

文章编号: 1001- 2486(2010) 05- 0086- 06

阵列互耦条件下运动目标角度跟踪方法研究*

张旭东¹, 刘章孟², 黄知涛², 熊华钢¹

(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191;

2. 国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 针对观测过程中角度发生变化时的运动目标跟踪问题, 同时考虑到常规阵列中所普遍存在的互耦效应, 通过分析均匀线阵互耦矩阵的带状 Toeplitz 结构, 提出利用在原始阵列两侧增加辅助阵元的方法补偿互耦效应对阵列响应函数的影响, 并将粒子滤波技术与原始阵列经互耦补偿后的观测数据相结合, 实现了阵列互耦条件下对角度变化目标的高精度方向跟踪。仿真实验验证了新方法的优良性能。

关键词: 阵列信号处理; 角度跟踪; 阵列互耦; 粒子滤波

中图分类号: TN911. 7 文献标识码: A

Direction Tracking of Maneuvering Targets with Mutually Coupled Antenna Array

ZHANG Xu-dong¹, LIU Zhang-meng², HUANG Zhi-tao², XIONG Hua-gang¹

(1. School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The problem of direction tracking of target with varying direction based on antenna array was addressed, and the effect of mutual coupling was also considered. By exploiting the special banded Toeplitz form of the mutual coupling matrix of uniform linear array, the technique of appending assistant antennas at each side of the original array was introduced for mutual coupling compensation. After that, particle filters were used to obtain real-time direction estimates of the maneuvering targets based on the mutual coupling-compensated array output. Numerical simulations were carried out, showing the satisfying performance of the proposed method in direction tracking.

Key words: array signal processing; direction tracking; mutual coupling; particle filtering

各种由传感器阵列组成的雷达和通信侦察系统通常会面对机载、星载辐射源等运动目标的测向问题。在这种环境中, 目标的角度可能是实时变化的, 而已有高分辨阵列测向方法往往需要在特定的参数空间上积累一定数量的样本, 才能较好地完成对静止目标方位的高精度估计^[1-2]。也有文献考虑了利用子空间跟踪的方法实现对方向缓慢变化目标的角度跟踪, 但这类方法的应用背景具有较大的局限性, 难以适应方向快速变化的目标^[3-4]。

对方位快速变化目标的角度跟踪是一个动态参数估计的问题, 同时阵列观测数据关于信号入射方向的概率密度函数具有极强的非线性性, 因此需要借助粒子滤波技术^[5], 通过跟踪当前观测样本的分布函数, 实时估计信号的入射方向。同时为了消除测向过程中的角度模糊, 阵列相邻阵元间距一般接近信号波长的一半, 导致相邻阵元间的互耦效应较为显著, 给阵列角度跟踪造成了极大困难^[6]。

为了解决互耦条件下对高速运动目标的角度跟踪问题, 本文首先通过分析均匀线阵互耦矩阵的结构, 提出在均匀线阵两侧按照原始阵列间距各增加一个辅助阵元, 可以较好地补偿原始阵列接收数据中被互耦效应所破坏的阵列响应函数。在引入辅助阵元补偿互耦效应影响的基础上, 本文借助粒子滤波

* 收稿日期: 2010- 03- 26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61072120); 湖南省研究生科研创新项目; 国防科技大学优秀研究生创新项目(B090402); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET)

作者简介: 张旭东(1972—), 男, 工程师, 博士生。

技术,较好地实现了对高速运动目标角度的实时跟踪。仿真结果说明了新方法在阵列互耦效应适应能力和高精度角度跟踪方面的优良性能。

1 问题描述

假设 M 元均匀线阵接收到 K 个同时入射信号,且 $M > K$, 阵元间距为 D , K 个信号的入射方向快速变化,记 t 时刻第 k 个信号的入射方向偏离天线阵基线(各阵元连接线)角度为 $\theta_k^{(t)}$,在相邻两个阵元之间传播的相移为 $\phi_k^{(t)} = 2\pi D \cos(\theta_k^{(t)}) / \lambda$,其中 λ 为入射信号波长。则不考虑互耦效应时, t 时刻阵列接收机所采集到的观测样本为

$$x_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j\phi_1^{(t)}} & e^{j\phi_2^{(t)}} & \dots & e^{j\phi_K^{(t)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(M-1)\phi_1^{(t)}} & e^{j(M-1)\phi_2^{(t)}} & \dots & e^{j(M-1)\phi_K^{(t)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1^{(t)} \\ s_2^{(t)} \\ \vdots \\ s_K^{(t)} \end{bmatrix} + n_t \triangleq A_t s_t + n_t \quad (1)$$

