文章编号:1001-2486(2011)01-0011-06

## 基于参数化建模的车轮形药柱形状优化

李 磊,唐国金,段静波,申志彬 (国际科技大学航天与材料工程学院,湖南长沙 410073)

摘 要:固体火箭发动机装药设计过程中,较高的装填分数往往导致药柱的应力应变较大,结构完整性不 易满足要求,为了解决这一问题,将参数化建模方法与遗传算法相结合,对车轮形药柱进行形状优化。采用 MSC.Patran软件的二次开发工具 PCL (Patran Command Language)建立车轮形药柱的参数化有限元分析模型,能 够根据给定的几何参数自动建模计算并输出药柱的最大应变和装填分数,可以作为函数被遗传算法调用。对 某装填分数较高的车轮形药柱进行了形状优化,在温度载荷作用下,得到了装填分数不小于初始设计且最大 应变比初始设计小 30%的药柱形状。结果表明,所提出的方法是可行和有效的,可方便地应用于各种固体火 箭发动机装药设计。

关键词:固体火箭发动机;车轮形药柱;形状优化;参数化建模 中图分类号:V435.13 文献标识码:A

# Shape Optimization of Wheel Shape Grain Based on Parameterized Modeling

LI Lei, TANG Guo-jin, DUAN Jing-bo, SHEN Zhi-bin

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In the process of SRM (Solid Rocket Motor) grain configuration design, high loading fraction always gives rise to high stress and strain in the grain, and the structure integrity of grain turns hard to satisfy. To solve this problem, the integration of GA (Genetic Algorithm) and parameterized modeling method was applied to shape the optimization of the wheel shape grain. Parameterized finite element analysis model was constructed by PCL (Patran Command Language), the secondary development tool of MSC. Patran. Based on the model, the finite element mesh could be established and the maximum strain and loading fraction of grain could be exported when the geometric parameters were given. This made it convenient for GA to call, as a function. A shape optimization of a high loading fraction wheel shape grain was carried out, and the optimal grain was found. The maximum strain of the optimal grain, under low temperature load, was 30% less than the initial grain's. Meanwhile, the loading fraction remained the same. The results show that the method presented is feasible and available, and it can be applied to SRM grain configuration design of all sorts.

Key words: solid rocket motor; wheel shape grain; shape optimization; parameterized modeling

药柱设计是固体火箭发动机设计的核心部 分,药柱设计的好坏在很大程度上决定了发动机 主要技术指标的优劣。装填分数和结构完整性是 评价药柱设计的重要指标<sup>[1]</sup>,但是这两者的要求 往往相互矛盾,装填分数较高的药柱其结构完整 性很难满足要求。药柱形状对装填分数和结构完 整性有显著影响,可通过形状优化来解决这一矛 盾。药柱形状优化的主要难点在于分析模型的建 立。由于药柱的几何形状比较复杂,进行结构完 整性分析通常要采用有限元方法,而几何尺寸改 变后,需要重新建立有限元分析模型。如果每次 都进行手工建模,在需要调整的几何参数较多时, 其计算成本是无法接受的。为了解决这一难题, 可以采用有限元软件的二次开发工具实现建模过 程的参数化,根据给定的几何参数自动建立有限 元分析模型。

MSC.Patran 软件的二次开发工具 PCL(Patran Command Language)具有标准 C 语言的几乎全部功 能<sup>[2]</sup>,可以编制具有 Patran 风格特色的界面或生 成专用应用程序<sup>[3-4]</sup>。张国栋<sup>[5]</sup>利用 PCL 建立了 存在接触关系的装配体的参数化模型,并利用遗 传算法进行了结构优化设计;隋允康<sup>[6]</sup>用二级控 制法和 PCL 实现了二维连续体的形状优化,并开 发了相应的优化模块;文献[7]利用 PCL 实现了

收稿日期:2010-09-09
基金项目:国家部委资助项目
作者简介:李磊(1980-),男,博士生。

星形药柱发动机的参数化建模,有效减少了建模 与分析过程中的重复劳动。本文基于通用有限元 软件 MSC.Patran/Marc 进行二次开发,运用 PCL 建 立车轮形药柱横截面的参数化模型,并采用遗传 算法对药柱进行形状优化。

