

文章编号: 1001- 2486(2010) 05- 0105- 05

基于最坏情况下的稳健波束形成自适应方向图副瓣控制方法*

戴凌燕^{1,2}, 李荣锋², 王永良², 鲍拯²

(1. 国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 空军雷达学院 雷达兵器运用工程全军重点实验室, 湖北 武汉 430019)

摘要: 针对最坏情况下性能优化的稳健自适应波束形成, 提出一种自适应方向图的副瓣控制方法。该方法通过在副瓣任意区域设置多个二次不等式约束, 对副瓣增益进行控制, 从而可将方向图副瓣电平严格控制在期望值以下。该方法的优化模型可转化为凸二阶锥规划问题, 利用内点法可有效求解实现。计算机仿真结果表明存在波束指向误差情况下, 该方法既能获得指定的较低副瓣电平, 又不带来干扰抑制性能的损失。

关键词: 稳健自适应波束形成; 自适应方向图; 副瓣控制; 二阶锥规划

中图分类号: TN911 文献标识码: A

Robust Adaptive Beamforming with Sidelobe Control Based on Worst-case Performance Optimization

DAI Ling-yan^{1,2}, LI Rong-feng², WANG Yong-liang², BAO Zheng²

(1. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Key Research Lab, Air Force Radar Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: A sidelobe control method is proposed for robust adaptive beamforming based on worst-case performance optimization. Multiple quadratic inequality constraints are added to arbitrary sidelobe regions, which can achieve lower sidelobe level as well as adaptively suppress interference. The optimization model can be converted into convex second-order cone (SOC) programming issue, which can be solved efficiently using the existing interior point method. Simulation results demonstrate that in the case of beam pointing error, the approach proposed can obtain the prescribed low sidelobe without performance loss.

Key words: robust adaptive beamforming; adaptive beamforming; sidelobe control; second-order cone programming

为提高常规自适应波束形成器在存在导向矢量误差情况下的稳健性, 近几年来, 一类基于导向矢量不确定集约束的稳健自适应波束形成算法相继提出。该类算法将实际的期望信号导向矢量约束于各种不确定集合中, 包括多面锥不确定集^[1]、球形不确定集^[2]、椭球体不确定集^[3-4]等, 那么当导向矢量误差在一定范围内变动时, 波束形成器仍能保证对期望信号的接收增益, 从而避免了由期望信号相消引起的输出性能下降。这类算法的权矢量虽具有扩展对角加载的形式, 但优于传统对角加载方法的是, 其加载因子与导向矢量误差有着直接的联系, 即可根据不同的导向矢量误差确定出合适的加载量。

众所周知, 在雷达和声呐等应用系统中, 天线阵列自适应方向图的高旁瓣电平更易受脉冲干扰和不稳定权值的影响, 从而导致无法准确跟踪并抑制干扰以及降低目标检测概率。而基于不确定集稳健算法的自适应方向图副瓣电平一般较高, 同样存在上述实际问题。因此, 有必要对自适应方向图的副瓣控制方法进行研究。针对方向图控制问题, 文献[5-6]通过约束自适应方向图与理想方向图的均方响应误差来控制波束方向图的形状。吴仁彪等提出一种基于二次约束的集成式峰值副瓣控制^[7] (IPSC) 算法, 可根据期望的峰值副瓣电平确定自适应方向图和参考静态方向图之间的最大容许均方误差。文献[8]提出基于二阶锥规划的副瓣控制方法, 可直接约束峰值副瓣不超过给定值。本文提出一种基于最坏情况下性能优化的稳健自适应波束形成^[2]方向图副瓣控制方法。该方法结合最坏情况下性能优化稳健波束形成器模型的特点, 对其方向图副瓣任意区域附加多个二次不等式约束, 严格限制控制区域电平,

* 收稿日期: 2010- 04- 06

作者简介: 戴凌燕(1979-), 女, 助教, 博士。

使其低于某个给定值,从而在有效自适应抑制干扰和接收目标信号的同时获得了较低的方向图副瓣电平。由于该自适应稳健算法的副瓣控制模型可转化为凸二阶锥规划问题,因此可借助 Matlab 工具箱函数 SeDuMi 软件^[9]由内插点法得到有效的求解实现。

