

文章编号: 1001- 2486(2010) 05- 0029- 05

自由漂浮柔性机械臂系统的动力学建模与仿真*

廖一寰, 李道奎, 唐国金

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 动量矩守恒约束使自由漂浮柔性机械臂系统成为非完整系统, 其动力学模型通常是难以求解的微分一代数方程, 因此提出将机械臂系统等效为一个完整系统进行建模。假设载体存在姿态控制力矩, 此时由于不存在动量矩守恒约束, 系统变成一个完整系统, 采用 Lagrange 方法建立其动力学方程; 令方程中载体的姿态控制力矩为零, 即得到自由漂浮机械臂系统的动力学方程; 采用数值方法求解动力学方程, 并将动力学分析的结果与 ADAMS 中仿真的结果进行对比, 验证了模型能够有效模拟自由漂浮柔性机械臂系统的动力学特性。

关键词: 柔性机械臂; 动力学建模; 非完整约束; ADAMS

中图分类号: V414.9 **文献标识码:** A

Dynamic Modeling and Simulation of a Free-floating Flexible Manipulator System

LIAO Yi-huan, LI Dao-kui, TANG Guo-jin

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Free floating flexible manipulator system has become a nonholonomic system subject to the constraints of the conservation of angular momentum. The dynamic model of the nonholonomic system is usually the differential algebraic equation which is difficult to solve. So the free-floating system is translated into holonomic system in this research. First, the attitude of carrier was supposed to be controlled by torques. As a result, the system turned to be holonomic because the constraint of the conservation of angular momentum need not be satisfied, and the dynamic equations of the holonomic system were deduced based on Lagrange method. Second, the dynamic equations of free-floating system were obtained by putting the attitude control torques into zero. Finally, the dynamic equations were solved with numerical method. The numerical result is compared with the simulation result in ADAMS and the effective of the model for free-floating flexible manipulator system is verified.

Key words: flexible manipulator; dynamic modeling; nonholonomic constrain; ADAMS

机械臂系统在空间组装、维修与捕获等复杂空间任务中, 有着广阔的应用前景。不同于地面机械臂, 空间机械臂通常具有质量轻、负载大、操作空间大等特点, 导致其柔性效应突出, 如果将这类机械臂仍然看作刚体, 其弹性变形会导致任务精度的降低, 因此必须考虑机械臂的柔性效应才能获得良好的控制精度和性能。对于柔性机械臂系统而言, 建立其动力学模型是其他研究的基础, 目前应用较为广泛的建模方法有: 采用 Newton-Euler 公式、Lagrange 方程、变分原理和 Kane 方法。

根据载体的受控状态可以将空间机械臂系统分为三类, 第一类是利用位姿控制系统实现对载体的主动控制, 此时可直接应用基座固定机械臂, 目前已经有许多文献研究了此类柔性机械臂系统的动力学问题^[1-4], 取得了很多成果, 综述文献也较多^[5-7]。但是这类系统的缺点是消耗一次性能源, 限制了系统的使用寿命。第二类系统是利用控制力矩陀螺等装置控制载体的姿态而位置自由, 由于姿控装置使用电能, 因此可以重复利用, 但是姿控系统可能出现饱和。第三类是整个载体-机械臂-负载系统处于完全自由漂浮状态。在航天实践中, 机械臂工作期间多数情形载体的各种位姿控制器完全关闭, 处于第三

* 收稿日期: 2010-06-30

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-08-0148)

作者简介: 廖一寰(1984-), 男, 博士生。

种情况,此时机械臂的动力学特性不同于基座固定时的机械臂动力学特性,但是对于自由漂浮柔性机械臂系统的动力学建模研究还相对较少。

王从庆等^[8]建立了自由浮动双臂空间机器人的动力学模型,得到了一组二阶微分方程,但在建模时没有考虑到系统动量矩守恒时广义坐标已不再相互独立。由于自由漂浮的机械臂系统存在动量矩守恒约束,使得系统成为非完整系统,如果采用 Lagrange 乘子法建立系统的动力学方程,最后得到一组微分—代数方程,其数值求解过程相对比较复杂。为此首先假设载体的质心处存在姿态控制力矩,此时系统不存在动量矩守恒约束,系统变成一个完整系统,采用 Lagrange 方法建立其动力学方程,然后令载体的姿态控制力矩为零,即得到自由漂浮机械臂系统的动力学方程。最后采用威尔逊 θ 法求解动力学方程,对系统进行动力学分析,并且利用商业软件 ADAMS 验证了本文模型的正确性。

