

文章编号: 1001- 2486(2010) 05- 0173- 06

基于多粒度多语义语言判断矩阵的群决策方法*

许永平, 王维平, 杨 峰

(国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 在基于语言判断矩阵的群决策中, 多个决策者可能会使用不同粒度不同语义的语言评价集表达自己的偏好。针对此问题, 提出了将多粒度多语义语言评价集统一转化为基本语言评价集上二元语义的一致化方法, 证明该方法能够实现信息无损的转换, 且转换后语言判断矩阵性质不会改变。在此基础上, 基于二元语义的相关集结算子, 将二元语义信息集结为群体的判断。通过一个实例验证了方法的有效性和实用性。

关键词: 多粒度; 多语义; 语言判断矩阵; 二元语义; 群决策

中图分类号: C934 文献标识码: A

Approach to Group Decision Making with Multi-granularity and Multi-semantic Linguistic Comparison Matrices

XU Yong-ping, WANG Wei-ping, YANG Feng

(College of Information System and Management, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In group decision-making problems with linguistic comparison matrices, different decision makers may use linguistic term sets with different granularity and different semantic to represent their preferences. A new approach to deal with this issue was presented, which uniform the linguistic term sets with multi-granularity and multi-semantic into the normalized representations of two-tuple linguistic. It was approved that by this approach there is no information loss and the linguistic comparison matrix can keep its properties after unification. Then, based on some aggregation operators of 2-tuple linguistic, different decision makers' preference information was aggregated into the group preference information and most desirable alternative is selected. An example was presented to validate the proposed method.

Key words: multi-granularity; multi-semantic; linguistic comparison matrix; two-tuple; group decision making

在许多群决策问题中, 由于信息的模糊性和不确定性的存在, 难以用定量方法来解决, 往往需要决策者根据自身的知识和经验使用语言形式的评价信息(如优、良、中、可、差)来表达对于方案的偏好。每个决策者依据自己的偏好以及对于问题的了解程度, 可能会选择不同的语言评价集来给出偏好判断。文献[1]指出, 决策者所选择的语言评价集在包含的语言短语的数目、短语语义对应的隶属度函数等方面会有所差异。这一类群决策问题称为基于多粒度语言评价信息的群决策问题。

基于多粒度语言评价信息的群决策问题首先需要解决的是不同的语言评价集之间的一致化方法。文献[1]基于模糊理论中的扩展原理, 采用最大最小隶属度原则, 将不同粒度语言评价信息均转化为定义在基本语言评价集上的模糊数。文献[2-3]分别采用基于二元语义的一致化方法, 通过插值方法将不同粒度语言评价信息一致化为基本语言评价集上的二元语义。以上这些文献均使用三角模糊数来表达语言评价集中短语所对应的语义, 但是其一致化方法计算都比较繁琐, 而且只能从粒度低的评语集向粒度高的评语集转化。文献[4]则根据不同评语集中的短语区间的叠加来将其转化为定义在基本语言评价集上的模糊数, 能够从粒度高的评语集向粒度低的评语集转化, 但是其隶属度函数计算非常复杂, 同时也没有考虑转换中可能出现的信息扭曲的问题。文献[5-6]在定义两个三角模糊数的距离基础上, 通过计算短语与基本语言评价集中的短语之间的距离, 将其转化为基本语言评价集上的二元语义。但是, 该文的计算方法可能会造成信息的扭曲和丢失, 转化不具有等价性。文献[7]通过变量转化关系

* 收稿日期: 2010- 03- 25

作者简介: 许永平(1979-), 男, 博士生。

将语言判断矩阵转化为互补判断矩阵, 实现了对多粒度语言评价信息的量化, 但是该方法对语言判断矩阵的次序一致性要求过于苛刻。文献[8]提出了一种基于隶属度函数和二元语义进行的多粒度语言评价集融合方法, 可以从粒度高的评价集转化为粒度低的评价集, 但是这种一致化方法在其计算过程也存在着信息扭曲甚至计算结果存在着矛盾之处。文献[9-10]将不同粒度语言评价集一致化为基本语言评价集上的二元语义信息。文献[11]将原始的语言评价集拓展为连续性语言短语集, 定义了相应的转换函数, 并提出了理想的一致化过程应满足的准则。文献[9-11]的共同缺点是只考虑到不同语言评价集中的语言短语的数目, 而没有考虑到这些短语对应的语义。而实际上即使两个专家使用的语言评价集有着相同的语言短语数目, 但是由于个人的偏好和认识不同, 其对应的语义也可能不同。文献[1]即指出, 有时候尽管不同决策者使用的语言评价集具有相同的短语和排序, 但是却有着很不相同的语义。综上, 现有的一致化方法或者只考虑了短语数目的不同而没有考虑不同决策者对短语语义理解的不同, 或者是所提出的转换函数不能满足理想的一致化过程的准则^[1], 这些都可能导导致决策结果的失真。

