

文章编号: 1001- 2486(2010) 04- 0055- 06

# 基于抗差 Kalman 滤波的航空发动机测试数据预处理技术\*

尹大伟<sup>1</sup>, 廖 瑛<sup>1</sup>, 王 雷<sup>2</sup>, 梁加红<sup>2</sup>

- (1. 国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073;
2. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 针对使用标准 Kalman 滤波算法不能准确处理包含粗差的航空发动机测试数据的问题, 在分析标准 Kalman 滤波算法准则和观测误差对滤波估计结果影响的基础上, 采用动态调整观测信息在滤波估计结果中权重的方法, 给出了基于抗差 M 估计理论的抗差 Kalman 滤波准则和递推公式。对不同的发动机测试数据分别采取序列滤波的方法, 减少了运算量。基于常加速度模型, 建立了测量参数的状态空间方程和测量方程。以包含粗差的某型涡扇发动机稳定工作过程的模拟测量数据为例, 采用所设计的抗差 Kalman 滤波器对其进行预处理, 与标准 Kalman 滤波算法处理的结果对比表明, 在模型误差一定的情况下, 抗差 Kalman 滤波算法具有更好的估计精度。

**关键词:** 航空发动机; 抗差 Kalman 滤波; 预处理; M 估计; 最小二乘

**中图分类号:** V233. 7      **文献标识码:** A

## Technology of Aeroengine Testing Data Preprocessing Based on Robust Kalman Filter

YIN Da wei<sup>1</sup>, LIAO Ying<sup>1</sup>, WANG Lei<sup>2</sup>, LIANG jia hong<sup>2</sup>

- (1. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The standard Kalman filter algorithm cannot accurately preprocess the measured data of aeroengine with exceptional errors. The principle of standard Kalman filter and the impact of test errors to the filter estimate results were analysed, and the method of dynamically adjusting the weight of observation information in the filter estimate result was introduced. Then, based on M-estimation theory, the Robust Kalman filter principle and the recursion formula were presented. The state-space equations and observation equations of the measured parameters were established in terms of CA (Constant Acceleration) model. In order to decrease the calculation consumption, the sequence filter was applied separately to process the different sensed data. Furthermore, the preprocessing to the simulation sensed data of a given turbofan engine's steady operation was carried out as an example, using the given Robust Kalman filter. The calculation results, compared with standard Kalman filter, show that the designed Robust Kalman filter has better estimate precision with a given model error.

**Key words:** aeroengine; Robust Kalman filter; preprocess; M-estimation; least squares

航空发动机机载自适应模型的建立、性能寻优控制及在线诊断等技术都基于其可测参数<sup>[1-3]</sup>, 但发动机原始的测量数据包含噪声信息而无法直接使用<sup>[4]</sup>, 需采用滤波技术对其进行预处理。递推 Kalman 滤波(KF)算法具有很高的计算效率, 并可进行实时计算, 既可以处理平稳随机过程, 也可以处理非平稳和多维随机过程, 因此可采用 Kalman 滤波技术对发动机测量参数进行预处理<sup>[5-6]</sup>。

标准 Kalman 滤波算法需要准确的模型先验信息, 只有系统模型和随机模型的先验精度均满足条件时, 滤波估计才会得到具有良好统计特性的最优解。标准 KF 算法需要满足的假设条件之一是观测值服从正态分布, 但实际的观测数据包含的噪声都不是白噪声, 如果动态观测值受到异常干扰, 含有非正态分布的异常误差, 标准 KF 估计将严重偏离真实值。本文针对观测值包含粗差时, 使用标准 KF 算法