其中 $s_k^{(t)}$ 为 t 时刻第 k 个信号的波形, n_t 为 t 时刻阵列观测噪声,假设服从高斯分布且与信号相互独立。

而各种常规阵列一般会受到互耦效应的影响,互耦效应会破坏阵列各阵元之间依赖于信号入射方向的相位偏移关系,因而会给阵列测向带来极大困难^[6]。由于均匀线阵中各阵元等间隔排列,因此相邻阵元的互耦效应近似一致,且非相邻阵元间由于距离较远,其互耦效应可忽略,即均匀线阵的互耦矩阵可由下式近似表示^[7]:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & b & 0 & \dots & 0 \\ b & 1 & b & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & b & 1 & b \\ 0 & \dots & 0 & b & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 b 为相邻阵元间的互耦系数。

考虑互耦效应之后,阵列 t 时刻的观测数据为

$$x_t = C A_t s_t + n_t \quad (3)$$

其中 n_t 主要为阵列通道热噪声,因此受互耦效应的影响可忽略。

在上述观测模型条件下,已有阵列角度跟踪方法或互耦条件下的阵列测向方法都将难以很好地解决对 $\theta_k^{(t)}$ 的实时估计问题。

2 均匀线阵互耦效应补偿方法

记考虑互耦效应之后 t 时刻的阵列响应函数为 A_t ,即

$$A_t = C A_t \quad (4)$$

并记

$$d_t^{(m)} = [e^{j(m-1)\phi_1^{(t)}}, e^{j(m-1)\phi_2^{(t)}}, \dots, e^{j(m-1)\phi_K^{(t)}}]^H \quad (5)$$

则互耦条件下的阵列响应函数可改写为如下形式:

$$\begin{aligned} A_t &= [d_t^{(1)} + b^* d_t^{(2)}, b^* d_t^{(1)} + d_t^{(2)} + b^* d_t^{(3)}, \dots, b^* d_t^{(M-2)} + d_t^{(M-1)} + b^* d_t^{(M)}, b^* d_t^{(M-1)} + d_t^{(M)}]^H \\ &= [d_t^{(1)}, d_t^{(2)}, \dots, d_t^{(M)}]^H + b[\mathbf{0}, d_t^{(1)}, \dots, d_t^{(M-1)}]^H + b[d_t^{(2)}, \dots, d_t^{(M)}, \mathbf{0}]^H \\ &= A_t + bA_t^1 + bA_t^2 \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{0}$ 为 $K \times 1$ 维的全零列向量。

$$A_t^1 = [\mathbf{0}, d_t^{(1)}, \dots, d_t^{(M-1)}]^H \quad (7)$$

$$A_t^2 = [d_t^{(2)}, \dots, d_t^{(M)}, \mathbf{0}]^H \quad (8)$$

从(6)式可以看出,互耦条件下均匀线阵的响应函数可看作三个部分叠加的结果,其中一部分是理想的阵列响应函数,而另外两部分与理想阵列响应函数的差异在于其第一个或最后一个阵元与其他阵元的相移关系受到了破坏,因此各种理想条件下的阵列测向方法难以直接应用于解决互耦条件下的角度估计问题。

但观察(7)、(8)两式中阵列响应函数 A_i^1 和 A_i^2 的形式又不难发现,虽然它们各自的第一个或最后一个阵元与其他阵元的相移关系受到了破坏,但其它各阵元间的相位关系很好地保留了下来。因此,如果在原始阵列两侧距离阵列 D 的位置上各添加一个辅助阵元,就能够使原始阵列很好地回避互耦效应在阵列响应函数上产生的“边缘效应”,从而恢复原始阵列各阵元间理想的相移关系。

