

文章编号: 1001- 2486(2010) 06- 0163- 08

# 基于模糊基函数网络的机械臂免模型输出反馈 PD 控制\*

张文辉, 齐乃明, 李运迁

(哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 针对无速度信息的机械臂轨迹跟踪控制问题, 提出了一种带观测器的机械臂免模型模糊基函数网络输出反馈 PD 控制。所设计的模糊基函数网络被用来估计关节速度, 并同时用来补偿系统的未知不确定。网络的权值及参数调整采用混合算法, 且能够在线自适应实时调整, 不需要离线学习阶段。所提出的观测器及控制器均不需要任何的机械臂动态模型(包括惯性矩阵逆), 并通过引入 PD 控制使整个方案更易工程实现。基于 Lyapunov 理论证明了整个闭环系统一致最终有界。两关节机械臂试验结果进一步证明了这种基于观测器的反馈控制算法的有效性。

**关键词:** 机械臂; 观测器; 输出反馈控制; 模糊基函数; 自适应控制; 李亚普诺夫理论

中图分类号: TP242 文献标识码: A

## Output Feedback PD Control of Robot Manipulators Dispense with Model Base on Fuzzy-basis-function network

ZHANG Wen-hui, QI Nai-ming, LI Yun-qian

(College of Aerospace, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** Aimed at trajectory tracking of robot manipulators without velocity information, the current study proposed an output feedback PD control without measuring joint velocities dispense with model. The developed controller and observer were based on a Fuzzy-Basis-Function Network, which were employed to approximate nonlinear functions in the dynamics of controller and estimate velocity of joints. All parameters of the fuzzy-basis-functions and weights could be tuned online by commix arithmetic, and no offline learning phase was needed. The observer and controller require no model knowledge of robot manipulators, including inertia matrix. This control scheme is easy to be used in project by introducing PD controller. According to the standard Lyapunov theorem extension, all signals in the closed-loop are uniformly ultimately bounded(UUB). The simulation of two-link robot manipulators results show that the presented method is effective.

**Key words:** robotic manipulators; observer; output feedback control; fuzzy-basis-function; adaptive control; lyapunov theory

近十年机械臂已广泛应用于工业、兵器、航空、航天等领域, 其轨迹跟踪控制问题受到越来越多的关注。变结构控制、鲁棒控制、模糊控制及神经网络控制等各种先进的控制策略已广泛应用于的机械臂跟踪控制中<sup>[1-3]</sup>。然而绝大部分的控制策略均是在关节角位置及速度的测量准确获知的情况下提出的。在机械臂的实际工程控制中, 高精度的关节角位置是可以借助光码盘和解算器精确获得的, 而由于速度信号一般采用测速机测量, 这使得在许多情况下速度信号易受到噪声信号的干扰。尤其在低速时, 测速机定子磁场的不连续、波动矩和其他高频特性进一步降低了测速信号的质量, 且测速机增加了运动部件重量, 降低了机械臂效率。特别在航空、航天及兵工等国防工业领域, 为保持基体姿态, 机械手的关节电机主要运行于低速状态下。因此通过仅使用关节角位置信息设计一个无需角速度信息的控制方法变得更加重要。文献[4-5]提出一个仅需角位置反馈的控制策略, 但其观测器需要确切的机械臂动态模型。文献[6-7]提出基于神经网络的观测器去估计关节角速度, 虽无需确切的数学模型, 而且闭环系统可以达到一致最终有界, 但仅隐层至输出层权值能被调节, 且观测器仍需要确切的惯性矩阵逆模型。

\* 收稿日期: 2010- 05- 10

基金项目: 中国航天科技集团创新基金项目(2009C01); 黑龙江省自然科学基金项目(50075020)

作者简介: 张文辉(1980-), 男, 博士生。

本文提出了一种基于角速度观测器的模糊基函数网络(FBFN)输出反馈 PD 控制策略用于机械臂的轨迹跟踪。FBFN 同时起到观测器和控制器的作用, 基于观测器部分的 FBFN 用来估计关节角速度, 基于控制器部分的 FBFN 用来逼近并补偿系统的未知非线性。所提出的控制方法不需要机械臂的动态模型也不需要惯性矩阵逆, 仅需要知道关节位置信息。且权值及参数在线调整, 无需离线训练阶段。其自适应算法采用混合的反向传播算法及  $e^-$  修正算法。基于 Lyapunov 函数法证明了整个闭环系统的一致最终有界。通过引入 PD 反馈策略, 使得本文控制方案更易于工程实现。

# 1 系统描述

## 1.1 机械臂动态性能

$n$  自由度机械臂的动力学方程由下式给出

$$\begin{cases} M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(q, \dot{q}) = \tau \\ F(q, \dot{q}) = f(q, \dot{q}) + \tau_d(t, q, \dot{q}) \end{cases} \quad (1)$$