\* 收稿日期: 2010- 05- 27

作者简介: 尹大伟(1981-), 男, 博士生。

计算结果误差较大的情况,研究基于抗差 M 估计理论的抗差 Kalman 滤波算法<sup>[7-8]</sup>,对发动机测量数据进行预处理。

## 1 系统状态方程及观测方程的建立

使用 KF 进行参数估计首先需要建立系统的状态方程和测量方程。将发动机可测参数统一用  $x$  表示,设可测参数与时间  $t$  可用非线性函数表示为

$$x = x(t) \quad (1)$$

在构造系统动力学模型时,总是希望模型尽可能简单,根据航空发动机工作过程特点,本文可测参数动力学模型的建立采用了简化的 CA(常加速度)模型<sup>[9]</sup>,而且 CA 模型在发动机稳定工作时具有很好的精度。根据 CA 模型,在有限时间内,发动机测量参数可用时间 2 阶 Taylor 展开近似,设测量参数采样时间间隔为  $\Delta t$ ,则可得

$$x_{k+1} = x_k + \dot{x}_k \Delta t + \frac{\ddot{x}_k}{2} \Delta t^2 + O(\Delta t^3) \quad (2)$$

其中  $k$  代表采样时刻。

由(2)式可得测量参数的状态方程描述:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1}^0 \\ x_{k+1}^1 \\ x_{k+1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^0 \\ x_k^1 \\ x_k^2 \end{bmatrix} + w_k \quad (3)$$

式中状态量  $[x_k^0 \ x_k^1 \ x_k^2]^T$  分别代表(2)式中的  $x_k, \dot{x}_k, \ddot{x}_k$ 。 $x_k^0$  表示测量参数,  $x_k^1$  表示测量参数随时间的变化率,  $x_k^2$  表示测量参数随时间变化的加速度。 $w_k = [w_k^0 \ w_k^1 \ w_k^2]^T$  分别代表它们的误差,即系统的模型噪声。

观测方程记为

$$y_{k+1} = H_{k+1} [x_{k+1}^0 \ x_{k+1}^1 \ x_{k+1}^2]^T + v_{k+1} \quad (4)$$

本文将采用序列抗差 Kalman 滤波算法分别估计不同的可测参数,根据序列算法的和分别处理的要求,设计观测矩阵  $H_{k+1}$  为  $1 \times 3$  维:  $H_{k+1} = [1 \ \Delta t \ \Delta t^2/2]$ ,  $v_{k+1}$  表示测量误差。

采用 CA 模型所建立的测量参数状态方程和测量方程简化了系统模型,与使用将测量参数偏离量作为扩展状态的发动机增广状态变量模型相比<sup>[10]</sup>,简化了建模的过程,并减少了计算量。

## 2 抗差 Kalman 滤波构造准则

由标准 Kalman 滤波准则导出抗差 Kalman 滤波估计准则<sup>[11]</sup>。向量的协方差矩阵用  $\Sigma$  表示,用权矩阵  $P$  表示相应的逆阵,即  $P = \Sigma^{-1}$ 。

### 2.1 标准 Kalman 滤波准则

不失一般性,定义系统的动力学方程:

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + W_k \quad (5)$$

系统测量方程:

$$Y_k = H_k X_k + V_k \quad (6)$$

其中  $X_k$  为状态向量,  $Y_k$  为观测值,  $\Phi_{k,k-1}$  为第  $k-1$  时刻到  $k$  的状态转移矩阵,  $W_k$  为状态模型噪声矩阵,  $V_k$  为测量噪声,对于标准 Kalman 滤波,要求系统状态噪声  $W_k$  和测量噪声  $V_k$  为互不相关的白噪声序列,其协方差矩阵分别为  $\Sigma_{W_k}$  和  $\Sigma_{V_k}$ 。

定义两个残差向量:

$$V_{X_k} = X_k - X_k \quad (7)$$

$$V_k = H_k X_k - Y_k \quad (8)$$

$V_{X_k}$  为状态预报值残差向量,  $V_k$  为观测值估计残差向量, 其中  $X_k, \hat{X}_k$  分别为状态向量预报和估计值, 并且:

$$X_k = \Phi_{k, k-1} X_{k-1} \quad (9)$$

$X_k$  的协方差矩阵:

$$\Sigma_{X_k} = \Phi_{k, k-1} \Sigma_{X_{k-1}} \Phi_{k, k-1}^T + \Sigma_{W_k} \quad (10)$$

