中, 无人战斗机 (Unmanned Combat Air Vehicle, UCAV) 执行对敌防空火力压制 (Suppression of Enemy Air Defense, SEAD) 任务时, 为了从大量敌方威胁中突围而出, 在保证自身安全的同时要求 UCAV 能够最大限度地摧毁敌方目标<sup>[1]</sup>, 图 1 所示是典型的 SEAD 任务示意图。此时, 要求路径规划分系统规划出路径的威胁尽可能小, 以最大程度地提升 UCAV 的生存概率。其中黑色三角为 UCAV, 空心圆和实心圆分别代表固定威胁和随机威胁的作用区域, 威胁的最大作用距离  $R_{\max}$  为威胁区域半径, 黑色圆点为目标。根据威胁点的分布可以构造

\* 收稿日期: 2009- 10- 20

基金项目: 航空科学基金资助项目 (2006ZC51039)

作者简介: 张雷 (1978-), 男, 工程师, 博士。

Voronoi图(下面简称V图),根据V图定义<sup>[2]</sup>可知,连接相邻三个威胁构建的Delaunay三角形(下面简称D三角形)的外心为V多边形的顶点,连接所有D三角形的重心所得到的图形即为V图。通常认为V图法可以有效降低随机搜索算法搜索威胁最小路径的难度,是一种较为实用的UCAV路径规划方法。由于V图构造简单,生成速度快,在对V图的边界代价进行量化后,采用Dijkstra算法等随机搜索算法,可以搜索出满足各种约束条件(代价最小、距离最短)的安全路径,广泛应用于UCAV执行SEAD任务的路径规划问题<sup>[3-6]</sup>。为了能够更加符合战场环境下UCAV路径的特点,很多文献对V图进行了改进研究<sup>[2,5,7-8]</sup>,甚至将其扩展到三维环境<sup>[9]</sup>。

## 1 研究的背景(Background)

战场中存在各种类型的防空武器,它们都会威胁到UCAV的生存,可以分为探测威胁和攻击威胁两部分<sup>[10]</sup>。假设任务区域为平地,不存在雷达探测的盲区,探测威胁是指防空雷达对UCAV的探测概率,雷达接收到的回波信号越少,它做出正确判断的可能性越低,UCAV的生存概率就越高。假设存在 $n$ 个共面的点 $T_1, T_2, \dots, T_n$ ,每个点代表一个威胁。根据雷达原理可得雷达收到距离威胁 $R$ 处的UCAV $A_1$ 的回波功率如下<sup>[9]</sup>

$$t_{i,A_1} = \begin{cases} \frac{K_i^{detect}}{R_i^4}, & 0 < R_i \leq R_{max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

由式(1)可知,距离雷达越近,UCAV被探测到的概率越高。攻击威胁是指当UCAV被发现后,被敌方防空火力击中的概率,它的大小由武器本身的性能决定。综上所述,战场上UCAV遭受到的威胁应该是攻击概率和侦查概率的积。由概率论知识可知,概率不能被累加,因此在 $n$ 个威胁体系下,UCAV $A_1$ 受到的探测威胁的大小如下所示:

$$t_{A_1}^{detect} = \max_{i=1}^n t_{i,A_1}^{detect} \frac{\text{同乘以攻击威胁的大小}}{t_{A_1}^{detect}} = b_i t_{A_1}^{detect} = \max_{i=1}^n \frac{b_i K_i^{detect}}{R_i^4} = \max_{i=1}^n \frac{K_i}{R_i^4} \quad (2)$$

上式的两边同乘以攻击威胁 $b_i$ ,可得UCAV $A_1$ 受到的总威胁,其中 $K_i$ 为一个常数,威胁不同, $K_i$ 的值也不相同。

在两个威胁下,采用图2(a)所示的常规V图的构造方法。当威胁相同时,UCAV在威胁 $T_1, T_2$ 垂直平分线上飞行,受到的威胁是最小的。当威胁增多时,采用图2(a)所示方法构造出的V图是常规V图,此时V图的顶点就是D三角形的外心。然而,由于战场威胁环境复杂,敌防空火力多样,其作用范围也不相同。显然,在不同威胁体系下,D三角形的外心不再是威胁最小的点。当威胁大小不同时,仍然使用图2(a)所示方法构造V图,此时规划出来的路径将不再满足路径最短、威胁最小的要求,必须对常规V图进行改进。本文分析了文献[2,5,7-8]中提出的改进型V图的问题,通过不同情况的对比分析,得出了更为合理的SEAD任务下的V图改进策略。