式中  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ , 分别为位移、速度和加速度矢量;  $M(q) \in R^{n \times n}$  为对称正定的惯性矩;  $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  为离心和 Coriolis 力项矩阵;  $G(q) \in R^n$  为重力矢量;  $f(q, \dot{q}) \in R^{n \times 1}$  为摩擦力矩(包括静态及动态摩擦力矩);  $\tau_d(t, q, \dot{q}) \in R^{n \times 1}$  为外部未知有界干扰,  $\tau$  为控制输入力矩矢量。

机械臂动力学具有如下性质<sup>[7-9]</sup>:

性质 1  $M(q)$  是对称正定矩阵, 满足  $m_1 I \leq \|M(q)\| \leq m_2 I$ ,  $m_1, m_2$  分别是正常数。

性质 2 矩阵  $M(q) - 2C(q, \dot{q})$  是斜对称阵, 满足  $X^T [M(q) - 2C(q, \dot{q})] X = 0, \forall X \in R^n$ 。

性质 3 对于  $C(q, \dot{q})$ , 满足  $\|C(q, \dot{q})\| \leq C_M \|\dot{q}\|$ ,  $C_M$  为正常数。

## 1.2 模糊基函数网络

模糊基函数网络(FBFN)可以充分利用模糊推理及神经网络逼近能力对任意非线性函数进行逼近<sup>[8]</sup>。设  $x_1, \dots, x_r$  是模糊系统的输入变量,  $y_1, \dots, y_m$  是模糊系统输出变量, 则具有  $r$  个输入,  $n$  条规则,  $m$  个输出的 FBFN 结构图如图 1 所示。

这样一个完成模糊化, 模糊推理和去模糊的 FBFN 执行  $m$  次映射  $f_k: R^n \rightarrow R$ , 有

$$f_k = \sum_{j=1}^n W_{jk} \phi(\|X - c_j\|, \sigma_j) \quad (2)$$

$$j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m$$

其中  $\sigma_j \in R^n$  是基函数  $\phi(\cdot)$  的宽度向量,  $c_j \in R^n$  是第  $j$  条规则的中心向量,  $W_{jk}$  表示隐层至输出层的互联权值。模糊基函数由下式表示:

$$\phi_j = e^{-\left(\frac{(x_1 - c_{1j})/\sigma_{1j}}{\sigma_j}\right)^2 - \dots - \left(\frac{(x_r - c_{rj})/\sigma_{rj}}{\sigma_j}\right)^2} \quad (3)$$

模糊基函数网络的输出可由下式表示为

$$f(x, \sigma, c, W) = W^T \phi(x, w, c) \quad (4)$$

这里  $W^T = [W_{jk}]$  是  $n \times m$  矩阵;  $w = 1/\sigma$ 。

根据模糊基函数网络的逼近能力, 假设<sup>[7-9]</sup>:

假设 1 对任意给定的小正数  $\varepsilon_M$ , 总能找到最优的权矢量  $W^*$  及最优的参数  $w^*, c^*$ , 使得网络的逼近误差  $\varepsilon(x)$  满足  $\|\varepsilon(x)\| \leq \varepsilon_M$ 。

假设 2 最优权值  $W^*$  及最优参数  $w^*, c^*$  有界, 即存在正常数  $W_M, w_M, c_M$ , 满足  $\|W^*\| \leq W_M, \|w^*\| \leq w_M$  及  $\|c^*\| \leq c_M$ 。

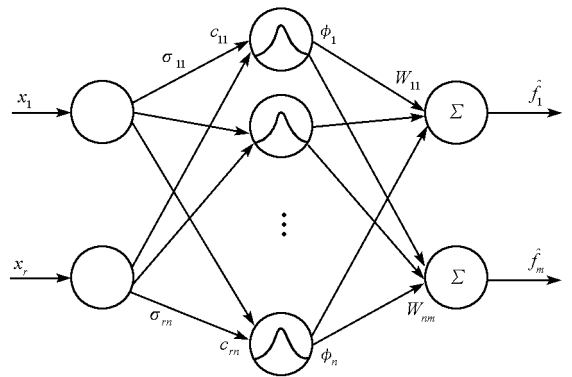


图 1 模糊基函数网络结构图  
Fig. 1 Fuzzy-basis-function-network structure

未知非线性函数采用模糊基函数网络的最优逼近能够被写为

$$f(x, \sigma^*, c^*, W^*) = W^{*T} \phi(x, w^*, c^*) + \varepsilon(x) \quad (5)$$

模糊基函数网络的估计输出为

$$f(x, \hat{w}, \hat{c}, W) = W^T \phi(x, \hat{w}, \hat{c}) \quad (6)$$

这里  $W$ 、 $\hat{w}$  及  $\hat{c}$  分别为其估计值。

## 2 模糊基函数网络输出反馈控制系统设计

定义状态变量  $x_1 = q, x_2 = \dot{q}$  相应的机械臂的状态空间描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1) [\tau - C(x_1, x_2) \dot{q} - G(x_1) - F(x_1, x_2)] \end{cases} \quad (7)$$