1 方法提出

1.1 最坏情况下性能优化的稳健自适应波束形成算法

假设期望信号实际导向矢量 a_s 的所有可能取值属于一个球形不确定集合,该集合定义如下

$$\mathcal{A} \triangleq \left\{ a_s \mid a_s = a_s + \delta, \quad \|\delta\| \leq \varepsilon \right\} \quad (1)$$

其中, a_s 为假设的期望信号导向矢量,也即球形不确定集合的中心, δ 为导向矢量误差, ε 表示误差范数的上限。

所谓最坏情况是指当误差 δ 的取值使得输出信干噪比(SINR)最小的情况,而此时的性能优化则是选择适当的自适应权 w 使得 SINR 为最坏情况下的最大值,由此可见,最坏情况下性能优化的稳健自适应波束形成是以最大化输出 SINR 为求权准则的,该算法可由下列数学模型来描述

$$\max_w \min_{\delta} \frac{\sigma_s^2 |w^H(a_s + \delta)|^2}{w^H R_{i+n} w} \quad \text{subject to (s.t.) } \|\delta\| \leq \varepsilon \quad (2)$$

式中, σ_s^2 为期望信号功率, R_{i+n} 为干扰和噪声的输入相关矩阵, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。实际中, R_{i+n} 无法精确已知,要由估计的接收数据采样相关矩阵 \hat{R} 来代替,上式可重写为

$$\min_w w^H \hat{R} w \quad \text{s.t. } \min_{\|\delta\| \leq \varepsilon} |w^H(a_s + \delta)| \geq 1 \quad (3)$$

对上式进行一系列的等价变换^[2],可转化为对下面问题的求解

$$\min_w w^H \hat{R} w \quad \text{s.t. } w^H a_s \geq \varepsilon \|w\| + 1, \quad \text{Im}\{w^H a_s\} = 0 \quad (4)$$

这里, $\text{Im}\{\cdot\}$ 表示取复数的虚部。最坏情况下性能优化的稳健自适应波束形成确保了期望信号导向矢量在一定误差范围内变动时,期望信号的方向增益不小于 1,从而避免了期望信号相消问题。

1.2 自适应方向图副瓣控制

假设 Ω 为欲控制的副瓣区域空间方位集合, θ_j 为集合内第 j 个具体方位角度,即 $\theta_j \in \Omega$ ($j = 1, 2, \dots, J$)。通过约束自适应方向图在 θ_j 方向的增益小于某一给定值,即可获得理想的副瓣电平,多个二次不等式约束表示如下^[8]

$$|w^H a(\theta_j)|^2 \leq \varepsilon_1, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (5)$$

式中, $a(\theta_j)$ 为 θ_j 方向的导向矢量, ε_1 为给定的副瓣电平。将此约束附加到式(4)中,即可实现对最坏情况下性能最优的稳健自适应波束形成的副瓣控制。根据 θ_j 的取值范围不同,可对任意副瓣区域进行控制。结合式(4)和式(5),得到最差情况下性能最优的稳健波束形成自适应方向图副瓣控制方法模型如下

$$\min_w w^H \hat{R} w \quad \text{s.t. } w^H a_s \geq \varepsilon \|w\| + 1, \quad \text{Im}\{w^H a_s\} = 0, \\ |w^H a(\theta_j)|^2 \leq \varepsilon_1, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (6)$$

观察上式发现,对其直接求解将会非常困难。然而,由于上式属于凸二阶锥规划问题,可由内点法求解。下面对式(6)进行适当的变换,即可利用 Matlab 工具箱函数 SeDuMi 软件求解实现。

2 凸二阶锥规划实现

文献[9]中指出,凸锥优化问题的对偶标准形式可表示为

$$\max_y b^T y \quad \text{s.t. } c - A^T y \in K \quad (7)$$

其中, y 为包含设计变量的向量, b 和 c 分别表示任意向量, A 为任意矩阵, $(\cdot)^T$ 表示转置操作, K 表示各个约束所对应锥的笛卡儿乘积组成的对称锥,包括零锥、二次锥(即二阶锥)、旋转二次锥以及半正定