1 问题描述

在考虑的群决策问题中, 设决策方案集为 $X = \{x_i | i = 1, \dots, n\}$, 决策者集合为 $D = \{d_k | k = 1, \dots, m\}$ 。各决策者依据其事先定义好的语言评价集给出两两方案优劣比较的偏好信息。设 S^k 表示第 k 个决策者使用的语言评价集, 记 $S^k = \{S_i^k | i \in \{0, 1, \dots, T_k\}\}$, 其中 S_i^k 表示语言评价集中的第 i 个元素, $T_k + 1$ 表示该语言评价集的粒度 (T_k 为偶数)。若 S 是一个语言评价集, 则其必须满足以下性质^[1]: (1) 有序性: 当 $i < j$ 时, 有 $S_i < S_j$ 或 $S_i > S_j$ (表示 S_i 劣于 S_j 或 S_i 优于 S_j); (2) 存在一个逆运算“neg”: $neg(S_i) = S_j, j = T_k - i$; (3) 极大化和极小化运算: 当 $S_i \geq S_j$ 时, 有 $\max(S_i, S_j) = S_i$, 当 $S_i \leq S_j$ 时, 有 $\min(S_i, S_j) = S_j$ 。

决策者的偏好信息可以由一个语言判断矩阵 $P \subset X \times X$ 来表示^[5]。对 $\forall i, j \in N, P = (p_{ij})_{n \times n}$ 必须满足以下性质: (1) $p_{ij} \in S$; (2) $p_{ij} = S_{T_k/2}$; (3) $p_{ij} = S_i, p_{ji} = neg(S_i)$, 即互补性。 P 中的元素的含义如下: (1) 若 $p_{ij} = S_{T_k/2}$, 表示 x_i 和 x_j 没有差别, 记为 $x_i \sim x_j$; (2) 若 $p_{ij} = S_l \in S_L = \{s_0^k, s_1^k, \dots, s_{T_k/2}^k\}$, 表示 x_j 优于 x_i , 记为 $x_j > x_i$; (3) 若 $p_{ij} = S_l \in S_U = \{s_{T_k/2+1}^k, s_{T_k/2+2}^k, \dots, s_{T_k}^k\}$, 表示方案 x_i 优于 x_j , 记为 $x_i > x_j$ 。

在实际的群决策问题中, 决策者可能会选择不同粒度的语言评价集, 给出语言判断矩阵形式的偏好信息。而且, 即使两个决策者选取相同粒度的语言评价集, 并有着相同的语言短语, 二者对同一个语言短语所对应的语义也可能有着不同的理解。因此, 本文要研究的问题是, 针对具有不同粒度不同语义的语言判断矩阵形式的偏好信息的群决策问题, 给出相应的群偏好集结和方案优选方法。

2 多粒度多语义语言判断矩阵的一致化

为了对多个决策者给出的不同粒度不同语义的语言偏好信息进行集结, 首先要将这些不同粒度不同语义的语言偏好信息进行一致化处理。即将不同粒度不同语义的语言偏好信息用同一粒度同一语义的语言评价集中的短语进行表示。本文采用的一致化方法是, 通过在原有的语言评价集的两端增加两个虚拟的“理想”短语来对其进行拓展, 然后选择一个基本语言评价集作为一致化的参考集合, 接着定义转换函数, 将不同粒度不同语义的语言偏好信息用基本语言评价集的二元语义进行表示。