考虑到关节位置测量信号是有效的, 而关节速度信号是无效的, 且对于机械臂系统的整个动态模型 (包括惯性逆  $M^{-1}(x_1)$ ) 均是未知的。因此需要设计速度观测器, 并对观测器和控制器中的未知不确定部分, 采用模糊基函数网络 (FBFN) 对其进行逼近, 具体控制结构如图 2 所示。

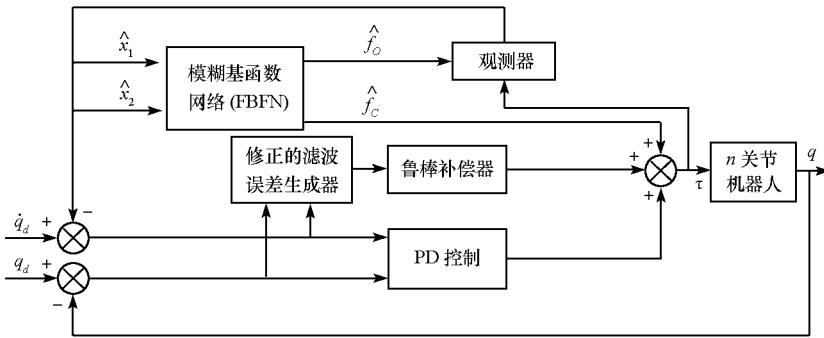


图 2 控制系统结构图  
Fig. 2 Control system structure

### 2.1 模糊基函数网络观测器的设计

对于机械臂动力学模型式 (1), 由于无法获得角速度反馈信息, 为解决仅靠角位置反馈的跟踪控制问题, 需要设计速度观测器。

这里首先定义  $\hat{q}$  及  $\dot{\hat{q}}$  分别为关节角位置估计和速度估计。  $q - \hat{q}$ 、 $\dot{q} - \dot{\hat{q}}$  分别为位置估计误差和速度估计误差。

$$q = q - \hat{q}, \dot{q} = \dot{q} - \dot{\hat{q}} \quad (8)$$

考虑到整个机械臂系统是未知非线性的, 则机械臂状态空间描述修正为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = h_o(x_1, x_2, x_2) + \tau \end{cases} \quad (9)$$

这里  $h_o(x_1, x_2, x_2)$  为非线性函数, 即

$$h_o(x_1, x_2, x_2) = [I_{m \times m} - M(x_1)] x_2 - C(x_1, x_2) x_2 - G(x_1) - F(x_1, x_2) \quad (10)$$

对于未知不确定部分  $h_o(x_1, x_2, x_2)$ , 采用模糊基函数网络的最优逼近为:

$$h_o(x_1, x_2, x_2) = f_o(x, w^*, c^*, W_o^*) = W_o^{*T} \phi(x, w^*, c^*) + \varepsilon_o(x) \quad (11)$$

这里  $x = (x_1, x_2)$   $\varepsilon_o(x)$  为其逼近误差, 且满足  $\|\varepsilon_o(x)\| \leq \varepsilon_{o,m}, \|W_o^*\| \leq W_{o,m}, \|w^*\| \leq w_m$  及  $\|c^*\| \leq c_m$ 。

定义  $\hat{x}_1, \hat{x}_2$  分别为状态变量  $x_1$  及  $x_2$  的估计值, 则模糊基函数网络的估计输出为

$$f_o(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}, W_o) = W_o^T \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}) \quad (12)$$

这里  $W_o$  为当前模糊基函数网络的权值矩阵,  $\phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c})$  为隐层输出。

基于神经网络的观测器设计为

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_1 = \hat{x}_2 + k_2 x_1 \\ \dot{\hat{z}}_2 = W_o^T \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}) + \tau + (K + k_1 k_2 I_{m \times m}) x_1 \end{cases} \quad (13)$$

这里  $x_1 = x_1 - \hat{x}_1, x_2 = x_2 - \hat{x}_2, K = K^T$  为正定矩阵,  $k_1 > 0, k_2 > 0$ .

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = \hat{z}_1 \\ \hat{x}_2 = \hat{z}_2 + k_1 x_1 \end{cases} \quad (14)$$

将(13)式代入(14)式得

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + k_2 x_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 = W_o^T \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}) + \tau + (K + k_1 k_2 I_{m \times m}) x_1 + k_1 \dot{x}_1 \end{cases} \quad (15)$$

由(9)式减(15)式得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - k_2 x_1 \\ \dot{x}_2 = W_o^{*T} \phi(x, w^*, c^*) - W_o^T \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}) + \varepsilon(x) - Kx_1 - k_1 x_2 \end{cases} \quad (16)$$

由于  $W_o^{*T} \phi(x, w^*, c^*) - W_o^T \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}) = W_o^{*T} \tilde{\phi} + \tilde{W}_o^T \phi$ , 代入上式得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - k_2 x_1 \\ \dot{x}_2 = W_o^{*T} \tilde{\phi} + \tilde{W}_o^T \phi + \varepsilon(x) - Kx_1 - k_1 x_2 \end{cases} \quad (17)$$

