

文章编号: 1001- 2486(2010) 05- 0080- 06

一种时频混叠的欠定混合通信信号盲分离算法^{*}

陆风波, 黄知涛, 姜文利
(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 针对衰减- 延迟欠定混合通信信号的盲分离问题, 提出了一种基于子空间最小距离的源信号估计算法, 通过计算观测信号到混合矩阵列向量张成子空间的距离, 估计任意时频点同时存在的源信号数目以及当前源信号对应的混合矩阵列矢量, 把欠定混合问题转化为超定问题, 然后通过计算 Moore- Penrose 逆矩阵求解源信号, 理论分析和仿真结果验证了算法的有效性。

关键词: 欠定混合; 衰减- 延迟混合; 时频混叠; 盲分离

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A

Underdetermined Blind Separation of Non-disjoint Communication Signal in the Time-frequency Domain

LU Feng-bo, HUANG Zhi-tao, JIANG Wen-li
(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Aiming at the problem of underdetermined blind separation of attenuated and delayed mixing communication signal, this paper proposed an algorithm based on shortest distance to estimate original signals, calculating the shortest distance from mixing signal vector to subspace spanned of mixture vector firstly. Then it estimated the number of active original signal simultaneously, translated the problem of underdetermined mixture into over-determined mixture, and completed the estimation of original signal by solving the over-determined equation. The efficiency of the algorithm is proved in theory. Computer simulations show that the proposed recognition algorithm is high in performance.

Key words: underdetermined mixture; attenuate and delayed mixture; non-disjoint in the time-frequency domain; blind separation

盲信号分离是指仅仅从观测到的混合信号中恢复出源信号的波形^[1], 传统的方法假设源信号是相互独立的, 通过独立分量分析来完成信号的盲分离^[2], 它要求阵元数目 M 不少于源信号数目 N 。如果源数目 N 大于阵元数目 M , 则称为欠定盲源分离(Underdetermined Blind Source Separation, UBSS), 这时混合矩阵 A 的逆矩阵 A^{-1} 不存在, 即使 A 已知源信号的解也不唯一。目前对欠定盲分离的研究主要针对线性瞬时(linear instantaneous) 混合模型, 对衰减- 延迟(attenuated and delayed) 混合信号的盲分离研究还很少。由于通信信号到达每个阵元的时间延迟不同, 通信信号的混合是一个典型的衰减- 延迟混合, 因此对欠定条件下混叠通信信号盲分离问题进行研究具有十分重要的意义。

目前, 稀疏分量分析(Sparse Component Analysis, SCA) 是解决欠定盲分离问题的主要方法^[3- 12]。Bofill 提出了通过两步法来实现欠定盲分离, 首先利用稀疏信号的线性聚类特性来估计混合矩阵, 然后用最短距离法求解源信号^[3], 之后出现了许多类似的方法^[4- 7], 但这些方法只能适用于线性瞬时欠定混合信号的盲分离, 不能适应衰减- 延迟欠定混合模型。针对衰减- 延迟混合信号的盲分离, Jourjine 提出 DUET (Degenerate Unmixing Estimation Technique) 算法^[8], 通过二维的柱状图统计来估计源信号的幅度衰减和时间延迟, 从而恢复出源信号, Yilmaz 改进了 DUET 算法^[9], 利用加权的方法提高了源信号的分离效果, 但是这两种方法都只针对传感器数目为 2 的情况, 并且不能分离时频混叠的信号; 针对时频混叠的欠定混合信号, Abrard 提出了 TIFROM (Time-Frequency Ratio Of Mixtures) 算法^[10], 通过检测时频单源区域来完成

^{*} 收稿日期: 2010- 04- 22
基金项目: 新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET)
作者简介: 陆风波(1982-), 男, 博士生。

混合矩阵 A 的估计, Puigt 扩展了 TIFROM 算法, 使之适应衰减-延迟混合模型^[11], 但是欠定条件下这两种方法都不能完成所有源信号的分离。Aissa-El-Bey 提出一种基于子空间正交投影的时频域混叠信号的盲分离算法^[12], 由于不能估计任意时频点同时存在的源信号数目, 通过设定的源数目来恢复源信号, 带来了估计性能的降低。