2.1 二元语义

二元语义^[1-3]是西班牙学者 Herrera 教授等在 2000 年首次提出的一种基于符号平移的概念, 使用一个二元组 (s_k, α_k) 来表示语言评价信息。其中, s_k 表示预先定义好的语言评价集 S 中的第 k 个元素, α_k 称为符号转移值, 且满足 $\alpha_k \in [-0.5, 0.5]$, 表示评价结果与 s_k 的偏差。

定义 1^[2] 若 $s_k \in S$ 是一个语言短语, 那么相应的二元语义可以通过函数 θ (如式(1)) 获得

$$\theta: S \rightarrow S \times [-0.5, 0.5], \text{ 即 } \theta(s_i) = (s_i, 0), s_i \in S \quad (1)$$

定义 2^[2] 设实数 $\beta \in [0, T]$ 为语言评价集 S 经过某种集结方法得到的实数, $T+1$ 为语言评价集 S

中短语的个数, 则 β 可由如下的函数 Δ (如式(2)) 表示为二元语义信息:

$$\Delta: [0, T] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5), \text{ 即 } \Delta(\beta) = \begin{cases} s_k, k = \text{round}(\beta) \\ \alpha_k = \beta - k, \alpha_k \in [-0.5, 0.5) \end{cases} \quad (2)$$

定义 3^[2] 设 (s_k, α_k) 是一个二元语义, 其中 s_k 是 S 中的第 k 个元素, $\alpha_k \in [-0.5, 0.5)$, 则存在一个逆函数 Δ^{-1} (如式(3)), 可将其转化为相应的数值 $\beta \in [0, T]$ 。

$$\Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5) \rightarrow [0, T], \text{ 即 } \Delta^{-1}(s_k, \alpha_k) = k + \alpha_k = \beta \quad (3)$$

设 (s_i, α) 和 (s_j, α) 为任意两个二元语义, 可以证明二元语义具有有序性并且存在逆算子。

2.2 基于二元语义的一致化方法

与文献[1- 3, 5, 8]一样, 本文使用定义在 $[0, 1]$ 区间上的三角模糊数来表示决策者定义的语言短语对应的语义, 并有以下定义。

定义 4 对于语言评语集 S (包括 $T+1$ 个短语) 中的任意一个评语 s_k , 其对应的三角模糊数的三个顶点分别是 $s_{k,l}, s_{k,m}, s_{k,u}$; $s_{T-k} = \text{neg}(s_k)$, 其对应的三角模糊数的三个顶点分别是 $s_{T-k,l}, s_{T-k,m}, s_{T-k,u}$ 。那么有 $s_{k,l} + s_{T-k,u} = s_{k,m} + s_{T-k,m} = s_{k,u} + s_{T-k,l} = 1$, 特别地, 对于 $s_{T/2}$ 来说有 $s_{T/2,l} + s_{T/2,u} = 1, s_{T/2,m} = 0.5$ 。

不失一般性, 设有两个不同粒度不同语义的语言评价集 S 和 S' 。对于 S 和 S' 来说, 其最差评语 s_0 和 s'_0 所对应的语义一般是不一样的, 同理其最佳评语 s_T 和 s'_T 所对应的语义也是不同的。因此若像文献[9- 11]中那样通过转换函数强行使二者对应起来, 必然会造成信息的扭曲。因此本文通过在每一个语言评价集的两端增加两个“理想”短语——“理想劣”和“理想优”来对原有的语言评价集进行拓展, 其对应的三角模糊数分别是 $(0, 0, 0)$ 和 $(1, 1, 1)$ 。由于信息的模糊性和不确定性的存在, 因此在实际中决策者是不可能给出这两个评语的。一般来说, 从语义上来讲一个语言评价集中的最差评语也会优于“理想劣”这一评语, 而最佳评语也会劣于“理想优”这一评语。故在经过拓展后的任意语言评价集中, “理想劣”和“理想优”分别记作 s_0 和 s_T , 而决策者实际上会使用的短语集合则是 $\{s_1, s_2, \dots, s_{T-1}\}$ 。经增加“理想”短语进行拓展后, 使得不同粒度不同语义的语言评价集定义在相同的模糊数区间上, 为这些语言评价集之间的信息无损的理想的转换奠定了基础。