锥, 而式(6)中约束所对应的仅为零锥和二阶锥。这里, 所有变量可以是实数或复数。零锥可定义为

$$\{0\} \triangleq \{x \in C \mid x = 0\} \quad (8)$$

q 维二阶锥定义为

$$SOC^{q+1} \triangleq \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \in R \times C^q \mid x_1 \geq \|x_2\| \right\} \quad (9)$$

根据式(7)的目标函数形式, 首先需要将式(6)中的二次型目标函数转换为线性形式。对 \hat{R} 进行 Cholesky 分解, 即 $\hat{R} = U^H U$, 则式(6)的目标函数可以变换为

$$w^H \hat{R} w = \|Uw\|^2 \quad (10)$$

引入变量 τ , 使得 $\|Uw\| \leq \tau$, 且为了进行实数运算, 作如下定义

$$\begin{aligned} \overrightarrow{w} &\triangleq [\operatorname{Re}\{w\}^T, \operatorname{Im}\{w\}^T]^T, \quad \overrightarrow{a} \triangleq [\operatorname{Re}\{a_s\}^T, \operatorname{Im}\{a_s\}^T]^T, \quad \overrightarrow{a} \triangleq [\operatorname{Im}\{a_s\}^T, -\operatorname{Re}\{a_s\}^T]^T \\ \overrightarrow{U} &\triangleq \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{U\} & -\operatorname{Im}\{U\} \\ \operatorname{Im}\{U\} & \operatorname{Re}\{U\} \end{bmatrix}, \quad \overrightarrow{a}_j \triangleq \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{a_j\}^T & \operatorname{Im}\{a_j\}^T \\ -\operatorname{Im}\{a_j\}^T & \operatorname{Re}\{a_j\}^T \end{bmatrix} \end{aligned}$$

再令 $y_1 = \tau$, $y_2 = \overrightarrow{w}$, 则式(6)可重新表示如下

$$\begin{aligned} \min \tau \quad \text{s.t.} \quad & \overrightarrow{a}^T y_2 = 0, \quad \|\overrightarrow{U} y_2\| \leq y_1, \quad \varepsilon \|y_2\| \leq y_1 \overrightarrow{a} - 1 \\ & \|\overrightarrow{a}_j y_2\| \leq \sqrt{\varepsilon_1}, \quad j = 1, 2, \dots, J \end{aligned} \quad (11)$$

上式所表示的即为二阶锥规划问题, 为转化为式(7)的对偶标准形式, 定义 $b \triangleq [-1, 0, \dots, 0]^T \in \mathcal{R}^{(2M+1) \times 1}$, $y \triangleq [y_1, y_2]^T \in \mathcal{R}^{(2M+1) \times 1}$, 由此, 将各约束条件分别以锥集形式表示为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ -\overrightarrow{a}^T y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \overrightarrow{a}^T \end{bmatrix} y \triangleq c_1 - A_1^T y \in \{0\}^1 \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ \overrightarrow{U} y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & \theta^T \\ 0 & -U \end{bmatrix} y \triangleq c_2 - A_2^T y \in SOC_1^{2M+1} \\ \begin{bmatrix} \overrightarrow{a}^T y_2 - 1 \\ \mathfrak{g}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 \\ \theta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\overrightarrow{a}^T \\ 0 & -\mathfrak{g} \end{bmatrix} y \triangleq c_3 + A_3^T y \in SOC_2^{2M+1} \\ \begin{bmatrix} \sqrt{\varepsilon_1} \\ \overrightarrow{a}_j y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sqrt{\varepsilon_1} \\ \theta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \theta^T \\ \theta & -\overrightarrow{a}_j \end{bmatrix} y \triangleq c_{3+j} + A_{3+j}^T y \in SOC_{2+j}^{2+1}, \quad j = 1, \dots, J \end{aligned}$$

其中, M 表示权矢量 w 的维数, 也即阵元个数。定义

$$\begin{aligned} c &\triangleq [c_1, c_2^T, \dots, c_{J+3}^T]^T \in \mathcal{R}^{(4M+3+3J) \times 1} \\ A^T &= [A_1^T, A_2^T, \dots, A_{J+3}^T] \in \mathcal{R}^{(4M+3+3J) \times (2M+1)} \end{aligned}$$