标准 Kalman 滤波遵循最小二乘准则即残差加权平方和最小:

$$\begin{aligned} \Omega(k) &= \begin{bmatrix} V_k^T & V_{X_k}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_k & \\ & P_{X_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k \\ V_{X_k} \end{bmatrix} \\ &= V_k^T P_k V_k + V_{X_k}^T P_{X_k} V_{X_k} = \min \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $P_k = \Sigma_k^{-1}$ ,  $P_{X_k} = \Sigma_{X_k}^{-1}$ , 分别为观测值  $Y_k$  和状态预报值  $X_k$  的权矩阵。

## 2.2 抗差滤波准则

由标准 Kalman 滤波准则(11)可知, 滤波估计的结果是由状态预报和测量信息加权的結果, 要得到准确的估计需要精确的动力学模型和观测信息先验误差并满足一系列假设条件, 当观测量出现误差异常分布, 但仍按照标准的观测误差假设进行滤波估计, 滤波估计将偏离真值或者不收敛。由标准 KF 的递推公式可知, 滤波增益本质上是决定了观测值  $Y_k$  和状态预报值  $X_k$  的在状态估计中的比例权重, 如果滤波增益大则观测信息利用的权重增加, 而预报作用权重降低。因此, 当状态模型噪声协方差一定, 即状态模型具有一定的精度, 而观测数据精度很差或出现异常扰动时, 则应该降低滤波增益值, 以降低当前时刻观测值在状态预报中的作用, 实现的方案之一是采取适当的方案降低观测准则(11)中观测值的权重。

假设观测向量  $Y_k$  服从污染分布:

$$Y_k | X_k \sim (1 - \varepsilon) G_k + \varepsilon M_k \quad (12)$$

式中  $\varepsilon$  为污染分布率( $0 \leq \varepsilon < 1$ ),  $G_k$  表示服从正态分布,  $M_k$  为污染源分布。

为克服观测异常误差的影响, 根据以上分析, 按照抗差 M 估计原理, 即得到抗差 KF 估计准则:

$$\Omega = \sum_{i=1}^m p_k^i \rho(v_k^i) + V_{X_k}^T P_{X_k} V_{X_k} = \min \quad (13)$$

式中权函数  $\rho(v_k^i)$  为对称凸函数,  $v_k^i, p_k^i$  分别代表  $V_k$  和  $P_k$  的第  $i$  个分量, 通过引入权函数, 调整观测值在状态估计中的权重。通常直接构造观测值的抗差等价权矩阵来定义抗差 KF 估计准:

$$\Omega = V_k^T P_k V_k + V_{X_k}^T P_{X_k} V_{X_k} = \min \quad (14)$$

式中  $P_k = \text{diag}\left(p_k^1 \quad p_k^2 \quad \dots \quad p_k^m\right)$  为观测值  $Y_k$  的等价权矩阵,  $p_k^i = p_k^i \omega_k^i$ ,  $\omega_k^i$  代表第  $i$  个观测分量的权因子, 根据(13)式准则定义的抗差 KF 算法也可称为 M-LS 滤波。

## 3 抗差 Kalman 滤波算法

根据(14)式定义的 M-LS 滤波准则, 由条件极值原理, 对(5)式和(6)式描述的系统, 可以得到 M-LS 滤波的递推公式。

状态预报:

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k, k-1} X_{k-1} \\ \hat{\Sigma}_k = \Phi_{k, k-1} \hat{\Sigma}_{k-1} \Phi_{k, k-1}^T + \Sigma_{W_k} \end{cases} \quad (15)$$

观测更新:

$$\begin{cases} V_k = H_k X_k - Y_k \\ \Sigma_k = H_k \hat{\Sigma}_k H_k^T + \Sigma_k \\ K_{MLS} = \hat{\Sigma}_k H_k^T \left( H_k \hat{\Sigma}_k H_k^T + P_k^{-1} \right)^{-1} \\ X_k = X_k - K_{MLS} \left( H_k X_k - Y_k \right) \\ \hat{\Sigma}_k = \hat{\Sigma}_k - K_{MLS} H_k \hat{\Sigma}_k \end{cases} \quad (16)$$

式中  $K_{MLS}$  为当前时刻滤波器的等价增益,  $\Sigma_k$  为状态预报协方差矩阵。M-LS 滤波等价增益  $K_{MLS}$  的求解需要求解观测值的等价权矩阵, 首先要确定抗差权因子。