定义 5 对于语言评语集 S 中的任意一个评语 s_k , 其对应的三角模糊数的三个顶点分别是 $s_{k,l}, s_{k,m}$ 和 $s_{k,u}$, 其均值可以通过函数 ϕ (如式(4)) 得到^[12]:

$$\phi: s \rightarrow [0, 1], \text{ 即 } \phi(s) = (s_{k,l} + 2s_{k,m} + s_{k,u})/4 \quad (4)$$

定义 6 设 (s_k, α_k) 是一个二元语义, 其中 s_k 是 S 中的第 k 个元素, 其对应的三角模糊数的三个顶点分别是 $s_{k,l}, s_{k,m}$ 和 $s_{k,u}$, $\alpha_k \in [-0.5, 0.5)$, 则二元语义 (s_k, α_k) 的均值可以通过函数 Ψ (如式(5)) 得到:

$$\Psi: (s_k, \alpha_k) \rightarrow [0, 1], \text{ 即 } \Psi(s_k, \alpha_k) = (1 - \alpha_k) \phi(s_k) + \alpha_k \phi(s_{k+1}) \quad (5)$$

从前述语言评价集的性质和二元语义的性质以及定义 4, 5 和 6 易知, $\Psi(s_i, \alpha_i)$ 仍然保持二元语义原来具有的有序性、存在逆运算等性质。

不失一般性, 设有两个不同粒度不同语义的语言评价集 S 和 S' (已增加“理想”短语对其进行拓展), 其粒度分别是 T 和 T' 。结合二元语义, 可以给出语言评语在不同粒度不同语义的语言评价集之间的转换函数 TF (如式(6)):

$$TF: S \rightarrow S', \text{ 即 } TF_s^s(s_k, \alpha_k) = (s'_l, \alpha'_l) \quad (6)$$

其中 (s'_l, α'_l) 可由下面的公式求得

$$(s'_l, \alpha'_l) = \begin{cases} (s'_j, \frac{\Psi(s_k, \alpha_k) - \Psi(s'_j, 0)}{\Psi(s'_{j+1}, 0) - \Psi(s'_j, 0)}), \text{ 若 } \Psi(s'_j, 0) \leq \Psi(s_k, \alpha_k) \leq (\Psi(s'_j, 0) + \Psi(s'_{j+1}, 0))/2; \\ (s'_{j+1}, \frac{\Psi(s_k, \alpha_k) - \Psi(s'_{j+1}, 0)}{\Psi(s'_{j+1}, 0) - \Psi(s'_j, 0)}), \text{ 若 } (\Psi(s'_j, 0) + \Psi(s'_{j+1}, 0))/2 \leq \Psi(s_k, \alpha_k) \leq \Psi(s'_{j+1}, 0); \end{cases}$$

下面对本文提出的转换方法的性质进行讨论。

定理1 不同粒度不同语义的语言评价集之间的转换函数 $TF: S \rightarrow S'$ 是一种双映射, 即

$$TF_s^s(TF_s^s(s_k, \alpha_k)) = (s_k, \alpha_k)$$

证明 由 $TF_s^s(s_k, \alpha_k) = (s'_l, \alpha'_l)$ 可知

$$\Psi(s_k, \alpha_k) = \Psi(s'_l, 0) + \alpha'_l (\Psi(s'_{l+1}, 0) - \Psi(s'_l, 0)) = \phi(s'_l) + \alpha'_l (\phi(s'_{l+1}) - \phi(s'_l)) = \Psi(s'_l, \alpha'_l),$$

则由 TF 的计算公式可知 $TF_s^s(s'_l, \alpha'_l) = (s_k, \alpha_k)$ 。

定理2 $TF_s^s(TF_s^s(s_k, \alpha_k)) = TF_s^s(s_k, \alpha_k)$

证明 由定理1的证明过程及转换函数的计算公式可立知。

推论1 设 S^1, S^2, \dots, S^n 是 n 个不同粒度不同语义的语言评价集(已增加“理想”短语对其进行拓展), 那么有

$$TF_{s^{n-1}}^{s^{n-1}}(TF_{s^{n-2}}^{s^{n-2}} \dots TF_{s^1}^{s^1}(s_k, \alpha_k)) = TF_{s^1}^{s^1}(s_k, \alpha_k)$$

推论1 说明, 一种语言评价集中的元素, 无论经过多少不同粒度不同语义的语言评价集的转换, 其效果都相当于将其直接从原始的语言评价集转换到最后一种语言评价集, 因此不会丢失任何信息。