1 信号模型

假设 N 个窄带远场通信信号 $s(t)$ 入射到 M 个阵元组成的天线阵上, 由于各个信号的入射方向不同而引起了幅度衰减和时间延迟的不同, 第 i 个阵元的接收信号可以表示为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^N b_{ik} s_k(t - \tau_k) + n_i(t) \quad (1)$$

其中 b_{ik} 、 τ_k 分别为信号 $s_k(t)$ 到达第 i 个阵元幅度衰减和时间延迟, $n_i(t)$ 为第 i 个阵元输出的零均值、方差为 σ^2 的高斯噪声。为了便于分析把信号表示成复数形式, 令 $x_i(t)$ 、 $s_i(t)$ 、 $n_i(t)$ 分别为观测信号、源信号和噪声的复数形式, f_k 为信号 $s_k(t)$ 的频率, $s(t)$ 为窄带信号, 则式(1)可以改写为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^N b_{ik} s_k(t) e^{j2\pi f_k \tau_k} + n_i(t) \quad (2)$$

把上式写出矩阵形式

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) = \sum_{k=1}^N \mathbf{a}_k s_k(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3)$$

其中 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$, $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$, N 为信号源个数, M 为阵元个数, $N > M$ 。 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N] \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 为复数矩阵, $\mathbf{a}_k = [a_{1k}, \dots, a_{Mk}]^T$, $a_{ik} = b_{ik} e^{j2\pi f_k \tau_k}$ 。盲分离就是在未知幅度衰减 b_{ik} 、时间延迟 τ_k 及源信号 $s(t)$ 的情况下, 从接收信号 $\mathbf{x}(t)$ 中恢复 $\mathbf{s}(t)$ 。

2 基于子空间距离的源信号估计

由于通信信号大都是亚高斯信号, 在时域不满足可分离的稀疏性条件, 可以通过短时傅立叶变换把信号从时域变换到时频域, 在时频域进行盲分离, 然后通过逆变换恢复出源信号。根据 Georgiev 提出的信号可分离需要满足的稀疏性条件^[4], 本文假定混叠矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 的任何 $M \times M$ 子矩阵都是非奇异的, 并且在任一时频点同时存在的源信号数小于阵元数。

本文先利用 Lathauwer^[13] 提出的基于四阶累积量的欠定混合矩阵盲辨识算法估计出混合矩阵 $\mathbf{A}$, 然后估计任意时频点不为零的源信号数目 m 及对应的混合列矢量, 把欠定方程转化为超定方程, 从而完成源信号的估计。

2.1 短时傅立叶变换

定义连续时间信号 $x_i(t)$ 、 $s_i(t)$ 的短时傅立叶变换(STFT) 分别为

$$X_i(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i(\tau) g^*(\tau - t) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (4)$$

$$S_i(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} s_i(\tau) g^*(\tau - t) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (5)$$

其中 $g^*(\tau - t)$ 为短时傅立叶变换的窗函数, 令 Ω_i 为 $S_i(t, f)$ 的时频支撑域, 即

$$S_i(t, f) \neq 0 \quad (t, f) \in \Omega_i \quad (6)$$

则式(3)的 STFT 可以表示为

$$\mathbf{X}(t, f) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t, f) + \mathbf{N}(t, f) \quad (t, f) \in \Omega \quad (7)$$

$\mathbf{X}(t, f)$ 、 $\mathbf{S}(t, f)$ 、 $\mathbf{N}(t, f)$ 分别为观测信号、源信号和噪声的短时傅立叶变换, 其中 $\Omega = \Omega_1 \cup \dots \cup \Omega_N$, $\mathbf{X}(t, f) = [X_1(t, f), \dots, X_M(t, f)]^T$, $\mathbf{S}(t, f) = [S_1(t, f), \dots, S_N(t, f)]^T$, $\mathbf{N}(t, f) = [N_1, \dots, N_M]^T$, $\mathbf{A} =$