1 自由漂浮柔性机械臂系统描述

空间机械臂系统的简化模型如图 1 所示,由载体(B_1)、臂杆(B_2 、 B_3)、抓手与负载(B_4)组成,具有三个转动关节,臂杆(B_2 、 B_3)为细长的柔性臂杆, B_1 和 B_4 都看作刚体。对系统作如下假设:

(1) 机械臂在平面内运动,各关节均为具有一个旋转自由度的圆柱铰,忽略重力梯度力矩及环境影响,系统的动量和角动量守恒;

(2) 臂杆的长度远大于其截面尺寸,只考虑其横向振动,忽略其轴向变形和剪切变形,不考虑关节柔性;

(3) 抓手与负载固联,负载的质量远大于抓手的质量,因此 B_4 的质心位于负载的质心。

图 1 中,惯性参考系 $C_0x_0y_0$ 的原点位于系统总质心 C_0 , B_1 以虚铰 C_1 在其质心处与惯性系相连, B_4 的质心位于 C_5 , B_i 与 B_{i-1} 之间以圆柱铰 C_i ($i=2,3,4$)相连。 B_1 的随体坐标系原点位于 C_1 ,其 x_1 轴指向 C_2 , B_i ($i=2,3,4$)的随体坐标系固定于 C_i ,其 x_i ($i=2,3,4$)轴指向 B_i 未变形时的 C_{i+1} 。 θ ($i=1,2,3,4$)为惯性系到各随体坐标系的相对转角, C_i 到 C_{i+1} 的距离为 l_i ($i=1,2,3,4$)。 B_i ($i=1,2,3,4$)的质量为 m_i ,转动惯量为 I_i 。

从本质上来说,柔性臂杆是分布参数系统,需要用无穷维分布参数模型来描述,但是在实际应用中只能近似描述。柔性臂杆的变形描述通常有假设模态法、有限元法、有限段法等,本文采用假设模态法来描述柔性臂杆的变形。由于柔性臂杆低价模态振动占振动能量的大部分,因此只选取一阶模态振型函数来近似柔性臂杆的变形。

$$w_i(x, t) = \varphi_i(x) \cdot q_i(t) \quad (1)$$

其中, $w_i(x, t)$ 为臂杆 i 的弹性变形, $q_i(t)$ 为模态坐标。选取模态振型函数 $\varphi_i(x)$ 为^[9]

$$\varphi_i(x) = \sin[\beta_i x] - \sinh[\beta_i x] - 1.3622[\cos[\beta_i x] - \cosh[\beta_i x]] \quad \beta_i = 1.875/l_i \quad (2)$$

2 系统的动力方程

在 B_2 上任取点 m , B_3 上任取点 n , B_4 的质心为 f ,在惯性系下各点的位置矢量分别为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_m = \mathbf{r}_c + \mathbf{A}_{10} [l_1 \quad 0]^T + \mathbf{A}_{20} [x_2 \quad \varphi_2(x) q_2]^T \\ \mathbf{r}_n = \mathbf{r}_c + \mathbf{A}_{10} [l_1 \quad 0]^T + \mathbf{A}_{20} [l_2 \quad \varphi_2(l_2) q_2]^T + \mathbf{A}_{30} [x_3 \quad \varphi_3(x) q_3]^T \\ \mathbf{r}_f = \mathbf{r}_c + \mathbf{A}_{10} [l_1 \quad 0]^T + \mathbf{A}_{20} [l_2 \quad \varphi_2(l_2) q_2]^T + \mathbf{A}_{30} [l_3 \quad \varphi_3(l_3) q_3]^T + \mathbf{A}_{40} [l_4 \quad 0]^T \end{cases} \quad (3)$$