## 1 发动机参数化建模

#### 1.1 几何形状

假设车轮形发动机的长径比很大,可以采用 平面应变模型进行简化。发动机横截面如图 1 所 示,主要几何尺寸有:壳体厚度  $\delta_a$ 、绝热层厚度  $\delta_s$ 、衬层厚度  $\delta_d$ 、药柱外径 D、肉厚  $e_1$ 、轮辐数 n、 导圆半径 r、轮辐高度 h、轮辐夹角  $\theta$ 、角分数  $\epsilon$ 、 特征角  $\beta$ ,其中  $\beta$  = 180° $\epsilon/n$ 。



图 1 车轮形药柱横截面示意图 Fig.1 Sketch of the wheel shape grain cross section

## 1.2 材料参数

发动机的药柱、衬层为粘弹性材料,在 MSC.Mare软件中,采用 Prony级数模型描述粘弹 性材料本构关系,在变温过程中,可以采用 WLF 方程描述热粘弹性本构关系。粘弹性材料剪切松 弛模量的 Prony级数表达式为:

$$G(t) = G_0 - \sum_{i=1}^n G_i (1 - e^{-t/\tau_i})$$
(1)

其中 G<sub>0</sub> 为剪切初始模量, G<sub>i</sub> 和 τ<sub>i</sub> 为参数。在泊 松比 ν 不随时间变化的前提下,体积松弛模量 K(t)可由剪切松弛模量转换得到。定义热粘弹 性本构关系的 WLF 方程为

$$\lg \alpha_T = -\frac{C_1(T - T_s)}{C_2 + (T - T_s)}$$
(2)

其中 C1 和 C2 为材料常数,通过试验数据拟合确

定,T<sub>s</sub>为参考温度,一般取室温。

发动机的壳体、绝热层为弹性材料,只需要定 义其弹性模量、泊松比和线膨胀系数即可进行温 度载荷作用下的结构分析。

## 1.3 结构分析方法

对发动机进行结构完整性分析首先要建立有 限元模型,采用 MSC. Patran 软件建立有限元模型 时,一般包括有限元网格划分、单元类型选择、材 料参数定义、载荷与边界条件处理以及分析参数 设置等工作,其中难度最大也是最重要的工作是 有限元网格划分。网格划分首先要确定可以接受 的网格数量,网格数量的多少将直接影响计算结 果的精度和计算规模的大小,应根据计算机硬件 水平和以往建模经验确定。其次要确定单元形 状,主要包括三角形、四边形、四面体、六面体等, 一般而言四边形单元计算精度高于三角形单元, 六面体单元计算精度高于四面体单元,但是四边 形单元和六面体单元划分方法较为复杂。最后要 提高单元质量,直观上看,单元各边和各个内角相 差不大、单元面不过分扭曲的单元质量较好。

由于采用平面应变假设,故对车轮形发动机 横截面进行平面应变分析。将其横截面全部采用 四边形单元进行网格划分,单元类型选择为平面 应变单元,根据发动机的循环对称性,取发动机的 1/2n进行建模,n为轮臂数,有限元网格如图2所 示。网格划分完毕后,定义各种材料并添加到相 应的单元上,再利用柱坐标系约束对称面结点的 环向位移,并在所有单元结点上施加初始温度和 温度载荷。复合固体推进剂的固化温度为50℃,



图 2 车轮形药柱横截面有限元网格 Fig.2 Finite element mesh of the wheel shape grain cross section

· 13 ·

零应力温度(初始温度)为58℃,温度载荷为低温 -40℃。最后设置分析参数,降温总时间为一天 (86 400s),初始时间步长为1s,每次迭代步长扩 大10倍,最大时间步长为1000s。设置完毕后,提 交求解器进行求解,本文采用MSC.Mare 软件进 行线性粘弹性求解。

#### 1.4 参数化有限元分析模型

采用 MSC.Patran 软件的二次开发工具 PCL 建立参数化有限元分析模型。有限元分析模型包 括结构分析前处理的全部内容,得到有限元分析 模型后就可以直接提交求解器进行求解。