为了使UCAV尽可能安全地穿过两个威胁( $T_1$ 和 $T_2$ )之间的区域,根据式(2)可知,如果 $K_1 = K_2$ ,线段 $T_1 T_2$ 的垂直平分线是安全的路径(见图2(a));如果 $K_1 \neq K_2$ ,可以在 $T_1 T_2$ 上找到一个点(A),使其受 $T_1$ 和 $T_2$ 的影响相同,A点就是通过 $T_1 T_2$ 的必经点,这样所有威胁值不高于A的点构成的路线都可以作为安全路径。于是可以得到下面两条作为构建改进型V图的原则:

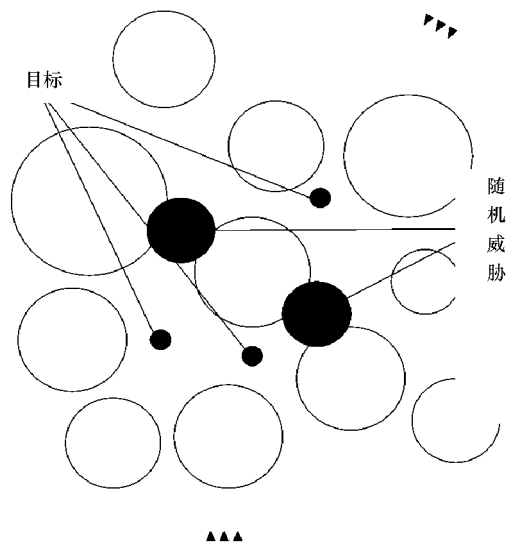


图1 SEAD任务示意图<sup>[2]</sup>

Fig. 1 Typical SEAD mission scenarios

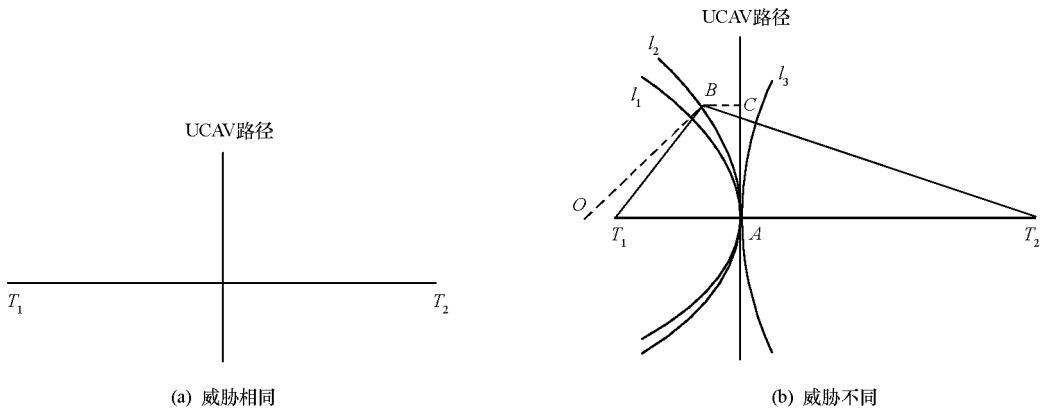


图 2 两种威胁下的 V 图  
Fig. 2 Voronoi diagram between two threats

(1) 在两个威胁( $T_1$  和  $T_2$ ) 连线上的受到两个威胁影响相同的点是线段  $T_1T_2$  的必经点;

(2) 距离  $T_1$  和  $T_2$  比  $A$  点长的点都可以作为 V 图上的点。

∟  $l_1$  是以  $T_1$  为圆心的圆,  $T_1$  对圆  $l_1$  上的点的影响和  $A$  点相同;

∟  $l_3$  是以  $T_2$  为圆心的圆,  $T_2$  对圆  $l_3$  上的点的影响和  $A$  点相同;