$[a_1, \dots, a_N]$ 。

2.2 基于子空间正交投影的算法原理及不足

文献[12]提出了一种基于子空间正交投影的源信号估计方法,假定任意时频点同时存在的源信号数目为 K , 一般情况令 $K = M - 1$ 。 K 个不为零的源信号对应的混合矩阵列矢量为 $\{a_{\beta_1}, \dots, a_{\beta_K}\}$, 则 $\{a_{\beta_1}, \dots, a_{\beta_K}\} = \arg \min_{\beta_1, \dots, \beta_K} \{\|QX(t, f)\|_{A_K}\}$, 其中 $A_K = [a_{\beta_1}, \dots, a_{\beta_K}]$, Q 为 A_K 的正交投影矩阵。再通过矩阵求逆完成不为零的源信号的估计。这种算法在真实的源信号个数 $m < K$ 的情况下, 估计性能会降低。

如果任一时频点 $(t_{\beta}, f_{\beta}) \in \Omega$, 不为零的源信号数目为 m , 对应的混合矢量为 $\{\beta_1, \dots, \beta_m\}$, 则 $\{\beta_1, \dots, \beta_m\} \subset \{\beta_1, \dots, \beta_K\}$, 令 $A_m = [a_{\beta_1}, \dots, a_{\beta_m}]$, 用文献[12]的算法, 估计出的源信号为

$$\hat{S}_k(t_{\beta}, f_{\beta}) = \begin{cases} S_k(t_{\beta}, f_{\beta}) + \hat{N}_k(t_{\beta}, f_{\beta}) & k \in \{\beta_1, \dots, \beta_m\} \\ \hat{N}_k(t_{\beta}, f_{\beta}) & k \in \{\beta_{m+1}, \dots, \beta_K\} \\ 0 & k \in \{1, \dots, N\}, k \notin \{\beta_1, \dots, \beta_K\} \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\hat{N}(t, f) = (A_K^H A_K)^{-1} A_K^H N(t, f) = [\hat{N}_1(t, f), \dots, \hat{N}_K(t, f)]^T$ 。

如果事先估计出当前时频点不为零的源信号数目为 m , 令 $K = m$, 则估计出的源信号为

$$\hat{S}'_k(t_{\beta}, f_{\beta}) = \begin{cases} S_k(t, f) + \hat{N}'_k(t_{\beta}, f_{\beta}) & k \in \{\beta_1, \dots, \beta_m\} \\ 0 & k \in \{1, \dots, N\}, k \notin \{\beta_1, \dots, \beta_m\} \end{cases} \quad (9)$$

其中 $\hat{N}'(t, f) = (A_m^H A_m)^{-1} A_m^H N(t, f) = [\hat{N}'_1(t, f), \dots, \hat{N}'_m(t, f)]^T$, 由于 $\{\beta_1, \dots, \beta_K\}$ 是不相关的, 则 $\hat{N}'_k(t, f) \approx \hat{N}_k(t, f)$ 。

通过式(8)、(9)可以看出, 由于文献[12]中基于正交投影矩阵的算法不能估计任意时频点同时存在的源信号数目, 引入了额外的噪声, 当设定的源信号数目 K 与真实的源信号数 m 差别越大、信噪比越低时, 基于子空间正交投影的算法性能降低越明显。因此, 为了提高源信号的估计性能, 在恢复源信号之前, 必须先估计任一时频点同时存在的源信号的数目。

2.3 任意时频点同时存在的源信号数目及对应混合矢量估计

假设任一时频点 $\forall (t_{\beta}, f_{\beta}) \in \Omega$, 同时存在的信号数为 m , 则

$$X(t_{\beta}, f_{\beta}) = \sum_{i=1}^m a_{k_i} S_{k_i}(t_{\beta}, f_{\beta}) \quad (t_{\beta}, f_{\beta}) \in \bigcap_{i=1}^m \Omega_{k_i} \quad (10)$$

其中, $\{k_1, k_2, \dots, k_m\} \subset \{1, 2, \dots, N\}$ 。下面先估计出在时频点 (t_{β}, f_{β}) 大于零的源信号数目 m 和此时对应的混合矩阵列矢量 $\{k_1, \dots, k_m\}$ 。