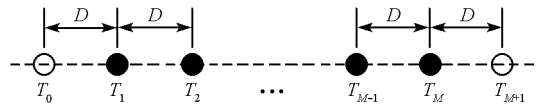


图1 添加辅助阵元补偿互耦效应示意图

Fig.1 Extended array with assistant antennas for mutual coupling compensation

用 T_1 至 T_M 表示原始阵列阵元, T_0 和 T_{M+1} 表示辅助阵元,则添加辅助阵元后的阵列结构示意图如图1所示。

结合(6)式可知,互耦条件下从扩展阵列中截取阵元 T_1 至 T_M 上的观测数据对应的阵列流形为

$$\begin{aligned}
 A_i &= [b^* d_i^{(0)} + d_i^{(1)} + b^* d_i^{(2)}, b^* d_i^{(1)} + d_i^{(2)} + b^* d_i^{(3)}, \dots, b^* d_i^{(M-1)} + d_i^{(M)} + b^* d_i^{(M+1)}]^H \\
 &= b [d_i^{(0)}, d_i^{(1)}, \dots, d_i^{(M-1)}]^H + [d_i^{(1)}, d_i^{(2)}, \dots, d_i^{(M)}]^H + b [d_i^{(2)}, d_i^{(3)}, \dots, d_i^{(M+1)}]^H \\
 &= [d_i^{(1)}, d_i^{(2)}, \dots, d_i^{(M)}]^H \text{diag}\{ [b^* d_i^{(0)} + d_i^{(1)} + b^* d_i^{(2)}]^H \} \\
 &= A_i W
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

其中

$$W = \text{diag}\{ [b^* d_i^{(0)} + d_i^{(1)} + b^* d_i^{(2)}]^H \} \tag{10}$$

为以 $[b^* d_i^{(0)} + d_i^{(1)} + b^* d_i^{(2)}]^H$ 为对角元素的对角矩阵。

阵元 T_1 至 T_M 上的观测数据为

$$x_i = A_i W s_i + n_i \tag{11}$$

可见通过添加辅助阵元实现互耦补偿之后,原始阵列观测数据中较好地保留了入射信号的方位信息,因此可以基于 x_i 实现对角度快速变化目标的方位跟踪。

3 阵列互耦条件下运动目标角度跟踪方法

当目标角度快速变化时,各种常用的静止目标高分辨角度估计方法将完全失效,同时由于阵列观测数据与入射角度的依赖关系具有极强的非线性性,因此必须采用动态的粒子滤波方法跟踪运动目标的方位。

用于参数估计的粒子滤波一般包括粒子初始化和粒子迭代更新两个步骤,即需要首先随机产生一组参数粒子,然后依据新接收到的观测样本对这些粒子进行更新,通过拟合观测数据后验概率密度函数实现对感兴趣参数的估计。

3.1 粒子初始化

假设使用 Q 组 K 维粒子 $\Theta_{q=1}^Q = \{ [\theta_k^{(q)}, \dots, \theta_k^{(q)}] \}_{q=1}^Q$ 实现对入射信号方位的跟踪,初始化过程中取每个粒子的权值均为 $1/Q$,所有 KQ 个参数粒子的初值在 $[0, \pi]$ 内随机选取,即

$$\theta_k^{(q)} \sim U[0, \pi] \quad k = 1, \dots, K; q = 1, \dots, Q \tag{12}$$

其中 $U[0, \pi]$ 表示 $[0, \pi]$ 内的均匀分布。

3.2 粒子更新

在粒子更新过程中,每次接收到一组新的观测数据之后,需要首先依据重要性抽样法则产生 Q 个候选参数粒子,并参考新观测样本的后验概率密度函数计算对各个候选样本的接受概率。以下首先计算 t 时刻观测数据的后验概率密度函数,然后介绍相应的粒子更新方法。

利用辅助阵元法消除原始阵列响应函数的“边缘效应”之后,原始阵列的观测数据(11)式具有与理

想条件下的阵列观测数据(1)式类似的形式。在(11)式中记 $s'_t = \mathbf{W}s_t$, 则

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}_t s'_t + \mathbf{n}_t \quad (13)$$

假设各信号入射方向 θ_k 服从 $[0, \pi]$ 内的均匀分布, 观测噪声方差 σ_n^2 服从参数为 (α, β) 的逆伽马分布, s'_t 服从零均值的最大熵高斯分布^[8-9], 即

$$\theta_k \sim U[0, \pi] \quad k = 1, \dots, K \quad (14)$$

$$\sigma_n^2 \sim \mathbf{IG}(\alpha, \beta) \quad (15)$$

$$p(s'_t | \sigma_n^2, \delta^2, \Theta) = N[0, \delta^2 \sigma_n^2 (\mathbf{A}_t^H \mathbf{A}_t)^{-1}] \quad (16)$$

其中 δ^2 为入射信号信噪比, $\mathbf{IG}(\alpha, \beta)$ 表示逆伽马分布, $N(\mu, \sigma^2)$ 表示均值为 μ 、方差为 σ^2 的高斯分布。