∟ 威胁  $T_1$  和  $T_2$  对圆  $l_2$  上的点的影响相同。

根据式(1),  $l_1$  和  $l_3$  一定存在。下面说明受两个不同的威胁的影响相同的点组成的图形为一个圆心为  $O$  的圆  $l_2$ ,  $t_i$  为 UCAV 受到雷达  $i$  的威胁, 设  $t_2 = Kt_1$ ,  $K > 1$ 。

假设两个威胁的坐标分别为  $T_1 = (0, 0)$ ,  $T_2 = (a, 0)$ , 任意点坐标为  $T_a = (x, y)$ , 要求这个点受到  $T_1$  和  $T_2$  的影响相同, 设  $t_1 = 1, t_2 = K = 1/k^4$ , 根据式(1)可以得到  $(x - ak^2/(k^2 - 1))^2 + y^2 = a^2k^2/(1 - k^2) + a^4k^4/(1 - k^2)^2$ , 于是可知圆  $l_2$  存在。因为  $K > 1, ak^2/(k^2 - 1) < 0$ , 如图 2(b) 所示。

根据改进 V 图的原则第(2)条可知, 圆  $l_2$  和  $l_3$  之间且和两个圆不相交的区域是安全的。为了构图简单, 本文选择和  $T_1T_2$  垂直且交于点  $A$  的直线构造改进型 V 图。下面, 首先以四个不同种类的雷达 ( $T_1, T_2, T_3$  和  $T_4$ ) 为例说明改进 V 图的构造方法。

## 2 改进型 V 图(Improved Voronoi diagram)

### 2.1 相同威胁下的 V 图

假设四个威胁相同, 构成一个四边形  $T_1T_2T_3T_4$ ,  $\Delta T_1T_2T_3$  和  $\Delta T_1T_3T_4$  都是锐角 D 三角形。因此 D 三角形的垂心分别交于  $A$  和  $A'$  两点。连接  $A, A'$  和这些垂线, 构成了 V 图。如果  $T_4$  的位置向线段  $T_1T_3$  移动,  $A'$  的位置也会向  $A$  靠近(见图 3(a) 向(b)的变化)。由图 3(b) 所示, 当  $T_1, T_2, T_3$  和  $T_4$  共圆

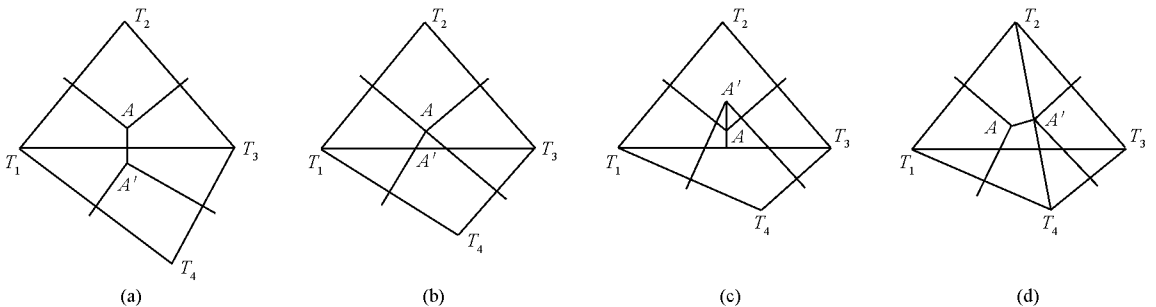


图 3 (a)  $T_4(T_2)$  在  $T_1, T_2$  和  $T_3(T_1, T_3$  和  $T_4)$  组成的圆外; (b)  $T_1, T_2, T_3$  和  $T_4$  共圆;  
(c), (d)  $T_4(T_2)$  在  $T_1, T_2$  和  $T_3(T_1, T_3$  和  $T_4)$  组成的圆内

Fig. 3 Voronoi diagram between 4 same threats

的时候,  $A'$  会和  $A$  重合。如果  $T_4$  继续向  $T_1T_3$  移动, 两个  $D$  三角形的外心的位置会影响  $V$  图的构造。此时可以连线  $T_2T_4$  重新划分多边形  $T_1T_2T_3T_4$ , 于是如图 3(d) 所示按照上述方法还可以构造出  $V$  图。因此在四个威胁点内, 一定可以找到一种划分, 使  $D$  三角形的外心在  $D$  三角形之内。