式中  $\tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi}, \phi = \phi(x, w^*, c^*), \hat{\phi} = \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c})$ 。权值估计误差为  $\tilde{W}_o = W_o^* - W_o$ 。则神经网络权值矩阵的自适应学习算法为

$$\dot{\tilde{W}}_o = -K_{W_o} x_1^T + \eta_b K_{W_o} \|x_1\|_o \quad (18)$$

式中  $K_{W_o}$  为正则对角方阵,  $\eta_b$  为正实数。

## 2.2 模糊基函数网络 PD 控制器的设计

定义  $e$  为位置跟踪误差,  $\dot{e}$  为速度跟踪误差。则

$$e = q_d - q = q_d - x_1 \quad (19)$$

$$\dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q} = \dot{q}_d - x_2 \quad (20)$$

修正的滤波跟踪误差  $\hat{s}$  定义为

$$\hat{s} = \dot{e} + \Lambda e \quad (21)$$

这里  $\Lambda$  为正定矩阵, 由(19)~(21)式及  $x_2 = x_2 - \hat{x}_2$ , 则角速度跟踪误差可写为

$$\dot{e} = \hat{s} - x_2 - \Lambda e \quad (22)$$

由(1)式及(21)~(22)式可得机械臂动态系统误差方程为

$$M(x_1) \dot{\hat{s}} = -C(x_1, x_2) \hat{s} + h_c(x_1, x_2) - \tau \quad (23)$$

$$h_c(x_1, x_2) = M(x_1) (\ddot{q}_d + \dot{x}_2) + C(x_1, x_2) (\dot{q}_d + x_2) + G(x_1) + F(x_1, x_2) \quad (24)$$

未知的非线性系统  $h_c(x_1, x_2)$  采用模糊基函数网络的最优逼近为:

$$h_c(x_1, x_2) = f_c(x, w, c, W_c^*) = W_c^{*T} \phi(x, w^*, c^*) + \varepsilon(x) \quad (25)$$

这里逼近误差  $\varepsilon(x)$  满足  $\|\varepsilon(x)\| \leq \varepsilon_{c,M}$  最优权值  $W_c^*$  满足  $\|W_c^*\| \leq W_{c,M}$ 。

令  $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ , 采用 FBFN 控制器的估计输出为

$$f_c(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}, W_c) = W_c^T \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}) \quad (26)$$

则控制律设计为

$$\tau = W_c^T \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}) + K_p e + K_d \dot{e} + \hat{v} \quad (27)$$

$$\hat{v} = \frac{1}{k_v} \dot{s} \quad (28)$$

这里  $K_p, K_d$  为定义的正定矩阵,  $k_v > 0$ 。

将(25)式及(27)式代入(23)式, 则机械臂误差模型可修正为

$$M(x_1) \dot{\hat{s}} = -C(x_1, x_2) \dot{\hat{s}} + W_c^{*T} \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}) + \varepsilon(x) - W_c^T \phi(\hat{x}, \hat{w}, \hat{c}) - K_p e - K_d \dot{e} - \hat{v} \quad (29)$$

由于  $W_c^{*T} \hat{\phi} - W_c^T \hat{\phi} = W_c^{*T} \tilde{\phi} + \tilde{W}_c^T \hat{\phi}$ , 则(27)式可重写为

$$M(x_1) \dot{\hat{s}} = -C(x_1, x_2) \dot{\hat{s}} + W_c^{*T} \tilde{\phi} + \tilde{W}_c^T \hat{\phi} + \varepsilon(x) - K_p e - K_d \dot{e} - \hat{v} \quad (30)$$

为保证闭环系统的稳定性和跟踪性能及在线调节 FBFN 网络的中心和半径, 本文采用线性技术将非线性的 FBFN 网络部分线性化, 以便能够运用 Lyapunov 理论的扩展形式。因此用泰勒级数将  $\tilde{\phi}$  展开可得

$$\tilde{\phi} = H^T \tilde{w} + Q^T c + G^T x_1 + R^T x_2 + h = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial w} \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_n}{\partial w_n} \end{bmatrix} \tilde{w} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial c} \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_n}{\partial c} \end{bmatrix} c + \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_n}{\partial x_1} \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_n}{\partial x_2} \end{bmatrix} x_2 + h \quad (31)$$

这里  $h = h(\tilde{w}, c, x_1, x_2)$  为高阶项向量。则

$$M(x_1) \dot{\hat{s}} = -C(x_1, x_2) \dot{\hat{s}} + \tilde{W}_c^T (H^T \tilde{w} + Q^T c) + W_c^T (H^T \tilde{w} + Q^T c) + W_c^{*T} (G^T x_1 + R^T x_2 + h) + \tilde{W}_c^T \hat{\phi} + \varepsilon_c(x) - K_p e - K_d \dot{e} - \hat{v} \quad (32)$$