则由贝叶斯概率理论, 得到观测数据 \mathbf{x}_t 的后验概率密度函数为

$$\pi(\sigma_n^2, \Theta, s'_t | \mathbf{x}_t) = \frac{p(\sigma_n^2, \Theta, s'_t | \mathbf{x}_t) p(s'_t | \sigma_n^2, \Theta) p(\sigma_n^2) p(\Theta)}{p(\mathbf{x}_t)} \quad (17)$$

将(14)~(16)式代入(17)式并整理得

$$\pi(\sigma_n^2, \Theta, s'_t | \mathbf{x}_t) \propto (\pi \sigma_n^2)^{-(M+K)} (\sigma_n^2)^{-(\alpha+1)} \delta^{-2K} |\mathbf{A}_t^H \mathbf{A}_t| \cdot \exp\left\{-\frac{1}{\sigma_n^2} [(1 + \delta^{-2}) (s'_t - \mathbf{m}_t)^H \mathbf{A}_t^H \mathbf{A}_t (s'_t - \mathbf{m}_t) + \Delta + \beta]\right\} \quad (18)$$

其中 $\mathbf{m}_t = (1 + \delta^{-2})^{-1} (\mathbf{A}_t^H \mathbf{A}_t)^{-1} \mathbf{A}_t^H \mathbf{x}_t$, $\Delta = \mathbf{x}_t^H [\mathbf{I}_M - (1 + \delta^{-2})^{-1} \mathbf{A}_t (\mathbf{A}_t^H \mathbf{A}_t)^{-1} \mathbf{A}_t^H] \mathbf{x}_t$ 。

显然(18)式是关于 \mathbf{m}_t 的高斯函数、关于 σ_n^2 的逆伽马函数, 对(18)式关于这两个变量积分后, 得到观测数据 \mathbf{x}_t 关于信号入射方向的后验概率密度函数为

$$\pi(\Theta_t | \mathbf{x}_t) \propto \left[\alpha + \text{tr}(\mathbf{P}_{A_t}^\perp \mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^H) \right]^{-(M+\beta)} \quad (19)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 表示取方阵对角线元素之和, $\mathbf{P}_{A_t}^\perp = \mathbf{I}_M - (1 + \delta^{-2})^{-1} \mathbf{A}_t (\mathbf{A}_t^H \mathbf{A}_t)^{-1} \mathbf{A}_t^H$ 。

(19)式表示在给定观测数据 \mathbf{x}_t 的前提下, 信号入射方向取 Θ 的概率, 因此可以用来作为评估各参数粒子合理性的标准, 以下给出依据该后验概率密度函数实现粒子更新的方法。

假设 $t-1$ 时刻 Q 组参数粒子的状态为 $\Theta_{q=1}^Q$, 接收到 t 时刻的观测数据后, 依据重要性抽样定理得到 Q 组候选参数样本 $\{\Theta^*\}_{q=1}^Q = \{[\theta_k^{(q)*}, \dots, \theta_k^{(q)*}]\}_{q=1}^Q$, 各样本服从如下正态分布^[9]:

$$p(\Theta^{(q)*} | \Theta^{(q)}, \mathbf{x}_t) \sim N(\Xi, \Sigma_t) \quad (20)$$

其中 $\Sigma_t = \sigma_v^{-2} \mathbf{I}_K + \sigma_n^{-2} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{G}$, $\Xi = \Sigma_t \left\{ \sigma_v^{-2} \mathbf{I}_K \Theta^{(q)} + \sigma_n^{-2} \mathbf{G}^{-1} [\mathbf{x}_t - \mathbf{A}_t s'_t + \mathbf{G} \Theta^{(q)}] \right\}$, σ_v^2 为相邻采样点间信号方位变化的方差估计值, 可通过假设得到, \mathbf{G} 为阵列观测数据关于各信号入射方向的偏导数, 即 $\mathbf{G} = \partial(\mathbf{A}_t s'_t) / \partial \Theta$ 。

对 $q = 1, \dots, Q$, 以如下概率接受候选参数样本 $\Theta^{(q)*}$,

$$r = \min\{r, 1\} \quad (21)$$

其中

$$r = \frac{\pi(\Theta_t^* | \mathbf{x}_t)}{\pi(\Theta_t | \mathbf{x}_t)} = \frac{[\alpha + \text{tr}(\mathbf{P}_{A_t}^\perp \mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^H)]^{-(M+\beta)}}{[\alpha + \text{tr}(\mathbf{P}_{A_t}^\perp \mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^H)]^{-(M+\beta)}} \quad (22)$$