其中, \mathbf{r}_c 为本体质心在惯性系下的位置矢量。 \mathbf{A}_{i0} 为坐标系 C_i 到惯性系的变换矩阵。对 \mathbf{r}_m 、 \mathbf{r}_n 和 \mathbf{r}_f 分

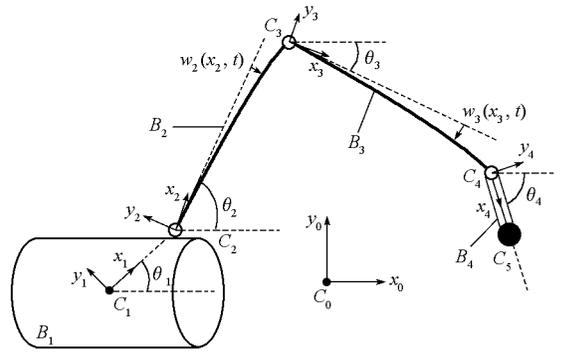


图 1 自由漂浮柔性机械臂系统
Fig. 1 Free-floating flexible manipulator system

别对时间求导可以得到各点的速度矢量。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}_n = \dot{\mathbf{r}}_0 + \mathbf{A}_{10} [l_1 \quad 0]^T + \mathbf{A}_{20} [x \quad \varphi_2(x) \quad q_2]^T + \mathbf{A}_{20} [0 \quad \varphi_2(x) \quad q_2]^T \\ \dot{\mathbf{r}}_n = \dot{\mathbf{r}}_n |_{x_2=l_2} + \mathbf{A}_{30} [x \quad \varphi_3(x) \quad q_3]^T + \mathbf{A}_{30} [0 \quad \varphi_3(x) \quad q_3]^T \\ \dot{\mathbf{r}}_n = \dot{\mathbf{r}}_n |_{x_3=l_3} + \mathbf{A}_{30} [l_4 \quad 0]^T \end{cases} \quad (4)$$

系统的总动能可以表示为

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{\mathbf{r}}_0^T \dot{\mathbf{r}}_0 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{m_2}{2l_2} \int_0^{l_2} \dot{\mathbf{r}}_m^T \dot{\mathbf{r}}_m dx + \frac{m_3}{2l_3} \int_0^{l_3} \dot{\mathbf{r}}_n^T \dot{\mathbf{r}}_n dx + \frac{m_4}{2} \dot{\mathbf{r}}_f^T \dot{\mathbf{r}}_f + \frac{1}{2} I_4 \dot{\theta}_4^2 \quad (5)$$

由于不受外力的作用, 系统总质心的位置不变, 由质心的定义有

$$m_1 \mathbf{r}_c + \int_0^{l_2} \frac{m_2}{l_2} r_m dx + \int_0^{l_3} \frac{m_3}{l_3} r_n dx + m_4 \mathbf{r}_f = 0 \quad (6)$$

为使动力学模型不过于复杂, 以致求解困难, 必须作一些工程假设, 本文假设弹性变形对载体的质心位置影响很小, 可以忽略。(6)式对时间求导, 整理后可得

$$\dot{\mathbf{r}}_c = \frac{1}{m_0} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^4 m_j l_i \dot{\theta}_i \sin \theta_i + 0.5 \sum_{i=2}^3 m_i l_i \dot{\theta}_i \sin \theta_i + m_4 l_4 \dot{\theta}_4 \sin \theta_4 \\ - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^4 m_j l_i \dot{\theta}_i \cos \theta_i - 0.5 \sum_{i=2}^3 m_i l_i \dot{\theta}_i \cos \theta_i - m_4 l_4 \dot{\theta}_4 \cos \theta_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中, m_0 是系统总质量。选取广义坐标为 $\xi = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad q_1 \quad q_2]^T$, 将(4)、(7)式代入(5)式, 经过复杂的推导可得

$$T = \frac{1}{2} \xi^T \mathbf{M} \xi \quad (8)$$

系统的弹性势能为

$$U_s = \frac{1}{2} EI \int_0^{l_2} \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} EI \int_0^{l_3} \left(\frac{\partial w_3}{\partial x} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \xi^T \mathbf{K} \xi \quad (9)$$