假设 3 矩阵  $H, Q, G, R$  是有界的, 即存在正常数  $H_M, Q_M, G_M, R_M$ , 满足  $\|H\| \leq H_M, \|Q\| \leq Q_M, \|G\| \leq G_M$  及  $\|R\| \leq R_M$ 。

考虑到  $\tilde{\phi} - G^T x_1 - R^T x_2 - h = H^T \tilde{w} + Q^T c$ , 则

$$M(x_1) \dot{\hat{s}} = -C(x_1, x_2) \dot{\hat{s}} + \tilde{W}_c^T (\hat{\phi} - H^T \tilde{w} - Q^T c) + W_c^T (H^T \tilde{w} + Q^T c) + d_c - K_p e - K_d \dot{e} - \hat{v} \quad (33)$$

这里  $d_c = \tilde{W}_c^T (H^T \tilde{w} + Q^T c) + W_c^{*T} (\hat{\phi} - H^T \tilde{w} - Q^T c) + \varepsilon_c(x)$ , 且  $\|d_c\| \leq \|\hat{w}\| \|H^T \tilde{w} + Q^T c\| + \|W_c^{*T} H^T\| \|\hat{w}\| + \|W_c^{*T} Q^T\| \|\hat{c}\| + \|\tilde{W}_c^{*T} \hat{\phi} + \varepsilon_c(\hat{x})\|$ 。

定义理想矩阵  $\Theta^*$  和估计矩阵  $\Theta$  为

$$\Theta^* = \begin{bmatrix} W_c^* & 0 & 0 \\ 0 & w^* & 0 \\ 0 & 0 & c^* \end{bmatrix}, \Theta = \begin{bmatrix} W_c & 0 & 0 \\ 0 & \hat{w} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{c} \end{bmatrix}$$

由假设 2 可知, 必存在正实数  $\Theta_M$  使  $\|\Theta^*\| \leq \Theta_M$  成立。

模糊基函数网络权值矩阵的自适应学习算法为

$$\dot{\tilde{W}}_c = -K_w Z \hat{s}^T + \eta_w K_w \|\hat{s}\| \tilde{W}_c \quad (34)$$

$$Z = \hat{\phi} - H^T \hat{w} - Q^T \hat{c} \quad (35)$$

$$\dot{\hat{w}} = -K_w H \tilde{W}_c \hat{s} + \eta_w K_w \|\hat{s}\| \hat{w} \quad (36)$$

$$\dot{\hat{c}} = -K_c Q \tilde{W}_c \hat{s} + \eta_c K_c \|\hat{s}\| \hat{c} \quad (37)$$

式中  $K_w, K_w, K_c$  为正则对角方阵;  $\eta_c$  是正常数。

### 3 系统稳定性分析

定理1 对于机械臂动态系统式(1),假设1~3成立条件下,应用控制律(27)式、自适应学习律(18)式及(34)~(37)式,在增益矩阵  $K > 0, K_p > 0, K_d > 0$ , 常数  $k_1 > 0, k_2 > 0, k_v > 0$ , 且满足  $k_2 K > 0, K_p \Lambda - \frac{1}{2} K_p - \frac{1}{2} K_d \Lambda > 0, K_d - \frac{1}{2} K_d \Lambda + \frac{1}{k_v} I_{m \times m} > 0$  的情况下,系统所有信号均是最终一致有界的。

定义如下 Lyapunov 函数来证明机械臂闭环系统的稳定性:

$$V = V_o + V_c$$

这里

$$V_o = \frac{1}{2} x_1^T K x_1 + \frac{1}{2} x_2^T x_2 + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}_o^T K_w^{-1} \tilde{W}_o) \quad (38)$$

$$V_c = \frac{1}{2} e^T k_p e + \frac{1}{2} \hat{s}^T M \hat{s} + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}_c^T K_w^{-1} \tilde{W}_c) + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{w}^T K_w^{-1} \tilde{w}) + \frac{1}{2} \text{tr}(c^T K_c^{-1} c) \quad (39)$$

对  $V_o$  两边微分,并代入(17)式及(18)式得

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &= x_1^T K \dot{x}_1 + x_2^T \dot{x}_2 + \text{tr}(\tilde{W}_o^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}}_o) \\ &= x_1^T K(x_2 - k_2 x_1) + x_2^T [W_o^* \tilde{\phi} + \tilde{W}_o^T \phi + \varepsilon(x)] - x_2^T (K x_1 + k_1 x_2) - x_1^T \tilde{W}_o^T \phi + \text{tr}(\tilde{W}_o \Gamma \|\dot{x}_1\| W_o) \end{aligned} \quad (40)$$

令  $k_2 \tilde{W}_o^T \phi = d_1, W_o^* \tilde{\phi} + \tilde{W}_o^T \phi + \varepsilon(x) = d_2$ , 则

$$\dot{V}_o = -k_2 x_1^T K x_1 + x_2^T d_2 - x_2^T k_1 x_2 + x_1^T d_1 + \text{tr}(\tilde{W}_o \Gamma \|\dot{x}_1\| W_o) \quad (41)$$