定理3 不同粒度不同语义的语言判断矩阵 $P = (p_{ij})_{n \times n}$ 经过转换函数 $TF: S \rightarrow S'$ 变为由基本语言评价集 S' 表示的二元语义矩阵 $P' = (p'_{ij}, \alpha'_{ij})_{n \times n}$ 之后, 对于 $\forall i \neq j$, 有(1) 若 $\Delta^{-1}(\theta(p_{ij})) < T/2$, 则必有 $\Delta^{-1}(p'_{ij}, \alpha'_{ij}) < T'/2$; (2) 若 $\Delta^{-1}(\theta(p_{ij})) = T/2$, 则必有 $\Delta^{-1}(p'_{ij}, \alpha'_{ij}) = T'/2$; (3) 若 $\Delta^{-1}(\theta(p_{ij})) > T/2$, 则必有 $\Delta^{-1}(p'_{ij}, \alpha'_{ij}) > T'/2$;

证明 首先证明命题(1)。设 $p_{ij} = s_k$, 则有 $\theta(p_{ij}) = (s_k, 0)$, 那么有 $\Delta^{-1}(\theta(p_{ij})) = k < T/2$, 则由定义5和定义6可以得到 $\Psi(s_k, 0) < \Psi(s_{T/2}, 0)$ 。设 $TF_s^s(s_k, 0) = (s'_l, \alpha'_l)$, 那么由定理1的证明过程知道 $\Psi(s'_l, \alpha'_l) = \Psi(s_k, 0)$, 且根据定义4.5和6可知 $\Psi(s'_{T/2}, 0) = \Psi(s_{T/2}, 0)$, 故 $\Psi(s'_l, \alpha'_l) < \Psi(s'_{T/2}, 0)$, 则由定义5和定义6可知 $(s'_l, \alpha'_l) < (s'_{T/2}, 0)$, 故 $\Delta^{-1}(p'_{ij}, \alpha'_{ij}) = \Delta^{-1}(s'_l, \alpha'_l) < \Delta^{-1}(s'_{T/2}, 0) = T'/2$, 得证。类似地, 可证明(2)和(3)。

定理4 不同粒度不同语义的语言判断矩阵 $P = (p_{ij})_{n \times n}$ 经过转换函数 $TF: S \rightarrow S'$ 变为由基本语言评价集 S' 表示的二元语义矩阵 $P' = (p'_{ij}, \alpha'_{ij})_{n \times n}$ 之后, 仍然满足互补性, 即

$$\Delta^{-1}(p'_{ij}, \alpha'_{ij}) + \Delta^{-1}(p'_{ji}, \alpha'_{ji}) = T'$$

证明 设 $p_{ij} = s_k$, 则 $p_{ji} = s_{T-k}$ 。由定义4.5和6可知 $\Psi(s_k, 0) + \Psi(s_{T-k}, 0) = 1$ 。

设 $TF_s^s(s_k, 0) = (s'_l, \alpha'_l)$ 。若 $\alpha'_l \in [0, 0.5)$, 则有 $\phi(s'_l, 0) \leq \Psi(s_k, 0) \leq (\Psi(s'_l, 0) + \Psi(s'_{l+1}, 0))/2$, 故 $1 - \Psi(s'_l, 0) \geq 1 - \Psi(s_k, 0) \geq 1 - (\Psi(s'_l, 0) + \Psi(s'_{l+1}, 0))/2$; $(\Psi(s'_{T-l}, 0) + \Psi(s'_{T-l-1}, 0))/2 \leq \Psi(s_{T-k}, 0) \leq \Psi(s'_{T-l}, 0)$; 因此 $TF_s^s(s_{T-k}, 0) = (s'_{T-l}, -\alpha'_l)$; 那么有

$$\Delta^{-1}(p'_{ij}, \alpha'_{ij}) + \Delta^{-1}(p'_{ji}, \alpha'_{ji}) = \Delta^{-1}(s'_l, \alpha'_l) + \Delta^{-1}(s'_{T-l}, -\alpha'_l) = l + \alpha'_l + T' - l - \alpha'_l = T';$$