不失一般性, 下面讨论  $n$  个点的  $D$  三角形的构造和其对  $V$  图的影响。从  $n$  个点中构造  $D$  三角形网, 如果每个  $D$  三角形的外接圆内没有第四个点,  $V$  图一定成立; 如果  $n$  个点共圆, 将相邻的点连线, 则可以构造  $D$  多边形, 根据它构造的  $V$  图是以多边形外接圆的圆心为起点, 向外辐射的射线段, 每条射线段都垂直平分相邻威胁点之间的连线; 否则需要引入定理 1。

**定理 1** 首先假设存在  $n$  个点不共圆, 如果其中某三个点组成的  $D$  三角形的钝角边之外及其外接圆以内(或者外接圆上)存在这三个点以外的  $n-3$  个其它的点, 则一定可以找到一种划分方法使其中三个点组成的  $D$  三角形的外接圆以内不包含其它的点。

**证明** 根据构造  $D$  三角形的原则可知, 总是选择邻近的点作为  $D$  三角形的顶点。因此可知假设构造的  $D$  三角形不符合邻近原则, 需要重新进行划分。下面验证定理 1 的充分性。如图 4 所示, 以  $A$  点和  $C$  点与  $AC$  边为参考, 选择  $D_4$  点和  $A$  点、 $C$  点共同构造  $D$  三角形。如果  $D_4AC$  的外接圆内存在其它的点, 则从外接圆内部的点中选择距离  $C$  最近的点和  $A$ 、 $C$  点构造  $D$  三角形, 如果还包含其它点, 则再从中间选择距离  $C$  点最近的点, 以此类推, 一定可以得出满足定理结论的点  $D_m$ 。

综上所述, 如果存在  $n$  个威胁点, 一定可以找到一种划分使所有  $D$  三角形的外接圆内不包含第四个点, 即可以构造出  $n$  个相同威胁点下的  $V$  图。

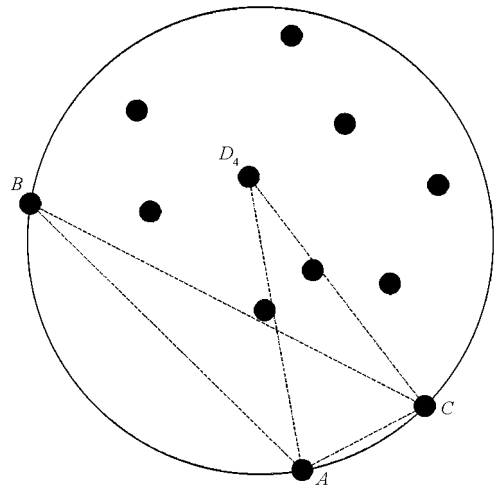


图 4  $n$  个共面不共圆的点的 Voronoi 图构造  
Fig. 4 Voronoi diagram of  $n$  non-coplanar points

### 2.2 威胁不同时的改进型 $V$ 图

如果  $D$  三角形的顶点的威胁不同, 设  $T_1$  的威胁大于  $T_2, T_2$  大于  $T_3$ , 在大多数情况下按照图 2(b) 的方法构造  $V$  图, 三条垂线不会相交于一点而会构成一个三角形, 即  $\Delta A'B'C'$ , 如图 5(a) 所示。同时如果  $\Delta A'B'C'$  的部分或者全部处于  $\Delta T_1T_2T_3$  之外, 将会大大影响改进型  $V$  图的构造。参考文献[2, 5, 7-8] 中提出的  $V$  图的改进策略, 为了满足  $V$  图构造的唯一性, 将  $\Delta ABC$  的内心  $O$  和  $A, B, C$  相连构成  $V$  图。