对  $V_c$  两边微分得

$$\dot{V}_c = e^T k_p \dot{e} + \frac{1}{2} \hat{s}^T \dot{M}(x_1) \hat{s} + \hat{s}^T M(x_1) \dot{\hat{s}} + \text{tr}(\tilde{W}_c^T K_w^{-1} \dot{\tilde{W}}_c) + \text{tr}(\tilde{w}^T K_w^{-1} \dot{\tilde{w}}) + \text{tr}(c^T K_c^{-1} \dot{c}) \quad (42)$$

由自适应律(34)式~(37)式、系统误差方程(33)式及性质2得

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= e^T k_p \dot{e} + \hat{s}^T \tilde{W}_c^T (\phi - H^T \hat{w} - Q^T \hat{c}) + \hat{s}^T \tilde{W}_c^T (H^T \hat{w} + Q^T c) + \hat{s}^T d_c - \hat{s}^T K_p e - \hat{s}^T K_d \dot{e} - \hat{s}^T \hat{v} - \\ &\quad \text{tr}\{\tilde{W}_c^T [(\phi - H^T \hat{w} - Q^T \hat{c}) \hat{s}^T - \Gamma_c \|\hat{s}\| W_c]\} - \text{tr}\{\tilde{w}^T (H W_c \hat{s} - \Gamma_w \|\hat{s}\| \hat{w})\} - \text{tr}\{c^T (Q W \hat{s} - \Gamma_c \|\hat{s}\| \hat{c})\} \end{aligned} \quad (43)$$

把  $\dot{\hat{e}} = \hat{s} - \Lambda e$  及  $e = \hat{s} - x_2 - \Lambda e$  代入整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= -e^T K_p x_2 - e^T K_p \Lambda e + \hat{s}^T d_c - \hat{s}^T K_d \hat{s} + \hat{s}^T K_d \Lambda e - \hat{s}^T \hat{v} + \hat{s}^T d_c + \text{tr}(\tilde{W}_c^T \Gamma_c \|\hat{s}\| W_c) + \\ &\quad \text{tr}(\tilde{w}^T \Gamma_w \|\hat{s}\| \hat{w}) + \text{tr}(c^T \Gamma_c \|\hat{s}\| \hat{c}) \end{aligned} \quad (44)$$

联立(42)式及(44)式,应用  $2ab \leq a^2 + b^2$  可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &\leq -k_2 x_1^T K x_1 + x_2^T d_2 + x_1^T d_1 - x_2^T k_1 x_2 - \frac{1}{2} x_2^T K_p x_2 - \hat{s}^T K_d \hat{s} - \hat{s}^T \hat{v} + \frac{1}{2} \hat{s}^T K_d \Lambda \hat{s} + \frac{1}{2} e^T K_d \Lambda e - \frac{1}{2} e^T K_p e - \\ &\quad e^T K_p \Lambda e + \hat{s}^T d_c + \text{tr}(\tilde{W}_o \Gamma_w \|\dot{x}_1\| W_o) + \text{tr}(\tilde{W}_c^T \Gamma_c \|\hat{s}\| W_c) + \text{tr}(\tilde{w}^T \Gamma_w \|\hat{s}\| \hat{w}) + \text{tr}(c^T \Gamma_c \|\hat{s}\| \hat{c}) \end{aligned} \quad (45)$$

应用  $\text{tr}(A^T B) \leq \|A\| \|B\|$  及  $\tilde{W} = W^* - W$  可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &\leq x_1^T d_1 - x_1^T k_2 K x_1 - \frac{1}{2} x_2^T (2k_1 I_{m \times m} + K_p) x_2 + x_2^T d_2 - \frac{1}{2} \hat{s}^T (2K_d - K_d \Lambda + \frac{2}{k_v} I_{m \times m}) \hat{s} + \hat{s}^T d_c - e^T (K_p \Lambda - \frac{1}{2} K_p \\ &\quad - \frac{1}{2} K_d \Lambda) e + \Gamma_w \|\dot{x}_1\| [\|\tilde{W}_o\| (\|\tilde{W}_o^*\| - \|\tilde{W}_o\|)] + \Gamma_w \|\hat{s}\| [\|\Theta^*\| (\|\Theta^*\| - \|\Theta\|)] \end{aligned} \quad (46)$$

这里要求  $K_p \Lambda - \frac{1}{2} K_p - \frac{1}{2} K_d \Lambda > 0$ 。应用假设1~3,考虑到  $\|\phi\| \leq \sqrt{n}$  及  $d_c, d_1, d_2$  是有界的,设其上界分别为  $d_{c,M}, d_{1,M}, d_{2,M}$ 。

这里  $d_{c,M} = 2(H^T W_o + Q^T W_o) + \sqrt{n} W_{c,M} + \varepsilon_{c,M}, d_{1,M} = 2k_2 \sqrt{n} W_{o,M}, d_{2,M} = 3\sqrt{n} W_{o,M} + \varepsilon_{o,M}$ 。