从而, 式(11)可完全表示成式(7)的形式, 此时对称锥的具体形式为

$$K \in \{0\} \times SOC_1^{2M+1} \times SOC_2^{2M+1} \times SOC_3^{2+1} \times \dots \times SOC_{J+2}^{2+1}$$

上述凸二阶锥规划问题可由标准高效的内点法软件工具求解, 其中, SeDuMi 即为一种简单有效的 Matlab 工具箱函数。本文采用 SeDuMi 函数对设计的规划问题进行求解, 一旦求出优化解 y , 即可获得本文所求的权矢量为

$$w = \begin{bmatrix} \overrightarrow{w}_1 \\ \vdots \\ \overrightarrow{w}_M \end{bmatrix}^T + j \begin{bmatrix} \overrightarrow{w}_{M+1} \\ \vdots \\ \overrightarrow{w}_{2M} \end{bmatrix}^T$$

3 计算机仿真与分析

本节将通过计算机仿真实验考察副瓣控制效果与性能。考虑阵元数为 16, 阵元间距半波长(信号波长)的均匀线阵。空间存在一个期望目标信号和两个不相关的干扰信号, 其中, 假设入射方向为 2° , 而实际波达方向为 0° , 即存在 2° 的波束指向误差; 干扰信号方位角分别为 -25° 和 40° , 功率均为 40dB。此外, 假设各通道噪声为不相关高斯白噪声, 功率 0dB。参数设置为: 导向矢量误差模上限 $\varepsilon = 0.3$, 副瓣峰值电平上限 $\varepsilon_1 = 10^{-3}$ (即为 -30 dB), 副瓣控制区域定义为 $\Omega = [-90^\circ, -1^\circ] \cup [11^\circ, 90^\circ]$, 且每隔 1° 加一个二次不等式约束控制副瓣电平, 即 $J = 160$ 。所有实验结果均由 100 次 Monte-Carlo 实验平均得到。

为方便,将文献[2]中最坏情况下性能优化稳健自适应波束形成方法记为 WCRB,而本文所提附加方向图副瓣控制方法记为 WCRB_SC。

实验 1:考察波束方向图的情况。假设期望信号的输入信噪比(SNR)为 0dB,图 1(a)和图 1(b)所示分别为快拍数较多和快拍数较少时对整个副瓣区域进行控制的波束方向图。由图中可见,方向图副瓣区域均降至期望值-30dB 以下,相对于未作副瓣控制的副瓣峰值电平平均减小了 10dB 之多,且主瓣区域有所展宽,主波束对准期望信号的实际来向。另外,在干扰方向均有零陷生成,只是当采样快拍数较少时,零陷深度明显变浅,即对干扰抑制能力有所降低,但目标方向的增益仍保持很好。这说明,存在波束指向误差的情况下,WCRB_SC 方法确实能在最大限度接收信号并有效抑制干扰的同时获得较低的旁瓣电平。