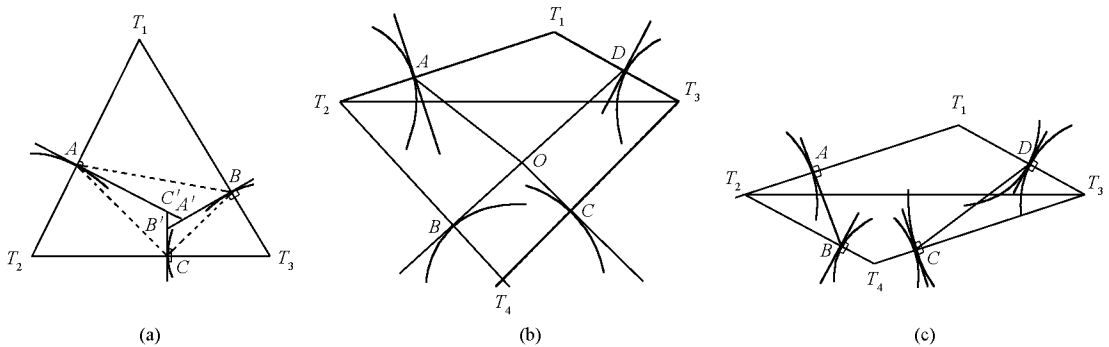


图 5 两类威胁下的基于“Delaunay 多边形” $T_1T_2T_3T_4$  的  $V$  图  
Fig. 5 Improved Voronoi diagram of two types of  $n$  threats based on Delaunay polygon

如果存在第四个点  $T_4$ , 并且构造  $V$  图时  $A'B'C'$  不在其他三个威胁组成的  $D$  三角形( $\Delta T_1T_2T_3$ ) 以内, 很可能在重新划分  $D$  三角形后得到的  $V$  图仍然不能使  $A'B'C'$  处于  $D$  三角形之内, 如图 5(b)、(c) 所示, 于是可以考虑将四个点结合在一起考虑多边形  $T_1T_2T_3T_4$ , 称之为“Delaunay 多边形”。下面以  $T_4$  的

威胁小于  $T_2$ ,  $T_3$  小于  $T_1$  为例说明构造基于多边形改进 V 图的方法,并且和文献[2, 5, 7- 8]所提的方法进行了对比。

第一种情况,见图 5(b),基于  $\Delta T_1 T_2 T_3$  构造的 V 图处于  $\Delta T_1 T_2 T_3$  的外部,同时基于  $\Delta T_2 T_3 T_4$  得出的 V 图在  $\Delta T_2 T_3 T_4$  内部。其中  $O$  为边  $T_2 T_4$  和  $T_3 T_4$  的垂线  $BO$  和  $CO$  的交点。如果两个三角形的两条边  $T_1 T_2$ 、 $T_1 T_3$  和  $T_2 T_4$ 、 $T_3 T_4$  的交点  $O'$  和  $O$  相互影响,则通过比较选择  $O$  或者  $O'$  作为这四个边产生 V 图的交点。对于本例所述情况,连接  $AO$ 、 $BO$ 、 $CO$  和  $DO$  就构成了基于“Delaunay 多边形”的改进型 V 图。

根据改进 V 图的原则,  $BO$  和  $CO$  满足要求;由于基于  $\Delta T_1 T_2 T_3$  构造 V 图的特殊性,无法构造出  $\Delta T_1 T_2 T_3$  内的“相对安全”的UCAV 飞行路径,因此改为连接  $AO$  和  $DO$ 。由于这种方法可能不满足构图原则,但是作为一种折中方案可以用来构造改进型 V 图。若采取文献[2, 5, 7- 8]的方法,将  $\Delta T_1 T_2 T_3$  中每个边上受到两个端点影响威胁相同的点构成的三角形的内心作为UCAV 的飞行路径,会增加UCAV 所受威胁。

第二种情况,见图 5(c),由于两个三角形都无法构造出满足构图原则的 V 图,因此连接  $AB$ 、 $CD$  构成多边形  $T_1 T_2 T_3 T_4$  内的改进型 V 图,因为  $\Delta T_1 T_2 T_3$  和  $\Delta T_2 T_3 T_4$  的每个边上受到两个端点威胁相同的点组成的三角形的内心到相应三角形的顶点的连线上的威胁都远远大于  $AB$  和  $CD$  上的威胁,可以认为线段  $AB$ 、 $CD$  构成 V 图是相对安全的。