令子空间 $S_m = \text{span}\{a_{k_1}, \dots, a_{k_m}\}$, 则 $X(t_{\beta}, f_{\beta}) \in S_m$, 由向量到子空间的距离理论可知^[14], $X(t_{\beta}, f_{\beta})$ 到子空间 S_m 的距离为零, 定义 D_m 为 $X(t_{\beta}, f_{\beta})$ 到子空间 S_m 的距离, 则

$$D_m = \|X(t_{\beta}, f_{\beta}) - P_m X(t_{\beta}, f_{\beta})\|_2 = 0 \quad (11)$$

其中 $A_m = [a_{k_1}, \dots, a_{k_m}]$, $P_m = A_m (A_m^H A_m)^{-1} A_m^H$ 。

存在集合 $\{a_{k_1}, \dots, a_{k_{m+1}}\}$, 使 $\{a_{k_1}, \dots, a_{k_{m+1}}\} \subset \{a_1, \dots, a_N\}$, 令子空间 $S_{m+1} = \text{span}\{a_{k_1}, \dots, a_{k_{m+1}}\}$, 则 $X(t_{\beta}, f_{\beta}) \in S_{m+1}$, 定义 D_{m+1} 为 $X(t_{\beta}, f_{\beta})$ 到子空间 S_{m+1} 的距离, 则

$$D_{m+1} = \|X(t_{\beta}, f_{\beta}) - P_{m+1} X(t_{\beta}, f_{\beta})\|_2 = 0 \quad (12)$$

其中 $A_{m+1} = [a_{k_1}, \dots, a_{k_{m+1}}]$, $P_{m+1} = A_{m+1} (A_{m+1}^H A_{m+1})^{-1} A_{m+1}^H$ 。

若 h 为小于 m 的任意正整数, 存在 $\{a_{k_1}, \dots, a_{k_h}\} \subset \{a_1, \dots, a_N\}$, $1 \leq h < m$, 子空间 $S_h = \text{span}\{a_{k_1}, \dots, a_{k_h}\}$, 定义 D_h 为向量 $X(t_{\beta}, f_{\beta})$ 到子空间 S_h 的距离, 若 $X(t_{\beta}, f_{\beta}) \notin S_h$, 则

$$D_h = \|X(t_{\beta}, f_{\beta}) - P_h X(t_{\beta}, f_{\beta})\|_2 > 0 \quad (13)$$

其中 $A_h = [a_{k_1}, \dots, a_{k_h}]$, $P_h = A_h(A_h^H A_h)^{-1} A_h^H$ 。

通过式(11)、(12)、(13)的分析可知, 如果估计的源数目 m' 小于 m , $X(t_\beta, f_\beta)$ 到任意 m' 个混合列矢量张成的子空间的距离都大于零; 如果估计的源数目 m' 大于或等于 m , 存在 m' 个混合矢量张成的子空间, 使 $X(t_\beta, f_\beta)$ 到子空间的距离为零。因此, 任一时频点同时存在的源信号数目 m , 就是使观测矢量 $X(t_\beta, f_\beta)$ 到列矢量张成的子空间距离为零时, 所需的最少的列矢量数目。此时列矢量就是当前时频点 (t_β, f_β) 不为零的源信号对应的列矢量。

定义 $D_l (l = 1, \dots, M)$ 为观测信号矢量 $X(t_\beta, f_\beta)$ 到 l 个列向量张成的子空间的最短距离, 则

$$D_l = \min_{\{a_{k_1}, \dots, a_{k_l}\}} \|X(t_\beta, f_\beta) - P_l X(t_\beta, f_\beta)\|_2 \quad 1 \leq l \leq M \quad (14)$$

考虑到噪声的影响, 分别定义 ε_1 和 ε_2 , 如果 $D_l < \varepsilon_1$, 则 $X(t_\beta, f_\beta) \in S_l$, 如果 $D_l < \varepsilon_1$, $D_{l+1} < \varepsilon_1$, 且 $|D_l - D_{l+1}| < \varepsilon_2$, 则 $X(t_\beta, f_\beta) \in S_l \subset S_{l+1}$ 。因此, 在时频点 (t_β, f_β) 同时存在的源信号数目 m 为

$$m = \begin{cases} l & D_l < \varepsilon_1, \quad D_{l+1} < \varepsilon_1, \quad |D_l - D_{l+1}| < \varepsilon_2, \quad 1 \leq l < M \\ M & D_l < \varepsilon_1, \quad l = M \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (15)$$