由于几何参数的改变将导致有限元网格的重 划分,为了保证在几何参数变化较大时所划分的 有限元网格满足求解要求,必须对网格划分方法 进行细致研究,建立通用的网格划分方法。根据 网格划分要求,首先确定网格数量为 5000 左右, 全部采用四边形单元进行网格划分,然后根据几 何参数计算车轮形发动机横截面的面积,进而计 算出单元边长,以单元边长控制网格数量。对于 简单的几何面,只用单元边长就可对网格进行整 体控制,对于复杂的几何面,还必须结合网格种子 进行网格划分控制。对于车轮形发动机药柱横截 面,将其划分为两个简单的几何面,用单元边长控 制网格数量。

划分网格之后,按照 1.3 节所述结构分析方 法,逐步进行建模操作。MSC.Patran 软件的建模 操作一般是界面操作,但每一步操作都有相应的 PCL函数执行,将界面操作对应的 PCL函数直接 输入命令输入行,可以起到与界面操作相同的效 果。对于每一个数据库文件(model\_name.db), 都有记录其建模历史命令的日志文件(model\_ name.db.jou),从日志文件中可以得到建立该有限 元模型用到的所有 PCL函数,将这些 PCL函数进 行提炼和修改,生成建模用的 PCL程序,将确定 的几何尺寸数值用变量替换,并在变量使用之前 进行声明,便可实现参数化建模。不仅几何尺寸 可以作为变量,网格划分控制参数、材料参数、载 荷参数、分析参数等都可以作为变量,即参数化有 限元分析模型中的模型参数。

得到参数化有限元分析模型后,可以采用其 他编程语言在 MSC.Patran 环境中调用对应的 PCL 程序,自动提交求解器进行计算,计算完毕后读入 指定的计算结果文件,并输出发动机的各种响应 值,如药柱的最大应变、最大位移及其出现位置 等。主程序与 PCL 程序之间的数据传递可以采 用形参或者数据文件的方式进行,将 PCL 程序作 为主程序的函数进行调用。

在温度载荷作用下,通常采用八面体剪应变 准则来评估药柱的结构完整性,而 Von Mises 应变 准则与八面体剪应变准则本质上是等效的, MSC.Patran软件可以方便地给出 Von Mises 应变, 因此,本文以药柱的 Von Mises 应变最小为优化目标,以便在药柱伸长率不变的前提下,设计出安全 裕度更高的药柱。发动机横截面的面积装填分数 也可以利用 PCL 函数进行计算和输出,首先获取 药柱面积,然后直接计算燃烧室内腔面积,它们的 比值即为面积装填分数。

#### 2 优化算法

#### 2.1 优化问题描述

本文研究的优化设计问题可描述为:

$$\begin{cases} \vec{\mathcal{R}} \ X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\} \\ \min \ f(X) \\ \text{s.t } g(X) \ge A_{\min} \\ X \in [X_U, X_U] \end{cases}$$
(3)

其中 X 为设计变量, n 为设计变量数目, f(X) 为 药柱最大 Von Mises 应变, g(X) 为药柱横截面面 积装填分数,  $A_{\min}$  为面积装填分数限定值,  $X_L$  和  $X_U$  为分别设计变量的上下限。由于药柱的最大 Von Mises 应变与设计变量没有明显的显式函数 关系, 其导数信息很难获取, 因此, 选择遗传算法 作为本文的优化算法。

#### 2.2 遗传算法的实施

该问题的设计变量为几何参数,考虑到加工 工艺等因素,将几何参数的取值限定为整数,采用 整数编码遗传算法。整数编码个体的每一个基因 位代表一个设计变量,设计变量的个数与基因位 个数相同,算法的搜索空间与几何参数的取值空 间一一对应。

根据遗传算法的特点,取适应度函数为:

 $f'(X) = \begin{cases} A - f(X), & f(X) < A \\ 0, & f(X) \ge A \end{cases}$ (4)

其中 A 是对 f(X)的最大估计值,一般根据经验确定,取值较保守。

面积装填分数约束采用罚函数法进行处理, 对群体中不满足约束条件的个体进行惩罚,降低 其适应度函数值,具体的计算方法如下:

 $F(X) = \begin{cases} f'(X), & (X 满足约束条件) \\ P(X)f'(X), & (X 不满足约束条件) \\ & (5) \end{cases}$ 