按本文设计的观测方程以及序列处理的要求, 系统观测量为标量, 将观测值记为  $Y_k$ , 按照第 1 节观测矩阵维数的定义,  $H_k \Sigma_k H_k^T$  为标量, 因此, 序列处理将 (16) 式中等价增益求解中复杂的矩阵求逆运算变为简单的常数倒数运算。权因子也为标量, 记为  $\omega_k$ , 权因子的作用是动态调整观测信息在状态估计中所占的权重, 因此本文根据观测残差  $V_k$  的水平来确定权因子的取值,  $\omega_k$  有多种构造方案, 在此采用丹麦法<sup>[2]</sup>:

$$\omega_k = \begin{cases} 1 & |V_k| \leq c \\ 1/\exp[(V_k/c)^2 - 1] & |V_k| > c \end{cases} \quad (17)$$

式中  $V_k$  为标准化残差,  $c$  为常量, 可取为 1.0~1.5。

$$V_k = |V_k| / \sqrt{\Sigma_k} \quad (18)$$

丹麦法对应的权函数采用两段法, 根据  $V_k$  判断观测数据是否可用, 对观测数据正常段采用标准 Kalman 算法, 对可用观测数据段采用  $\omega_k$  降权, 等价权  $P_k$  总是在标准权  $P_k = P_k$  和淘汰权  $P_k = 0$  之间变化, 标准化残差  $V_k$  越大, 等价权  $P_k$  越小。

抗差权因子必须迭代求解, 由于迭代计算不利于数据处理的实时性, 因此应限定迭代最大次数, 同时也避免迭代陷入死循环。初值可取为 1.0, 迭代终止条件为:

$$\|V_k\| \leq error \quad (j \leq N) \quad (19)$$

式中  $error$  为设定的误差门限,  $N$  为最大迭代次数。实际应用时, 需要保证在一次数据采样时间内完成一次滤波计算。

M-LS 滤波过程如图 1 所示。

## 4 算例验证及分析

为减少模型误差的影响, 选择发动机参数变化平稳的工作段进行分析, 假设某型涡扇发动机风扇出口温度可测, 以该可测温度为例进行计算分析。用发动机仿真模型产生的计算值作为可测参数真实值, 根据传感器噪声水平加入白噪声, 并每隔 100 个采样点加入异常的测量噪声扰动作为模拟含粗差的测量值, 设置采样步长为 30ms, 模拟产生的 155s 的观测数据, 如图 2 所示。