此时, 混合矩阵列矢量 $A_m = [a_{k_1}, \dots, a_{k_m}]$ 。

2.4 源信号恢复

由于上文已经估计了在时频点 (t_β, f_β) 不为零的源信号的数目 m 及对应的混合矩阵 A_m , 则式(7)可以简化为

$$X(t_\beta, f_\beta) = \sum_{i=1}^m a_{k_i} S_{k_i}(t_\beta, f_\beta) + N(t, f) \quad (16)$$

由假设条件知, 在任意时频点同时存在的源信号的个数 m 小于阵元个数 M , 则式(15)是超定方程, 不为零的 m 个源信号 $S_m(t_\beta, f_\beta)$ 有唯一解。可以通过计算 A_m 的 Moore-Penrose 逆矩阵求得, 即

$$\hat{S}_m(t_\beta, f_\beta) = (A_m^H A_m)^{-1} A_m^H X(t_\beta, f_\beta) \quad (17)$$

对 $\hat{S}(t_\beta, f_\beta)$ 进行逆短时傅立叶变换, 就可以得到源信号 $s(t)$ 的估计 $\hat{s}(t)$ 。

3 算法步骤

(1) 利用文献[13]提出的基于四阶累积量的欠定混合矩阵盲估计算法, 估计出混合矩阵 A ;

(2) 对接收信号进行短时傅立叶变换得到 $X(t, f)$, 短时傅立叶变换的时间长度可以根据所需的时间分辨率来确定;

(3) 获取 $S(t, f)$ 的时频支撑域 Ω , 假设噪声方差为 σ^2 , 则 $\Omega = \{(t, f) \mid \sum_{i=1}^M |X_i(t, f)|^2 > \sigma^2\}$;

(4) 计算 $X(t_\beta, f_\beta)$ 到混合矢量张成子空间的距离, 如果 $D_m < \varepsilon_1$, $D_{m+1} < \varepsilon_1$, $|D_m - D_{m+1}| < \varepsilon_2$, (ε_1 和 ε_2 的取值与噪声功率有关, 可取 $0.05\sigma^2$), 则不为零的源信号数目为 m , 对应的混合矩阵为 A_m ;

(5) 通过计算 $(A_m^H A_m)^{-1} A_m^H X(t_\beta, f_\beta)$ 来估计源信号 $\hat{S}(t_\beta, f_\beta)$, 然后通过逆变换估计出源信号 $\hat{s}(t)$ 。

4 算法性能仿真与分析

为了检验本文盲分离算法的有效性, 用平均信干比 SIR 来衡量信号的分离效果^[15]。考虑到估计的源信号 $\hat{s}_i(t)$ 与源信号 $s_i(t)$ 相差一个复数尺度因子, 因此先调整它们之间尺度, 使之有相同的幅度水平和初相, 则 $\text{SIR}_i = 10 \lg s_i^2 / (s_i - \hat{s}_i)^2$, $\text{SIR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{SIR}_i$ 。

4 个源信号为跳频信号, 跳变频率范围为 3 MHz~21 MHz, 码元速率为 1 Mb/s, 采样率 f_s 为 50 MS/s, 接收天线阵元数目为 3, 混合矩阵为随机产生的复数矩阵。