式中 F(X)为惩罚后的适应度函数, P(X)为罚函

数,要求满足 $0 < P(X) < 1_{\circ}$ 

遗传算法中的遗传算子有三种:选择算子、交 叉算子和变异算子。由于采用整数编码,所以要 重新设计遗传算子,以保证遗传操作的有效性。

选择算子采用传统的比例选择。为了保证算 法的收敛性,采用最优保存策略。交叉算子借鉴 实数编码个体的算术交叉方式,采用随机算术交 叉,即对两个个体  $X_1 = \{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}\}$ 和  $X_2 = \{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}\}$ 进行交叉时,产生的两个新个体 为:

$$\begin{cases} X'_{1} = \operatorname{randint}(x_{11}, x_{21}), \operatorname{randint}(x_{12}, x_{22}), \\ \cdots, \operatorname{randint}(x_{1n}, x_{2n}) \\ X'_{2} = \operatorname{randint}(x_{11}, x_{21}), \operatorname{randint}(x_{12}, x_{22}), \\ \cdots, \operatorname{randint}(x_{1n}, x_{2n}) \end{cases}$$
(6)

式中 randint( $x_{11}, x_{21}$ )为随机取整函数,表示以等 概率选取[ $x_{11}, x_{21}$ ]区间内的整数。

变异算子在实数编码和整数编码的遗传算法 中是主要的搜索算子<sup>[8]</sup>。本文采用三种变异算 子:均匀变异算子、非均匀变异算子和最优变异算 子。均匀变异和非均匀变异都是以个体中的基因 座为变异点,按照变异概率对基因座进行操作,均 匀变异时在对应基因的取值范围内随机选取一个 整数替换原有基因值,非均匀变异时将对应基因 值随机进行"+1"或者"-1"的变异操作,边界上 的基因只允许向取值范围内部变异。最优变异算 子针对最优个体进行变异,随机选取全群体最优 个体的一个基因座进行非均匀变异,用变异后的 个体替换当前群体中的一个随机选取的个体。

遗传算法的收敛准则用于判断算法是否收敛 于最优解,以决定是否终止计算。由于采用整数 编码时变异概率需取较大值,很难使整个群体收 敛于最优解,所以采用针对最优个体的收敛准则, 即全群体最优个体超过 *T*。代没有更新即判断算 法收敛。该准则以最优个体的稳定程度作为判断 收敛的标准,必须与最优保存策略同时使用。同 时,设定一个终止代数 *T*z,当遗传代数 *T*,达到终 止代数时终止计算。发生这种情况时一般认为算 法不收敛,需要进行改进以使算法收敛。

#### 3 实例

#### 3.1 发动机初始设计

某一车轮形药柱发动机初始设计横截面几何 参数见表 1,该初始发动机的面积装填分数为 0.7643,属于装填分数较高的车轮形药柱。发动 机各部分的材料参数见表 2,表中 *E* 为弹性模量, μ 为泊松比,α 为线膨胀系数。

表1 车轮形发动机初始几何参数

Tab.1 Initial geometric parameters of wheel SRM

n	$\delta_c$	$\delta_s$	$\delta_d$	D	$e_1$	r	h	θ	β
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(°)	(°)
8	1.5	2.5	1.0	190	30	6	12	76.4	20

表 2 车轮形发动机材料参数

Tab.2	Material	parameters	of	wheel	SRM
-------	----------	------------	----	-------	-----

壳体			绝热层			衬层		药柱	
E(MPa)	μ	$\alpha(/^{\circ}C)$	E(MPa)	$\mu$	α(/°C)	$\mu$	$\alpha(/^{\circ}C)$	$\mu$	$\alpha(/^{\circ}C)$
$2.06 \times 10^{5}$	0.3	$1.1 \times 10^{-5}$	30.0	0.498	$2.2 \times 10^{-5}$	0.498	$8.0 \times 10^{-5}$	0.498	$8.6 \times 10^{-5}$

发动机衬层与药柱为粘弹性材料,其剪切松 弛模量相同,具体表达式为:

$$G(t) = 1.969 - 0.6316(1 - e^{-t/5.506}) - 0.4405(1 - e^{-t/55.06}) - 0.4456(1 - e^{-t/550.6})$$
(7)

WLF 方程参数为  $C_1 = 14.19$ 、 $C_2 = 173.46$ 、参考温 度  $T_s = 20$ °C。

发动机经过一天(86 400s)时间从零应力温度 58℃均匀线性下降到 – 40℃,药柱最大 Von Mises 应变为 0.0540,图 3 为药柱 Von Mises 应变云图。