当完成所有 Q 个粒子的更新后, 对每个粒子赋予如下权值:

$$w_q = \frac{[\alpha + \text{tr}(\mathbf{P}_{A_t}^\perp \mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^H)]^{-(M+\beta)}}{\sum_{i=1}^Q [\alpha + \text{tr}(\mathbf{P}_{A_t}^\perp \mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^H)]^{-(M+\beta)}} \quad (23)$$

则 t 时刻的信号方位估计值为

$$\hat{\Theta} = \sum_{q=1}^Q w_q \Theta^{(q)} \quad (24)$$

在进行 $t+1$ 时刻的迭代之前, 为防止粒子退化, 需要对前一时间更新后的 Q 个粒子进行重采样,

得到 Q 个权值均为 $1/Q$ 的新粒子:

$$\Theta^{(q)} = \Theta^{(l^{(q)})} \quad q=1, \dots, Q \quad (25)$$

其中 $p[l^{(q)} = i] = w_q$, 表示依据原始粒子权值从中挑选新的粒子。

这样就得到了 Q 个新的参数粒子, 当接收到 $t+1$ 时刻的观测数据后, 依据(20)式生成新的候选粒子, 并依据(19)式计算后验概率密度函数 $\pi(\Theta_t | x_{t+1})$, 进行 $t+1$ 时刻的目标方位估计。

4 仿真实验

假设两个载频为 1GHz 的窄带信号入射到 8 元均匀线阵上, 相邻阵元间距等于入射信号波长的一半, 相邻阵元互耦系数为 0.4, 非相邻阵元之间的互耦效应可忽略, 相应的互耦矩阵如下:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0.4 & 0 & \dots & 0 \\ 0.4 & 1 & 0.4 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0.4 & 1 & 0.4 \\ 0 & \dots & 0 & 0.4 & 1 \end{bmatrix}$$

两个信噪比均为 20dB 的信号偏离阵列基线的初始方位分别为 40° 和 60° , 各入射方向在相邻采样点之间以方差 $\sigma_a^2 = 0.15$ 发生随机抖动。仿真过程中使用 100 个粒子进行参数估计, 并取后验概率密度函数(19)式中的冗余参数 $\alpha = \beta = 0$, 信噪比参数 δ^2 取估计值 50。

图 2 给出了考虑互耦效应而不进行补偿时, 阵列在 100 个连续的采样时刻对两个信号的角度跟踪结果。其中实线为信号真实角度轨迹, 点迹表示跟踪结果。

图 3 给出了考虑互耦效应并采用本文的辅助阵元法进行补偿之后, 阵列在 100 个连续的采样时刻对两个信号的角度跟踪结果。其中实线为信号真实角度轨迹, 点迹表示跟踪结果。

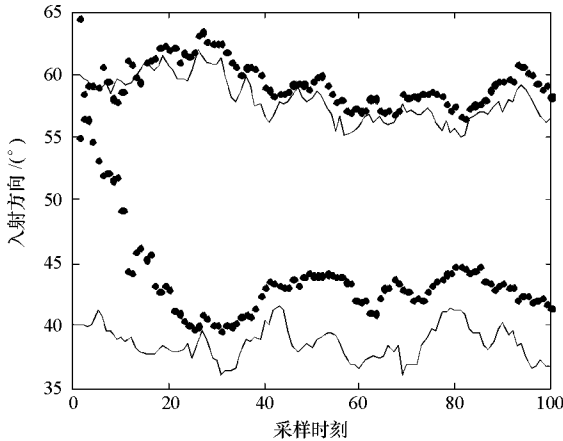


图 2 考虑互耦效应而不补偿时的角度跟踪结果

Fig. 2 Performance of direction tracking under uncompensated mutual coupling

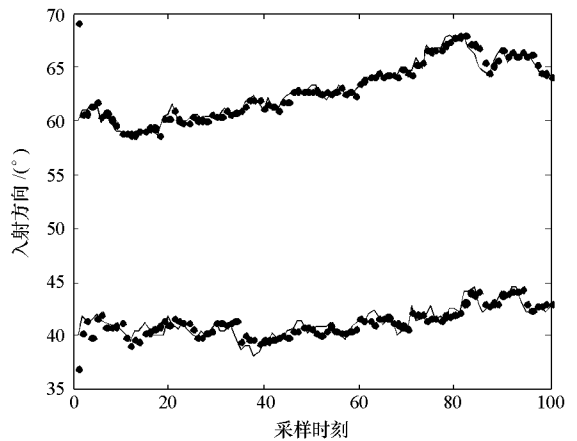


图 3 采用辅助阵元补偿互耦效应后的角度跟踪结果

Fig. 3 Performance of direction tracking under assistant-antenna-compensated mutual coupling