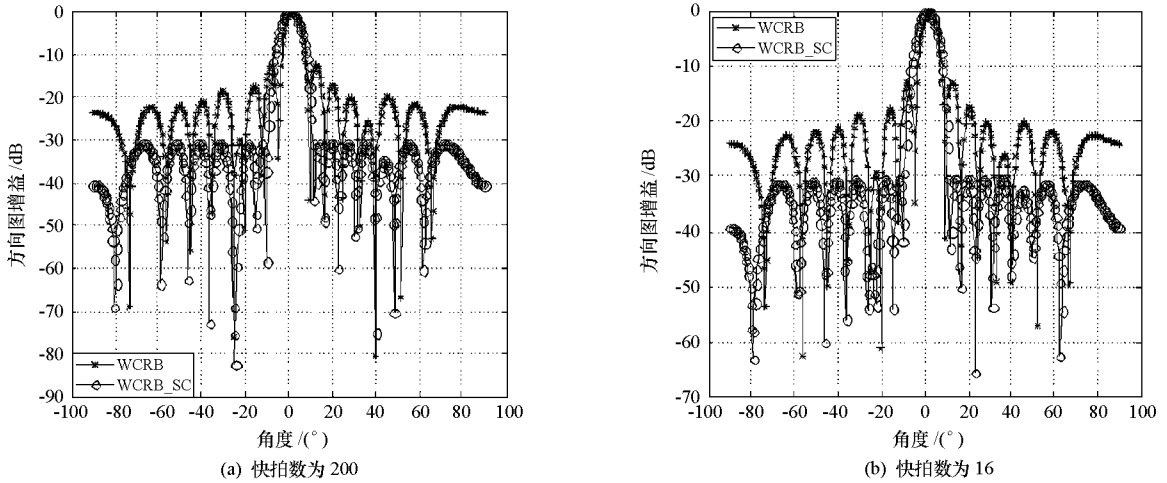


图 1 对整个副瓣区域进行控制的波束方向图
Fig. 1 The beam pattern with control of whole sidelobe region

当脉冲干扰可能出现的区域先验已知时,也可只对该局部区域电平进行控制。图 2 即为快拍数为 200 时,对副瓣区域[-60°, -20°]控制的方向图。与图 1 对比可见,由于只控制部分副瓣区域,主波束展宽并不明显,干扰方向仍能形成深的零陷。

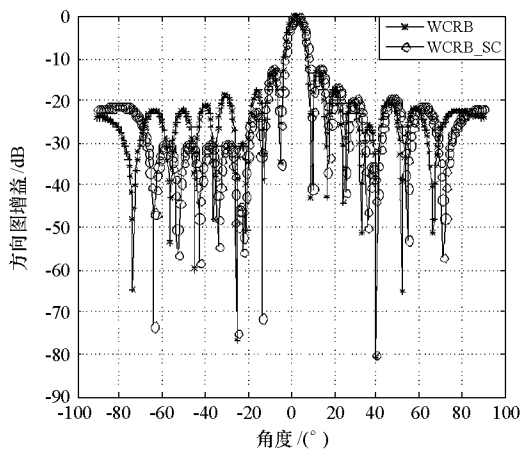


图 2 对副瓣区域[-60°, -20°]控制的波束方向图
Fig. 2 The beam pattern with control of sidelobe region [-60°, -20°]

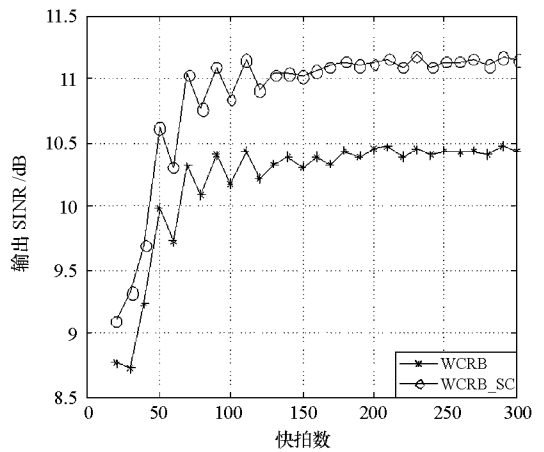


图 3 输出 SINR 与采样数的关系(SNR= 0dB)
Fig. 3 Relationship between output SINR and snapshot

实验 2:考察不同采样快拍数和不同输入 SNR 情况下的输出 SINR 性能。两种方法的输出 SINR 与采样数的关系如图 3 所示,其中 SNR= 0dB。图中两条曲线收敛情况一致,均随着快拍数增加迅速收敛并趋于平稳,且附加了旁瓣约束后不但没有带来性能损失,反而使输出 SINR 提升了 0.7dB 左右,这是由于主瓣的展宽使得期望信号接收增益增加。图 4 为快拍数取 200 时不同 SNR 下的输出 SINR 曲线图,可

见, 两者性能差异不大, 在 $\text{SNR} < 15\text{dB}$ 时, WCRB_SC 性能略高, 而当 $\text{SNR} > 15\text{dB}$ 时, WCRB_SC 的性能下降较 WCRB 明显。