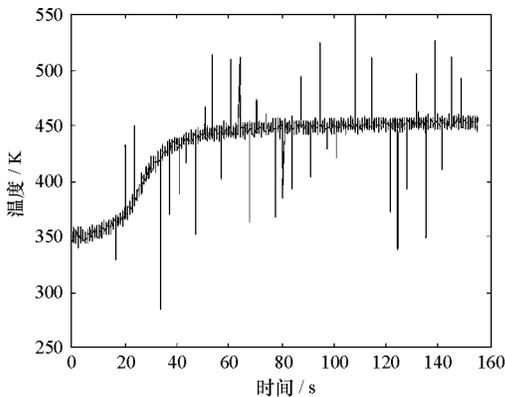


图 2 可测温度参数模拟值

Fig. 2 Simulation value of measured temperature

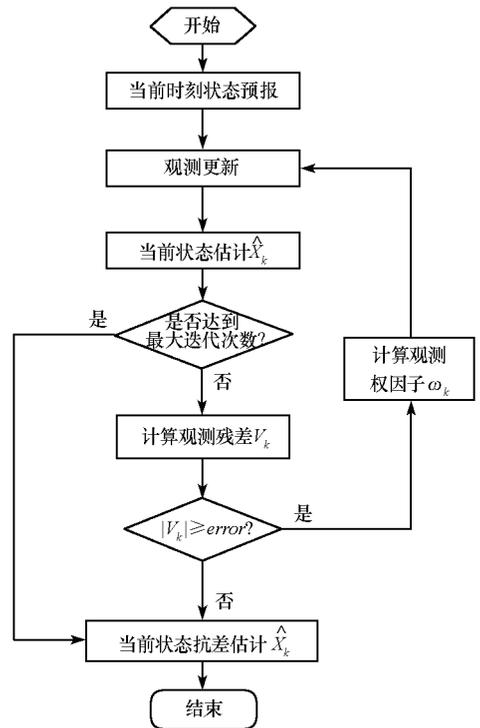


图 1 M-LS 滤波过程

Fig. 1 Process of M-LS filter

生成观测数据后, 按照第 1 节所建的可测参数状态空间方程及观测方程, 采用第 3 节设计的序列 M-LS 滤波算法, 可计算出可测参数的最优估计值。对图 2 所示的模拟温度测量值进行滤波估计, 模型噪声协方差矩阵分别取  $1 \times 10^{-1} \times I$ , 根据温度传感器测量噪声水平, 测量噪声方差取  $3^2 K^2$ 。滤波启动设置: 状态变量滤波初值均设为 0, 状态协方差矩阵(即第 3 节中的  $\Sigma_k$  矩阵)初值设为  $100 \times I$ 。以上  $I$  均代表相应维数的单位阵。图 3~ 6 给出了标准 KF 和抗差 KF(M-LS) 滤波计算的结果和估计误差曲线。

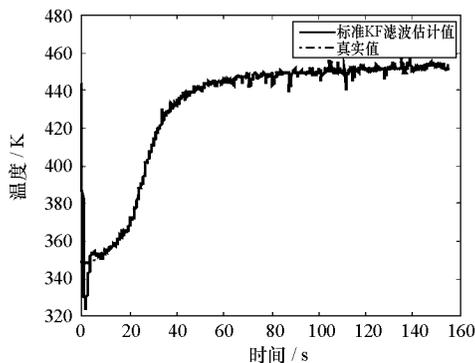


图 3 标准 KF 滤波估计值与真实值  
Fig. 3 Comparison between standard KF estimation and true value

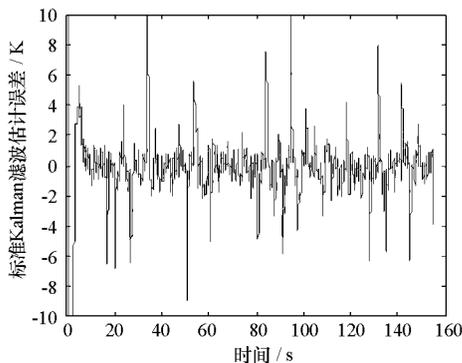


图 4 标准 KF 滤波估计误差曲线  
Fig. 4 Error of standard KF estimation

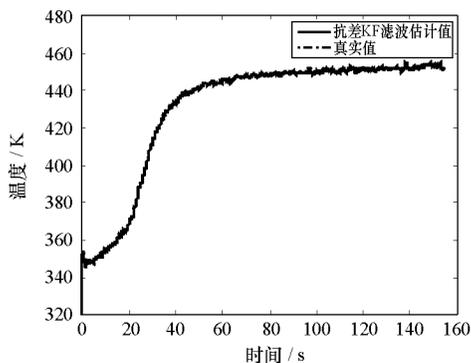


图 5 抗差 KF 滤波估计值与真实值  
Fig. 5 Comparison between robust KF estimation and true value