对比图 2 和图 3 的角度跟踪结果不难看出: 本文所提出的辅助阵元法较好地补偿了阵列互耦效应对阵列响应函数的影响, 且在此基础上实现的角度跟踪达到了较高的精度。

为了进一步定量说明本文所提出的互耦补偿方法对角度跟踪精度的改善程度, 将上述实验重复 100 次, 每次实验中两信号源的初始方位相同, 但运动轨迹随机产生, 得到互耦补偿前后各采样点处的角度跟踪均方根误差对比情况如图 4 所示, 其中信源 1 和信源 2 分别代表初始角度为 40° 和 60° 的两个信号。

从图 4 可以看出: 文中提出的互耦补偿方法将两个信号的角度跟踪误差分别从大于 6° 和 4° 减小到了 1° 以内。该仿真结果进一步验证了本文所提出的互耦补偿方法对角度跟踪精度的改善效果。

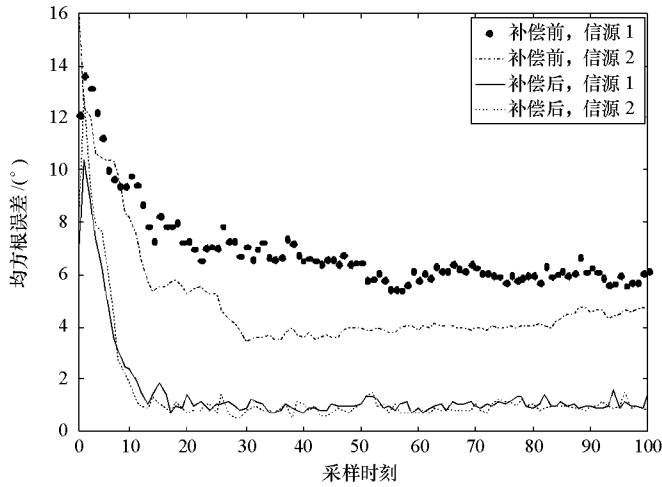


图4 互耦补偿前后角度跟踪均方根误差

Fig. 4 Root-mean-square-error (RMSE) of direction tracking before and after mutual coupling compensation

5 结论

本文利用均匀线形阵列互耦矩阵的带状Toeplitz形式,通过在原始阵列两侧增加辅助阵元较好地补偿了互耦效应对阵列响应函数的影响,并利用互耦补偿后原始阵列的观测数据,借助粒子滤波方法实现了对方位快速变化目标的角度跟踪。仿真结果表明新方法很好地消除了互耦效应的影响,达到了较高的角度跟踪精度。

参考文献:

- [1] Ralph O S. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, AP-34(3): 276-280.
- [2] Richard R, Thomas K. ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 37(7): 984-995.
- [3] Jar F Y, Mostafa K. Adaptive Eigensubspace Algorithms for Direction or Frequency Estimation and Tracking [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, 36(2): 241-251.
- [4] Babu K, Yoganandam Y, Reddy V U. Adaptive Estimation of Eigensubspace and Tracking the Directions of Arrival [J]. Signal Processing, 1998, 68: 317-339.
- [5] Anulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.
- [6] Dandekar, Ling H, Xu G. Effect of Mutual Coupling on Direction Finding in Smart Antenna Applications [J]. Electronics Letters, 2000, 36(22): 1889-1891.
- [7] 刘章孟, 黄知涛, 周一宇. 线性阵列互耦矩阵和波达方向的联合估计 [J]. 电子学报, 2008, 36(12): 2458-2463.
- [8] Christophe A, Amaud D. Joint Bayesian Model Selection and Estimation of Noisy Sinusoids via Reversible Jump MCMC [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(10): 2667-2676.
- [9] Laocque J R, Reilly P R, William N. Particle Filters for Tracking an Unknown Number of Sources [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(12): 2926-2937.