类似地, 可证在 $\alpha'_l \in (-0.5, 0)$ 的条件下转换后得到的二元语义矩阵也满足互补性。

定理3和4说明, 通过转换函数 TF 将语言判断矩阵转化为基本语言评价集上的二元语义判断矩阵后, 决策者对于任意两个方案的优劣关系做出的判断思维经数学变换后并没有被改变。而从定理1到定理4可以看出, 本文提出的多粒度多语义语言判断矩阵的转化方法完全满足文献[11]提出的理想的一致化过程应该满足的准则。并且与文献[11]提出的方法相比较, 本文方法不需要强行将一种粒度语言的最小标度对应于另一种粒度语言的最小标度, 也不需要强行将一种粒度语言的最大标度对应于另一种粒度语言的最大标度, 而是根据其对应的语义自然地确定其所对应的标度, 因此更加合理。

3 群偏好集结及方案优选

3.1 二元语义集结算子

定义 7^[13] 设 $\{(s_1, \alpha_1), (s_2, \alpha_2), \dots, (s_m, \alpha_m)\}$ 是一组二元语义信息, $\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ 是对应的权重向量, 则二元语义加权平均算子(TWA)定义为

$$(s^*, \alpha^*) = \Delta((\sum_{i=1}^m \Delta^{-1}(s_i, \alpha_i) w_i) / \sum_{i=1}^m w_i), s^* \in S, \alpha^* \in [-0.5, 0.5] \quad (7)$$

定义 8^[2]: 设 $\{(s_1, \alpha_1), (s_2, \alpha_2), \dots, (s_l, \alpha_l)\}$ 是一组二元语义信息, 则 T-OWA 算子 Φ 定义为

$$(s^*, \alpha^*) = \Phi((s_1, \alpha_1), \dots, (s_l, \alpha_l)) = \Delta(\sum_{i=1}^l h_i r_i) \quad (8)$$

其中, $s^* \in S, \alpha^* \in [-0.5, 0.5]$; r_i 是集合 $\{\Delta^{-1}(s_i, \alpha_i) \mid i = 1, \dots, l\}$ 中第 i 个大的元素, 而向量 $H = (h_1, h_2, \dots, h_l)^T$ 是一个权重向量, $h_i \in [0, 1]$, 且满足 $\sum h_i = 1, h_i = Q(i/l) - Q((i-1)/l), i = 1, \dots, l$, 其中 Q 是模糊量化算子, 具体定义可以参见文献[2]。

3.2 群决策步骤

假设有 m 个决策者和 n 个方案, 并事先确定决策者的权重向量。下面给出群决策的方法和步骤:

(1) 由决策者根据自身经验和偏好选择合适粒度的语言评价集, 并使用三角模糊数对相应的语言短语的语义进行表示; 这里约定, 某一位决策者选择的一个包含 l 个语言短语的语言评价集将表示为 $S = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_l, s_{l+1}\}$, 其中 s_0 和 s_{l+1} (即 s_T) 分别用来表示隐含的“理想劣”和“理想优”这两个短语。

(2) 决策者根据选定的语言评价集给出对方案之间两两比较的语言判断矩阵;

(3) 将决策者给出的语言判断矩阵, 根据式(1)利用 θ 函数将其转化为二元语义形式。

(4) 选择一个基本语言评价集, 利用如式(6)所示的转换函数 TF 对决策者给出的不同粒度不同语义的判断矩阵进行一致化。

(5) 利用二元语义加权平均算子(T-WA)对二元语义判断矩阵进行集结, 得到群的判断矩阵。选用 T-WA 算子来进行集结, 是因为它不会改变语言判断矩阵的互补性。

(6) 利用如式(8)所示的 T-OWA 算子, 计算在模糊多数意义下方案 x_i 优于其它方案的程度 dd_i , 即

$$dd_i = \Phi[(p'_{ij}, \alpha'_{ij}), j = 1, \dots, n] = \Delta(\sum_{q=1}^n w_q \beta_{iq}), \quad \forall i \in N$$