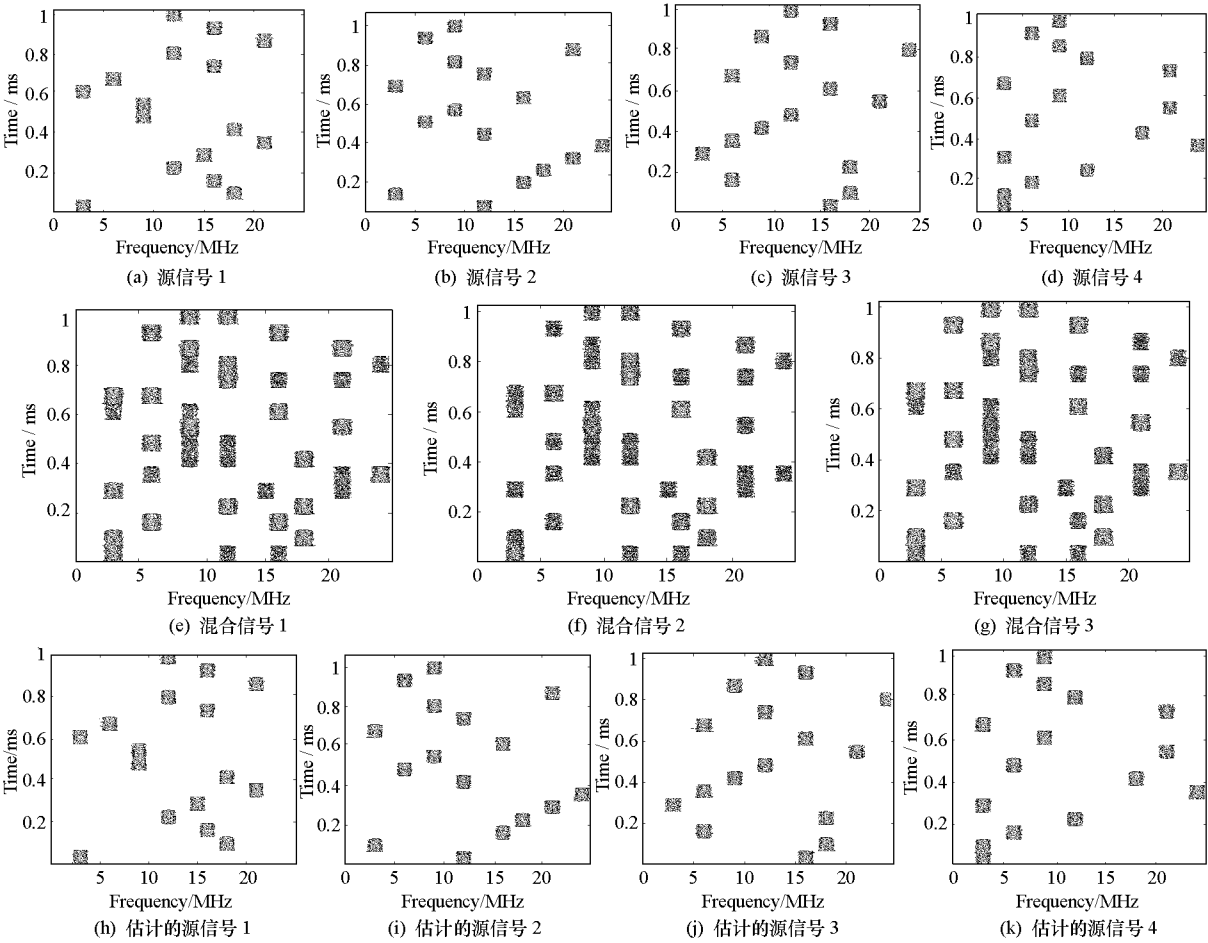


图 1 源信号、接收信号及估计出的源信号的时频图

Fig. 1 TF representations of original source signals, mixtures and separated source signals

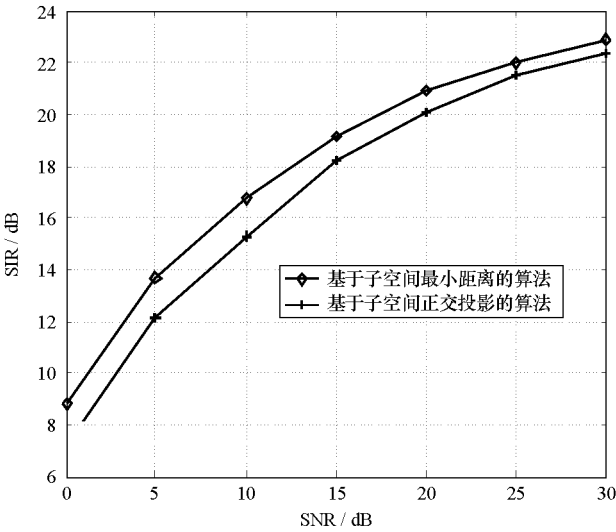


图 2 本文算法与基于子空间正交投影算法的分离性能比较

Fig. 2 Estimation performance of proposed algorithm comparing with method based on orthogonal projection