则(46)式可写为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\|s\| \{K_s \|s\| + \eta_b (\|\Theta\| - \lambda)^2 - \rho_s\} - \|x_1\| \{K_{x_1} \|x_1\| + \eta_b (\|\tilde{W}_o\| - \lambda_1)^2 - \rho_1\} - \\ & \|x_2\| \{K_{x_2} \|x_2\| - \rho_2\} \end{aligned} \quad (47)$$

式中  $K_s = K_d - \frac{1}{2}K_d \Lambda + \frac{1}{k_v} I_{m \times m}$ ,  $\lambda = \frac{\Theta_M}{2}$ ,  $\rho_s = \eta_b \lambda_s^2 + d_{c,M}$ ;  $K_{x_1} = k_2 K$ ,  $\lambda_1 = \frac{W_{o,M}}{2}$ ,  $\rho_1 = \eta_b \lambda_{x_1}^2 + d_{1,M}$ ;  $K_{x_2} = 2k_1 I_{m \times m} + K_p$ ,  $\rho_2 = d_{2,M}$ 。则在满足  $K_s > 0, K_{x_1} > 0, K_{x_2} > 0$  的条件下, 如果

$$\|s\| > \frac{\rho_s}{K_s} \text{ 或 } \|\Theta\| > \sqrt{\frac{\rho_s}{\eta_b}} + \lambda \quad (48)$$

$$\|x_1\| > \frac{\rho_1}{K_{x_1}} \text{ 或 } \|\tilde{W}_o\| > \sqrt{\frac{\rho_1}{\eta_b}} + \lambda_{x_1} \quad (49)$$

$$\|x_2\| > \frac{\rho_2}{K_{x_2}} \quad (50)$$

那么

$$\dot{V} \leq 0 \quad (51)$$

这表明李亚普诺夫微分  $\dot{V}$  在闭集之外为负, 即在 (48) ~ (50) 式给出的闭集之外轨迹误差和参数误差将被减小。至于原点周围闭集之内的区域, 轨迹误差和参数误差是有界的。因此根据扩展 Lyapunov 理论能够证明系统的所有信号  $\hat{s}, x_1, x_2, \tilde{W}_o$  及  $\Theta$  是最终一致有界(UUB)的。这里通过选择观测器及控制器增益, 估计误差  $x_1, x_2$  及  $\hat{s}$  能够保证任意小量。

#### 4 仿真

为了验证本文算法的有效性, 采用如下简化的动力学模型<sup>[9]</sup>进行仿真实验。

$$\begin{aligned} M(q) &= \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)r_1^2 + m_2r_2^2 + 2m_2r_1r_2\cos q_2 & m_2r_2^2 + m_2r_1r_2\cos q_2 \\ m_2r_2^2 + m_2r_1r_2\cos q_2 & m_2r_2^2 \end{bmatrix} \\ C(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} -m_2r_1r_2\sin(q_2)\dot{q}_2 & -m_2r_1r_2\sin(q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ m_2r_1r_2\sin(q_2)\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \\ G(q) &= \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)gr_1\cos q_1 + m_2gr_2\cos(q_1 + q_2) \\ m_2gr_2\cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

仿真时各参数值为  $r_1 = 1\text{m}, r_2 = 0.8\text{m}, m_1 = 0.5\text{kg}, m_2 = 6.25\text{kg}$ 。在  $t = 3\text{s}$  时,  $m_2$  由  $6.25\text{kg}$  变为  $3.5\text{kg}$ 。

设摩擦力及外部干扰为

$$\begin{aligned} F_v(q) &= [0.2\text{sgn}(\dot{q}_1), 0.2\text{sgn}(\dot{q}_2)]^T \\ \tau_d &= [q_1\dot{q}_1 0.3\sin t, q_2\dot{q}_2 0.3\sin t]^T \end{aligned}$$

期望的轨迹为

$$q_d = [0.5(\sin t + \sin 2t), 0.5(\cos 3t + \cos 4t)]^T$$

仿真参数为  $n = 25$ ,  $\Lambda = \text{diag}(5, 5)$ ,  $K = \text{diag}(100, 100)$ ,  $K_o = \text{diag}[20 \ 20]$ ,  $K_{w_c} = \text{diag}[250 \ 250]$ ,  $K_p = \text{diag}[80, 80]$ ,  $K_d = \text{diag}[120, 120]$ ,  $k_1 = 500$ ,  $k_2 = 20$ ,  $k_v = 0.005$ 。