(7) 根据方案对应的 dd_i 对所有的方案进行排序和优选。

4 算例分析

假设有 4 位决策者, 4 个决策者的权重向量为 $\{0.25, 0.25, 0.3, 0.2\}$; 决策方案集包括 x_1 到 x_4 等 4 个方案。本例参考了文献[11]。决策者 d_1 和 d_2 使用的语言评价集包括 7 个短语, 并且二者对于各个短语的语义有着相同的理解, 即 $S^1 = \{s_1^1, s_2^1, \dots, s_7^1\}$, 且 $S^1 = S^2$ 。其对应的语义为

$$s_1^1: (0, 0, 0.16); s_2^1: (0, 0.16, 0.34); s_3^1: (0.16, 0.34, 0.5); s_4^1: (0.34, 0.5, 0.66)$$

$$s_5^1: (0.5, 0.66, 0.84); s_6^1: (0.66, 0.84, 1.0); s_7^1: (0.84, 1.0, 1.0)$$

而决策者 d_3 和 d_4 使用的语言评价集包括 5 个短语, 并且二者对于各个短语的语义的理解有所不同, 其对应的语义分别为

$$s_1^3: (0, 0, 0.25); s_2^3: (0, 0.25, 0.5); s_3^3: (0.25, 0.5, 0.75); s_4^3: (0.5, 0.75, 1.0); s_5^3: (0.75, 1.0, 1.0)$$

$$s_1^4: (0, 0, 0.3); s_2^4: (0.2, 0.3, 0.4); s_3^4: (0.35, 0.5, 0.65); s_4^4: (0.6, 0.7, 0.8); s_5^4: (0.7, 1.0, 1.0)$$

4 个决策者使用各自的语言评价集分别给出了如下的判断矩阵:

$$p^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ s_4 & s_1 & s_1 & s_6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ s_7 & s_4 & s_3 & s_2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ s_7 & s_5 & s_4 & s_3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ s_2 & s_6 & s_5 & s_4 \end{bmatrix} \quad p^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ s_4 & s_6 & s_2 & s_6 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ s_2 & s_4 & s_4 & s_3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ s_6 & s_4 & s_4 & s_3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ s_2 & s_5 & s_5 & s_4 \end{bmatrix} \quad p^3 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ s_3 & s_1 & s_1 & s_4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ s_5 & s_3 & s_3 & s_2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ s_5 & s_3 & s_3 & s_2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ s_2 & s_3 & s_3 & s_3 \end{bmatrix} \quad p^4 = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ s_3 & s_2 & s_1 & s_3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ s_4 & s_3 & s_2 & s_2 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ s_5 & s_4 & s_3 & s_2 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ s_3 & s_4 & s_4 & s_3 \end{bmatrix}$$

将上述判断矩阵使用 θ 函数转化为各自语言评价集上的二元语义判断矩阵, 然后通过转换函数 TF 将其转化为基本语言评价集(这里选择 d_3 使用的语言评价集为基本语言评价集)上的二元语义判断矩阵, 分别记作 p^{1*}, p^{2*}, p^{3*} 和 p^{4*} (其中 $p^{3*} = p^3$)。使用 T-WA 算子集结得到群的判断矩阵 p^* 。

$$\begin{aligned}
 P^{1*} &= \begin{bmatrix} (s_3^3, 0) & (s_1^3, -0.36) & (s_1^3, -0.36) & (s_4^3, 0.45) \\ (s_5^3, 0.36) & (s_3^3, 0) & (s_2^3, 0.34) & (s_2^3, -0.45) \\ (s_5^3, 0.36) & (s_4^3, -0.34) & (s_3^3, 0) & (s_2^3, 0.34) \\ (s_2^3, -0.45) & (s_4^3, 0.45) & (s_4^3, -0.34) & (s_3^3, 0) \end{bmatrix} \\
 P^{2*} &= \begin{bmatrix} (s_3^3, 0) & (s_4^3, 0.45) & (s_2^3, -0.45) & (s_4^3, 0.45) \\ (s_2^3, -0.45) & (s_3^3, 0) & (s_3^3, 0) & (s_2^3, 0.34) \\ (s_4^3, 0.45) & (s_3^3, 0) & (s_3^3, 0) & (s_2^3, 0.34) \\ (s_2^3, -0.45) & (s_4^3, -0.34) & (s_4^3, -0.34) & (s_3^3, 0) \end{bmatrix} \\
 P^{4*} &= \begin{bmatrix} (s_3^3, 0) & (s_2^3, 0.2) & (s_1^3, 0.07) & (s_3^3, 0) \\ (s_4^3, -0.2) & (s_3^3, 0) & (s_2^3, 0.2) & (s_2^3, 0.2) \\ (s_5^3, -0.07) & (s_4^3, -0.2) & (s_3^3, 0) & (s_2^3, 0.2) \\ (s_3^3, 0) & (s_4^3, -0.2) & (s_4^3, -0.2) & (s_3^3, 0) \end{bmatrix} \\
 P^* &= \begin{bmatrix} (s_3^3, 0) & (s_2^3, 0.01) & (s_1^3, 0.06) & (s_3^3, 0.43) \\ (s_4^3, -0.01) & (s_3^3, 0) & (s_3^3, -0.32) & (s_2^3, 0.01) \\ (s_5^3, -0.06) & (s_3^3, 0.32) & (s_3^3, 0) & (s_2^3, 0.21) \\ (s_3^3, -0.43) & (s_4^3, -0.01) & (s_4^3, -0.21) & (s_3^3, 0) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