由于系统处于失重状态, 可以忽略其重力势能, 因此可以得到系统的 Lagrange 函数为 $L = T - U_s$ 。各个关节的驱动力矩以及载体的姿态控制力矩所做的虚功为

$$\delta W = 2 \sum_{i=1}^4 \tau_i \delta \theta_i - \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 \tau_j \delta \theta_i - \tau_3 \varphi(l_2) \delta q_2 - \tau_4 \left[\varphi(l_2) \delta q_2 + \varphi(l_3) \delta q_3 \right] \quad (10)$$

令 $\tau_1 = 0$, 得到对应于各个广义坐标的广义力

$$\mathbf{Q} = \left[-\tau_2 - \tau_3 - \tau_4 \quad \tau_2 - \tau_3 - \tau_4 \quad \tau_3 - \tau_4 \quad \tau_4 \quad -(\tau_3 + \tau_4) \varphi(l_2) \quad -\tau_4 \varphi(l_3) \right]^T \quad (11)$$

其中, $\tau_i (i = 2, 3, 4)$ 为关节 i 的力矩, 利用拉格朗日法建立系统的动力学方程, 整理可得到最终的运动微分方程为

$$\mathbf{M} \ddot{\xi} + \mathbf{M} \dot{\xi} - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \xi} \dot{\xi} \right]^T \dot{\xi} + \mathbf{K} \xi = \mathbf{Q} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{M} \in R^{6 \times 6}$ 为质量矩阵, $\mathbf{K} \in R^{6 \times 6}$ 为刚度矩阵, $\mathbf{Q} \in R^{6 \times 1}$ 为对应于广义坐标的广义力。(12)式是强耦合、高度非线性的二阶微分方程组, 只能采用数值方法求解, 目前常用的有降阶积分法和直接积分法。降阶积分法是通过变量置换, 将方程组降为一阶微分方程组, 但方程的数目增加了一倍。直接积分法是将时间离散, 求出每个离散时间点上满足方程的解, 通常有中心差分法、威尔逊 θ 法、纽马克 β 法。直接积分法具有直接简便等特点, 而且对系数矩阵的形式没有限制, 因此本文采用威尔逊 θ 法求解动力学方程。

3 系统的动力学分析

3.1 在关节力矩驱动下的动力学响应分析

系统的参数如表 1 所示,其中臂杆的截面为矩形。系统的初始状态为 $[\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T = [0 \ \pi/4 \ -\pi/2 \ -\pi/4]^T$ 。

表 1 系统参数

Tab. 1 System parameters

编号	l_i (m)	宽(m)	高(m)	ρ_i (kg/m ³)	E_i (GPa)	编号	m_i (kg)	I_i (kg·m ²)	l_i (m)
B_2	5	0.05	0.05	2780	69	B_1	2000	6000	5
B_3	5	0.05	0.05	2780	69	B_4	1	2	1

为验证本文模型的正确性,利用 ADAMS 建立了参数相同的机械臂模型,并且臂杆 B_2 和 B_3 也处理成柔性体,由 Nastran 分析后形成模态中性文件导入到 ADAMS 中,关节的驱动力矩也与数值求解一致。对数值求解与软件仿真均取两种形式的关节力矩,如下所示。

$$(a) \tau_2 = 800\sin(\pi t), \tau_3 = 400\sin(\pi t), \tau_4 = 50\sin(\pi t); (b) \tau_2 = 800t^2, \tau_3 = 400t^2, \tau_4 = 50t^2$$

令机械臂操作的时间为 1s,分别采用威尔逊 θ 法和 ADAMS 对系统进行动力学分析,得到两种关节驱动力矩条件下臂杆 B_2 末端的弹性振动如图 2 所示,从图中可以看出由数值算法得到的结果与由 ADAMS 仿真得到的结果基本一致。在驱动力矩为(a)时, B_2 末端的弹性振动最大相差 2.5mm,在驱动力矩为(b)时, B_3 末端的弹性振动最大相差 0.1mm,可见本文的数值算法具有较高的精度。