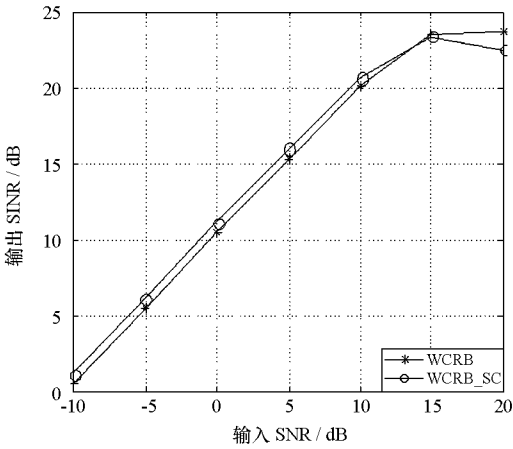


图4 输出 SINR 与 SNR 的关系(快拍数为 200)

Fig. 4 Relationship between output SINR and input SNR

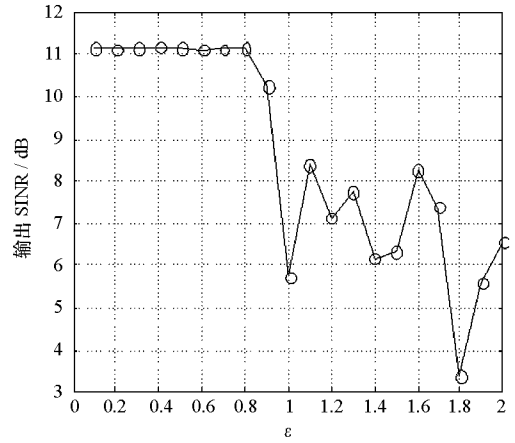


图5 输出 SINR 与 ϵ 的关系

Fig. 5 Relationship between output SINR and ϵ

实验 3: 考察输出 SINR 与期望信号导向矢量误差模上限的关系。图 5 为 $\text{SNR} = 0\text{dB}$, 快拍数取 200 时期望信号导向矢量误差模上限的不同取值对应的输出 SINR 性能图。图中, 当 $0.1 \leq \epsilon \leq 0.8$ 时, 输出 SINR 保持恒定, 约为 11.2dB ; 而当 $\epsilon > 0.8$ 时, 输出 SINR 明显减小, 且呈起伏下降状态。由此可见, 合理选择参数 ϵ 的大小, 对 WCRB_SC 方法输出性能至关重要。

4 小结

本文对最坏情况下性能优化的稳健自适应波束形成进行副瓣控制, 通过对自适应方向图副瓣区域附加多个二次不等式约束, 从而可任意控制其副瓣增益到期望电平。对优化问题直接求解非常困难, 将其转化为凸二阶锥规划问题, 便可采用内点法求解, 并利用 Matlab 工具箱函数得到有效实现。仿真结果表明, 本文副瓣控制方法可在有波束指向误差情况下, 获得理想的副瓣控制效果, 且输出 SINR 性能比控制前略有改善。

参考文献:

- [1] Wu S Q, Zhang J Y. A New Robust Beamforming Method with Antennae Calibration Errors[C]//IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 1999, 2: 869– 872.
- [2] Vorobyov S A, Gershman A B, Luo Z Q. Robust Adaptive Beamforming Using Worst Case Performance Optimization: A Solution to the Signal Mismatch Problem[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2003, 51(2): 313– 323.
- [3] Robert G L, Stephen P B. Robust Minimum Variance Beamforming[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2005, 53(5): 1684– 1696.
- [4] Beck A, Eldar Y C. Doubly Constrained Robust Capon Beamformer With Ellipsoidal Uncertainty Sets[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2007, 55(2): 753– 758.
- [5] 王永良, 丁前军, 李荣锋. 自适应阵列处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [6] Bell K L, Van Trees H L. Adaptive and Non-adaptive Beampattern Control Using Quadratic Beampattern Constraints[C]//Proc. the 33rd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 1999: 486– 490.
- [7] Wu R, Bao Z, Ma Y. Control of Peak Sidelobe Level in Adaptive Arrays[J]. IEEE Trans. Antennas Propagat., 1996, 44(10): 1341– 1347.
- [8] Liu J, Gershman A B, Luo Z Q. Adaptive Beamforming with Sidelobe Control: A Second-order Cone Programming Approach[J]. IEEE Signal Processing Lett., 2003, 10(11): 331– 334.
- [9] Stumm J F. Using SeDuMi 1.02, A MATLAB Toolbox for Optimization over Symmetric Cones[J]. Optimization Methods and Software, 1999: 625– 653.