通过计算得到,在“模糊多数”的决策准则下 T-OWA 算子对应的权重向量为 $\{0, 0.4, 0.5, 0.1\}$ 。使用 T-OWA 算子计算各个方案优于其它所有方案的程度,可得 $dd_1 = (s_3^3, 0.311)$, $dd_2 = (s_3^3, -0.259)$, $dd_3 = (s_3^3, 0.049)$, $dd_4 = (s_3^3, 0.273)$ 。我们得到 $x_4 > x_3 > x_2 > x_1$, x_4 是最优的方案。

5 结束语

针对群决策中存在的多个决策者使用多粒度多语义语言评价集进行偏好表达的问题,提出了一种新的基于二元语义的多粒度多语义语言评价集的一致化方法,保证了在任意语言评价集之间的信息无损的转换,并且语言判断矩阵的性质不会改变。与现有文献相比,本文不仅考虑了语言评价集的粒度不同,而且考虑了语言短语的语义不同,并且计算方法简单,能够实现信息的无损转换,所得结果将更为合理可信。

参考文献:

- [1] Herrera F, Herrera-viedma E, Martinez L. A Fusion Approach for Managing Multi-granularity Linguistic Term Sets in Decision Making[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, (114):43- 58.
- [2] Herrera F, Martinez L. A 2-tuple Fuzzy Linguistic Representation Model for Computing with Words[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2000, 8 (12): 746- 752.
- [3] Herrera F, Martinez L. A Model Based on Linguistic 2-tuples for Dealing with Multi-granularity Hierarchical Linguistic Contexts in Multi-expert Decision-making[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2001, 31 (2): 227- 234.
- [4] Chen Z F, Ben-ariéh D. On the Fusion of Multi-granularity Linguistic Label Sets in Group Decision Making [J]. Computers & Industrial Engineering, 2006, (51): 526- 541.
- [5] 姜艳萍, 樊治平. 基于不同粒度语言判断矩阵的群决策方法[J]. 系统工程学报, 2006, 21 (3): 249- 253.
- [6] 陈岩, 樊治平. 语言判断矩阵的一致性及相关问题研究[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24 (4): 136- 141.
- [7] 陈岩, 樊治平, 陈侠. 一种基于不同粒度语言判断矩阵的群决策方法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2007, 28 (7): 1057- 1060.
- [8] 刘军, 郭亚军, 田喜龙, 等. 不同粒度语言评价集的融合方法研究[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2007, 28 (11): 1669- 1672.
- [9] 姜艳萍, 樊治平. 一种具有不同粒度语言判断矩阵的群决策方法[J]. 中国管理科学, 2006, 14 (6): 104- 108.
- [10] 张园林, 匡兴华. 一种基于多粒度语言偏好矩阵的多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2008, 23 (11): 1296- 1300.
- [11] 许叶军, 达庆利. 基于不同粒度语言判断矩阵的多属性群决策方法[J]. 管理工程学报, 2009, 23 (2): 69- 73.
- [12] 冯强, 修世超, 王瑶. 基于 AHP 和三角模糊数的磨削工艺绿色度评价指标权重分析[J]. 精密制造与自动化, 2007, (2): 17- 21.
- [13] 王欣荣, 樊治平. 基于二元语义信息处理的一种语言群决策方法[J]. 管理科学学报, 2003, 6(5): 1- 5.