由于柔性机械臂系统是分布式系统,如果要精确描述其动力学特性,需要选取足够多的振动模态来描述臂杆的变形,而选取太多的振动模态会给系统的建模与控制设计带来困难,因此本文采用模态截断技术对柔性机械臂系统进行降阶,仅选择了臂杆的第一阶振动模态来描述其变形,在此利用 ADAMS 中建立的模型分析模态截断带来的误差。

分别取臂杆的第 1 阶、前 2 阶和前 5 阶模态,其他参数同上,对每种情况进行动力学仿真,得到臂杆 B_2 末端的弹性振动如图 3 所示,可以看出取 2 阶和 5 阶模态时臂杆的弹性振动已非常接近,可将选取前 5 阶模态时得到的弹性振动作为精确解。将选取第 1 阶模态时的弹性振动与截取 5 阶模态时相比,其趋势基本一样,振动峰值的误差为 6.4mm,相对误差为 3.1%。可见选取第 1 阶模态已经具有较高的精度。

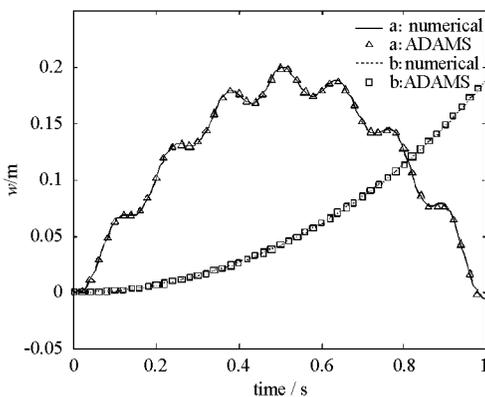


图 2 数值计算结果与 ADAMS 仿真结果的对比

Fig. 2 Numerical result and the simulation result in ADAMS

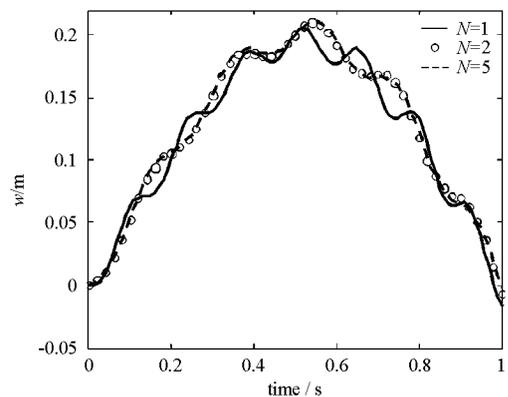


图 3 不同模态截断时 B_2 末端的弹性振动曲线

Fig. 3 Tip deflections of B_2 in different modal truncation

3.2 载体质量对柔性臂杆动力学响应的影响分析

由于系统的动力学方程是强耦合方程组,载体的质量对柔性臂杆的弹性振动存在一定的影响,因此通过改变载体的质量和惯量,分析载体的质量特性对柔性臂杆动力学响应的影响。以表 2 中 B_1 的质量

特性为基准, 将 B_1 质量和转动惯量分别乘以 k ($k=0.1, 1, 10, 100$), 系统的其他参数保持不变, 得到四种工况, 采用威尔逊 θ 法分析柔性臂杆的弹性振动, 将载体的位置和姿态均固定利用 ADAMS 中的模型进行动力学仿真, 得到载体位姿固定时臂杆的弹性振动曲线, 如图 4 和图 5 所示。

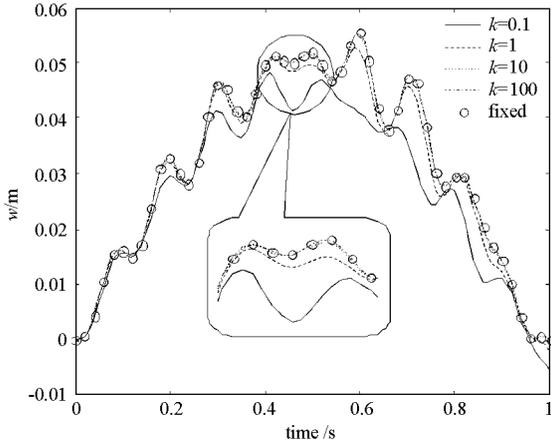


图 4 不同载体质量时 B_2 末端的弹性振动曲线
Fig. 4 Tip deflections of B_2 in different mass of carrier