关节位置和速度初始状态均取 0, 神经网络初始权值、各基函数宽度及基函数中心在  $(0 \sim 0.01)$  内随机选取。

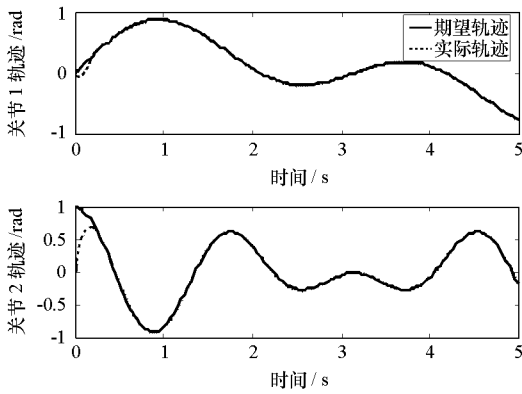


图3 关节轨迹跟踪曲线图

Fig. 3 Joints trajectory tracking curves

由图3~5可以看出,所设计的模糊神经网络反馈控制器能在很短时间内有效的跟踪期望轨迹,且机械臂 $t=3\text{ s}$ 时 $m_2$ 由 $6.25\text{ kg}$ 变为 $3.5\text{ kg}$ ,相当于释放负载,但并不影响其跟踪性能,表明模糊基函数网络控制器能够克服并补偿由结构及非结构带来的不确定影响,具有很好的鲁棒性。且由图5可以看出,所设计的观测器能够在较短时间内使估计误差达到较好快速收敛。通过进一步仿真发现,控制器增益 $K_s$ 、 $K_{x_1}$ 、 $K_{x_2}$ 越大,收敛效果越好,要想达到较好控制效果,可以增大控制器增益,但计算时间增加。

## 5 结语

本文提出了一种基于观测器的模糊基函数网络反馈PD控制器。通过模糊基函数网络动态的补偿速度观测器和控制器中的未知非线性,这种新的控制策略在无需任何数学模型(包括惯性矩阵逆)的情况下,能够保证系统的快速跟踪。其基于混合算法的参数及权值的自适应律能够保证在线实时调整,无需离线学习阶段。PD反馈的引入使得方案更易于工程实现。Lyapunov理论证明了整个闭环系统的一致最终有界。仿真结果表明了该控制方案能够达到较好控制效果,且观测器的估计误差能够快速收敛,具有较好工程应用价值。

## 参考文献:

- [1] Hsu C F. Self-organizing Adaptive Fuzzy Neural Control for a Class of Nonlinear Systems[J]. IEEE Trans. Neural Network, 2006, 14(6): 755-766.
- [2] Lin C K. Non-singular Terminal Sliding Mode Control of Robot Manipulators Using Fuzzy Wavelet Networks [J]. IEEE Trans. Fuzzy Syst., 2006, 14(6): 849-859.
- [3] Lee M J, Choi Y K. An Adaptive Neural Controller Using RBFN for Robot Manipulators[J]. IEEE Trans. Ind. Electron., 2004, 51(3): 711-717.
- [4] Nicosia S, Tomei P. Robot Control by Using Only Position Measurements[J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1990, 35(9): 1058-1061.
- [5] Berghuis H, Lewis F L. Robust Control of Robots Via Linear Estimated State Feedback[J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1994, 39(10): 2159-2162.
- [6] Kim Y H, Lewis F L. Neural Network Output Feedback Control of Robot Manipulators[J]. IEEE Trans. Robotics and Automation, 1999, 15(2): 301-309.
- [7] Niu Y G, Wang X Y, Hu C. Neural Network Output Feedback Control for Uncertain Robot[C]//Proceedings of 4<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation. Shanghai: China, 2002, 1980-1984.
- [8] Wang L X. Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems[J]. IEEE Trans. Fuzzy Syst., 1993, 1(2): 146-155.
- [9] 牛玉刚,杨成悟,邹云.不确定机械臂轨迹跟踪的自适应神经网络控制[J].电工技术学报, 2001, 16(3): 161-164.

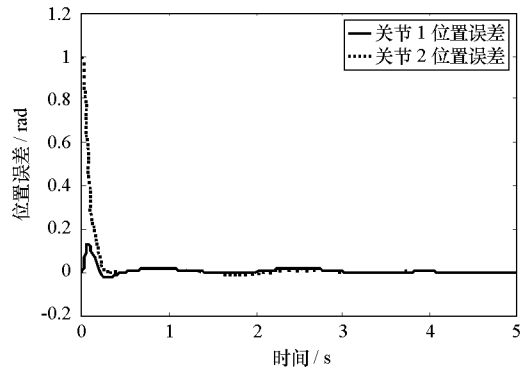


图4 关节位置跟踪误差

Fig. 4 Joints position tracking errors curves

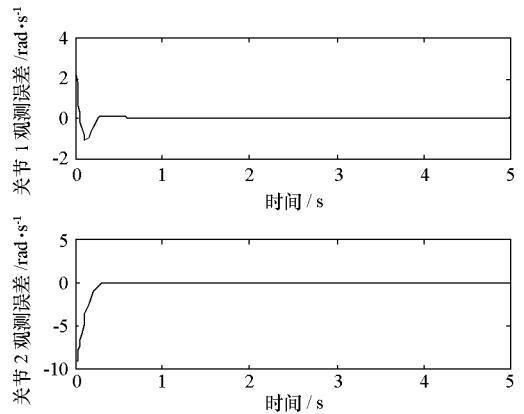


图5 关节观测器跟踪误差

Fig. 5 Joints observer tracking errors curves