图 1 为源信号、接收信号及估计出的源信号的时频图, 从图中可以看出, 源信号在时频域是混叠的, 本文方法能够从混合信号中很好地恢复出源信号。图 2 为本文算法与基于子空间正交投影算法的分离性能随信噪比的变化曲线, 在信噪比大于 5 dB 时, 本文方法估计出的源信号的平均信干比大于 14 dB, 在相同信噪比条件下, 本文算法比基于子空间正交投影算法的分离性能提高了 2 dB 左右。

5 结束语

针对衰减-延迟欠定混合通信信号的盲分离问题, 提出了一种基于子空间最小距离的源信号估计算法, 通过计算观测信号到混合矩阵列向量张成子空间的距离, 估计任意时频点同时存在的源信号数目以及源信号对应的混合矩阵列向量, 把欠定混合问题转化为超定问题。理论分析和仿真结果表明, 本文算法具有很好的估计性能, 在信噪比大于 5dB 时, 估计出的源信号的信干比大于 14dB, 在信噪比小于 15dB 时, 本文算法估计性能比基于子空间正交投影算法的估计性能高 2dB 左右。

参考文献:

- [1] Herault J, Jutten C. Space or Time Adaptive Signal Processing by Neural Network Models [C]//AIP Conference Proceedings, 1986, 151: 206-211.
- [2] Bell A J, Sejnowski T J. An Information-maximization Approach to Blind Separation and Blind Deconvolution [J]. Neural Computation, 1995, 7(6): 1129-1159.
- [3] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined Blind Source Separation Using Sparse Representations [J]. Signal Process, 2001, 81(11): 2353-2362.
- [4] Georgiev P, Theis F, Cichocki A. Sparse Component Analysis and Blind Source Separation of Underdetermined Mixtures [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 2005, 16(4): 992-996.
- [5] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. The k -svd: An Algorithm for Designing of Overcomplete Dictionaries for Sparse Representation [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [6] Zayyani H, Massoud B Z, Jutten C. An Iterative Bayesian Algorithm for Sparse Component Analysis in Presence of Noise [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2009, 57(11): 4378-4390.
- [7] SangGyun K, Chang D Y. Underdetermined Blind Source Separation Based on Subspace Representation [J]. IEEE Trans. Signal Process, 2009, 57(7): 2604-2614.
- [8] Jourjine A, Rickard S, Yilmaz O. Blind Separation of Disjoint Orthogonal Signals: Demixing N Sources from 2 Mixtures [C]//Processing of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing(ICASSP 2000), IEEE Press, Istanbul, Turkey, June 5-9, 2000, 5: 2985-2988.
- [9] Yilmaz O, Rickard S. Blind Separation of Speech Mixtures via Time-frequency Masking [J]. IEEE Trans. Signal Process, 2004, 52(7): 1830-1847.
- [10] Abrard F, Deville Y. A Time-frequency Blind Signal Separation Method Applicable to Underdetermined Mixtures of Dependent Sources [J]. Signal Processing, 2005, 85: 1389-1403.
- [11] Puigt M, Deville Y. Time-frequency Ratio-based Blind Separation Methods for Attenuated and Time-delayed Sources [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(6): 1348-1379.
- [12] Aissa-El-Bey A, Linh-Trung N, Abed-Meraim K, et al. Underdetermined Blind Separation of Non-disjoint Sources in the Time-frequency Domain [J]. IEEE Trans. Signal Process, 2007, 55(3): 897-907.
- [13] Lathauwer L D, Castaing J, Cardoso J F. Fourth-order Cumulant-based Blind Identification of Underdetermined Mixtures [J]. IEEE Trans. Signal Process, 2007, 55(6): 2965-2973.
- [14] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 595-597.
- [15] Hyvarinen A. Fast and Robust Fixed-Point Algorithms for Independent Component Analysis [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1999, 10(3): 626-634.