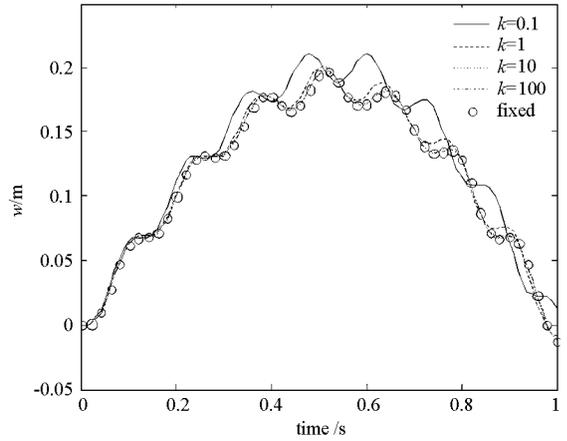


图 5 不同载体质量时 B_3 末端的弹性振动曲线
Fig. 5 Tip deflections of B_3 in different mass of carrier

从结果可以看出, 随着载体质量和转动惯量增加, 弹性振动趋近于负载固定时臂杆的弹性振动。因此在机械臂操纵质量较小(相对于载体的质量)的物体时, 即使载体处于自由漂浮状态, 其柔性臂杆的动力学响应与基座固定时相差很小。

4 结论

当机械臂的载体在空间处于自由漂浮状态时, 柔性机械臂系统的动力学模型与基座固定的机械臂系统有所不同。首先假设系统为载体姿态受控的机械臂系统, 利用拉格朗日法建立了其动力学模型, 令载体姿态控制力矩为零, 从而得到自由漂浮机械臂系统的动力学模型, 利用威尔逊 θ 法求解动力学方程。然后在 ADAMS 中建立自由漂浮机械臂系统的虚拟样机模型, 进行动力学仿真, 用于验证所建立的力学模型的正确性, 主要结论如下:

- (1) 对于非完整的自由漂浮机械臂系统, 本文建立的动力学方程为一组二阶微分方程, 从而避免了求解更为复杂的微分一代数方程。
- (2) 通过将数值计算的结果与 ADAMS 动力学仿真的结果进行对比, 验证了所建模型的正确性。
- (3) 由于载体处于自由漂浮状态, 载体和负载的质量对臂杆的振动存在一定影响, 当载体的质量远大于负载的质量时, 臂杆的弹性振动接近于载体固定时臂杆的弹性振动。

参考文献:

- [1] Tokhi M O, Mohamed Z. Finite Difference and Finite Element Approaches to Dynamic Modeling of a Flexible Manipulator[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I, Journal of Systems & Control Engineering, 1997, 211(2): 145- 156.
- [2] Modi V J, Karay F. An Approach to Dynamics and Nonlinear Control of Flexible Manipulators [C]// AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Washington, USA, 1992: 198- 206.
- [3] 张绪平. 空间柔性冗余度机器人动力学分析与综合[D]. 北京: 北京工业大学, 1999.
- [4] 章定国. 多杆空间柔性机器人递推 Lagrange 动力学建模和仿真[J]. 应用数学与力学, 2009, 30(10): 1202- 1212.
- [5] 刘明治, 刘春霞. 柔性机械臂动力学建模和控制研究[J]. 力学进展, 2001, 31(1): 1- 8.
- [6] 刘铸永, 洪嘉振. 柔性多体系统动力学研究现状与展望[J]. 计算力学学报, 2008, 25(4): 411- 417.
- [7] 王树新, 员今天, 石菊荣, 等. 柔性机械臂建模理论与控制方法研究综述[J]. 机器人, 2002, 24(1): 86- 93.
- [8] 王从庆, 张承龙. 自由浮动柔性双臂空间机器人系统动力学建模与抑振控制[J]. 机械科学与技术, 2007, 26(2): 192- 196.
- [9] Mordfin T G, Tadikonda S S K. Truth Models for Articulating Flexible Multibody Dynamics [C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, San Diego, USA, 1996: 29- 31.