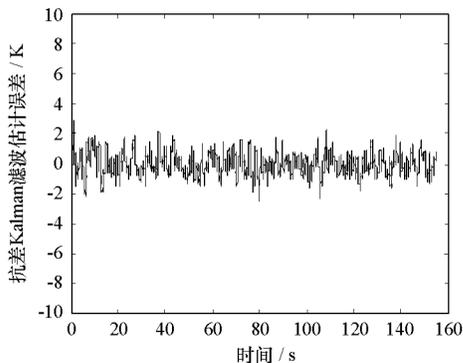


图 6 抗差 KF 滤波估计误差曲线  
Fig. 6 Error of robust KF estimation

根据图 3~ 6 的计算结果可知, 滤波计算都能够快速收敛, 当模型精度一定时, 标准 KF 滤波算法和 M-LS 滤波算法对测量数据正常段都有较好的估计精度。但对测量数据异常的采样时刻, 由图 3、图 4 可以看出, 标准 KF 算法滤波估计结果有较大的偏差, 滤波稳定后在每个观测异常的时刻及其小邻域内都有很大的估计误差。而采用 M-LS 滤波算法时, 根据观测残差, 如果判断出当前测量数据包含异常误差, 将动态调整抗差因子, 从而减少测量信息在状态向量估计中的权重, 由图 5、图 6 所示的计算结果曲线可以看出, M-LS 算法在观测异常的采样时刻仍获得了较好的估计结果。另外由图 3 和图 5 的滤波过程可以看出, 标准 KF 在滤波收敛前有较大的震荡调整过程, 而 M-LS 滤波由于抗差作用, 滤波过程更为平稳。

## 5 结论

针对使用标准 Kalman 滤波算法处理包含粗差的航空发动机测试数据时遇到的问题进行了研究, 得到了以下结论:

(1) 标准 Kalman 滤波算法需要满足观测值服从正态分布的假设, 因此当观测值包含异常分布的误差时, 对发动机可测参数的滤波估计将有较大误差。

(2) 根据标准 Kalman 滤波准则, 在分析测量误差对滤波结果影响的基础上, 基于抗差 M 估计理论得

到的序列抗差 Kalman 滤波算法,通过动态调整观测信息在状态估计中的权重,在观测异常时刻仍能够准确估计可测参数,仿真计算表明,该算法对包含粗差的发动机测试数据预处理的结果明显优于标准 Kalman 滤波,具有较好的估计精度。

(3) 测量参数简化的 CA 模型能够较好地表示发动机测量参数的变化过程,并且采取对不同可测参数分别进行序列滤波估计的分散处理方法,减少了计算量,提高了计算速度。

实际工程应用中,航空发动机的参数测量非常复杂,由于测量方式、测量传感器及信号传输干扰等因素的影响,测量信号中的噪声及可能的异常扰动相当复杂,本文仅模拟了采用抗差 Kalman 滤波算法处理相对简单的噪声和粗差污染情况下的测量信号,工程应用时需要针对复杂噪声类型及异常扰动情况进行更为深入的研究。

## 参考文献:

- [1] Litt J S, Simon D L. A Survey of Intelligent Control and Health Management Technologies for Aircraft Propulsion System[J]. Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication. 2004, 1: 543- 563.
- [2] Behabhani A, Adbhata S, Rauche C. Integrated Model-Based Controls and PHM for Improving Turbine Engine Performance, Reliability, and Cost [C]//45<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Denver, Colorado: 2009.
- [3] 黄伟斌,黄金泉. 航空发动机故障诊断的机载自适应模型[J]. 航空动力学报, 2008, 23(3): 580- 584.
- [4] 吴丹. 航空推进系统非线性性能寻优控制研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2004.
- [5] Luppold R H, Gallops G W, Kerr L J, et al. Estimating In-Flight Engine Performance Variations Using Kalman Filter Concepts[R]. AIAA- 89- 2584, 1989.
- [6] Alag G, Gilyard G. A Proposed Kalman Filter Algorithm for Estimation of Unmeasured Output Variables for an F100turb[R]. AIAA- 90- 1920, 1990.
- [7] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京: 八一出版社, 1993.
- [8] 柴洪洲, 崔岳. 动态系统的抗差 Kalman 滤波及其影响函数[J]. 中国惯性技术学报, 2002, 10(3): 26- 30.
- [9] Mehrotra K, Mahapatra P R. A Jerk Model to Tracking Highly Maneuvering Targets[J]. IEEE Trans on AES. 1997, 33(4): 1094- 1105.
- [10] 袁鸯. 发动机自适应建模与神经网络控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2005.
- [11] Yuanxi Y, Lijie S, Tianhe X. Robust Estimator for Correlated Observations Based on Bifactor Equivalent Weights[J]. Journal of Geodesy, 2002, 76(6- 7): 353- 358.
- [12] Yuanxi Y, Yuanlan W. Synthetically Adaptive Robust Filtering for Satellite Orbit Determination[J]. Science in China SerD Earth Sciences, 2004, 47(7): 585- 592.