### 2.3 V图边界代价及其量化方法

为了便于定量计算,需要对 V 图每个边的代价进行赋值。代价  $J$  由长度代价  $J_{\text{length}(j, j+1)}$  和威胁代价  $J_{\text{threats}(j, j+1)}$  两部分组成<sup>[5-11]</sup>,如式(3)所示,其中  $0 \leq \lambda \leq 1$ ,  $\lambda = 0$  时说明只考虑威胁的影响,当  $\lambda = 1$  时只考虑燃油代价。

$$J(j, j+1) = \lambda J_{\text{length}(j, j+1)} + (1 - \lambda) J_{\text{threats}(j, j+1)} \quad (3)$$

对于威胁代价,可以分别取每条边的  $1/4$  处、 $1/2$  处和  $3/4$  处或者  $1/6$  处、 $1/2$  处和  $5/6$  处进行加权平均,分别如式(4)、(5)所示。

$$J_{\text{threats}(j, j+1)} = T_i \left\{ \sum_{m=1,2,3} \frac{1}{[\text{distance}(\frac{m}{4}j, j+1)]^4} \right\} \quad (4)$$

$$J_{\text{threats}(j, j+1)} = T_i \left\{ \sum_{m=1,3,5} \frac{1}{[\text{distance}(\frac{m}{6}j, j+1)]^4} \right\} \quad (5)$$

## 3 仿真与结论(Simulation and conclusion)

本文使用 matlab 对所述方法进行了仿真实验。首先,生成 10 个随机的点,分别表示两种威胁,用+和\*表示,设  $T^* = 1 > T_+ = 0.7$ 。然后,如图 6 所示构造常规 V 图和改进型 V 图。图中,实线代表 V 图,虚线代表 D 三角形。

在进行威胁量化时,本文使用式(4)进行计算,两点之间的距离以图中的实际距离为主(单位是 mm)。要从 A 点到 C 点,对于图 6(c)、(d)、(e) 三种情况下的路径分别为  $AEFC$ 、 $AGHC$  和  $AIJC$ ,它们的威胁值分别为  $2.6947 \times 10^{-6}$ 、 $2.5655 \times 10^{-6}$  和  $1.13 \times 10^{-5}$ 。前两种情况差别不大,这是因为两种 V 图在 A、C 两点威胁相同,且路径都是垂直平分线,此时的改进效果并不明显。如果雷达威胁值数量级增大,对于路径代价的比值没有影响,但是会使两种情况的路径之差的绝对数量增加。

如果UCAV 要从 B 点经过虚线所在区域到达 D 点,对于常规 V 图(如图 6(c)所示),它的路径为  $BFED$ ;对于图 6(d)、(e)所代表的情况,UCAV 的路径分别为  $BHGD$  和  $BIJD$ ,经过计算可知以上三条路径的代价分别为  $5.365 \times 10^{-6}$ 、 $4.6806 \times 10^{-6}$ 、 $1.2597 \times 10^{-5}$ ,其中图 6(d)、(e)中 A、B、C、D 四个点分别是计算出来的所在边上威胁最小的点。

根据上面的仿真可以证明,采用文献[2, 5, 7- 8]所述方法不仅不能减小UCAV 的威胁,反而会使

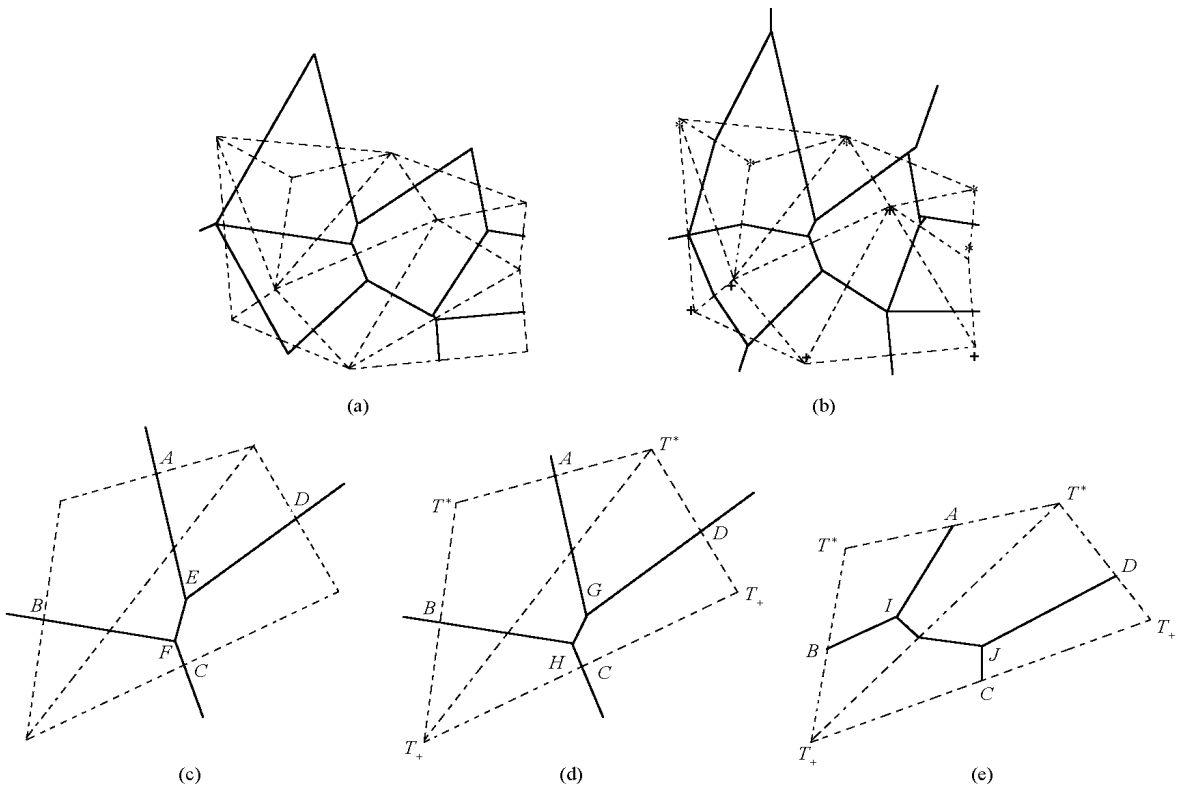


图6 两种威胁体下的V图

(a) 常规V图; (b) 改进型V图; (c) 图6(a)局部; (d) 图6(b)局部; (e) 按照文献[2, 5, 7-8]作出的局部改进型V图

Fig. 6 An improved Voronoi diagram of two types of threats

UCAV的威胁增加,于是上述文献提到的V图改进方法并没有起到降低UCAV威胁的效果。同时,仿真结果和我们在某型UCAV任务规划系统实际的演习和试飞结果都证明了本文所述方法的有效性。然而,改进型V图构造较为复杂,如何能够在大规模战场环境下自动、快速地生成,还需要进一步研究。

## 参考文献:

- [1] 周军. 美国从SEAD到DEAD的战术变化[J]. 飞行导弹, 2001(9): 22-26.
- [2] 杨有龙. 基于图形模式的表达方式[D]. 西安:西北工业大学, 2003.
- [3] Eun Y J, Bang H. Cooperative Control of Multiple UCAVs for Suppression of Enemy Air Defense [J]. AIAA, 2004: 1-14.
- [4] Li S M, Boskovic J D, Seereeram S, et al. Autonomous Hierarchical Control of Multiple Unmanned Combat Air Vehicles (UCAVs) [C]//AACC, 2002: 274-279.
- [5] 刘振, 史建国, 高晓光. Voronoi图在航迹规划中的应用[J]. 航空学报, 2008, 29: 15-19.
- [6] 刘森琪, 段海滨, 余亚翔. Voronoi图的无人机航路快速初始规划[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(21): 5836-5939.
- [7] 高晓光, 杨有龙. 基于不同威胁体的无人作战飞机初始航路规划[J]. 航空学报, 2003(5): 435-438.
- [8] Xiao Q K, Gao X G, Fu X W, et al. New Local Path Replanning Algorithm for Unmanned Combat Air Vehicle [C]//Proceedings of the WCICA'06, 2006, 5: 4033-4037.
- [9] 肖秦琨, 高晓光. 基于空间改进型Voronoi图的无人机路径规划研究[J]. 自然科学进展, 2006, 16(2): 232-237.
- [10] 叶媛媛. 多UCAV协同任务规划方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2005.