## 3.2 发动机药形优化

为了降低药柱的最大 Von Mises 应变,同时保

证发动机的面积装填分数不小于初始设计,对药 柱形状进行优化设计。发动机的 10 个几何参数 中,壳体厚度、绝热层厚度、衬层厚度和药柱外径 4 个几何尺寸不进行优化,为了保证药柱恒面燃 烧,轮辐夹角 θ 应满足如下条件<sup>[1]</sup>:

$$\tan\frac{\theta}{4} + \csc\frac{\theta}{2} = \frac{n}{2} + \frac{\pi}{n}$$
(8)

即轮辐夹角由轮辐数确定(n = 8 时  $\theta$  取两个解中的较小值)。将轮辐数 n、肉厚  $e_1$ 、特征角  $\beta$ 、导圆 半径 r 和轮辐高度 h 共 5 个几何参数作为设计变量。

在进行车轮形药柱设计时,一般轮辐数取为 4~8,肉厚分数取为 0.2~0.3,导圆半径取为



图 3 初始设计药柱 Von Mises 应变云图 Fig.3 Von Mises strain fringe of the initial grain (0.015~0.03) D,角分数取为 0.5~0.9。故将几 何参数取值范围设定为: $n \in [4,8]$ 、 $e_1 \in [20,30]$ 、  $\beta \in [12,40]$ 、 $r \in [3,10]$ 、 $h \in [20,40]$ 。设定的几 何参数取值范围较大,目的是在更宽广的设计空 间中进行寻优,但是,较大的取值范围有可能导致 几何形状不协调或几何拓扑发生改变,无法建立 有限元模型。为了解决这一问题,需要对几何参 数的取值进行检验,对于不符合条件的参数取值 不进行建模计算,直接将其适应度函数值置为零, 即可避免这种个体遗传到下一代。具体的几何参 数检验方法如下:

(1)轮辐数在 4~8 内取值,肉厚在 20~30 内 取值,这两个参数不需要检验;

(2)特征角在 12~40 内取值,用特征角计算 角分数 ε = nβ/180,检验角分数是否在区间[0.5, 0.9]之内;

(3)导圆半径在 3~10 内取值,由几何关系确
定最大值 r<sub>max</sub> = (D/2 - e<sub>1</sub>)sinβ/(1 + sinβ),检验导
圆半径是否小于 r<sub>max</sub>;

(4)轮辐高度在 20~40 内取值,根据几何关 系确定最小值  $h_{min} = (e_1 + r) \tan(\theta/4)$ 和最大值  $h_{max} = \min(h_{maxl}, h_{max2}),其中 h_{maxl} = l\sin(180/n - \beta)/\sin(180/n) + r(\cot(180/n) + \tan(\theta/4)) h_{max2} = l\cos\beta - (l\sin\beta - r)/\tan(\theta/2) + r\tan(\theta/4) l = (D/2 - e_1 - r),检验轮辐高度是否在区间(h_{min}, h_{max}) 之内。$ 

当取定一组几何参数后,按照由(1)~(4)的 顺序检验参数,检验通过后再进行建模计算。

遗传算法的控制参数为:群体规模 20,交叉

概率 0.9, 变异概率 0.1, 适应度函数中的  $A_1 =$  0.2, 罚函数为 P(X) = 0.8, 收敛准则中的  $T_e =$  10,终止代数  $T_z = 50_o$ 

算法运行 27 代收敛,优化历程见图 4。得到 的优化结果为:轮辐数 n = 8,肉厚  $e_1 = 22$ ,特征角  $\beta = 19$ ,导圆半径 r = 9,轮辐高度 h = 34,药柱最大 Von Mises 应变为 0.0377,比初始设计药柱最大 Von Mises 应变小 30%,面积装填分数 0.7654,与 初始设计的面积装填分数相当。形状最优药柱的 应变云图见图 5。



图 4 遗传算法优化历程 Fig.4 Optimization process of the GA



图 5 形状最优药柱 Von Mises 应变云图

Fig.5 Von Mises strain fringe of the optimal grain 从图 5 中看出,群体的适应度函数平均值在 整个优化过程中不断波动,没有明显地收敛于最 大值,而适应度函数最大值则不断增长,经过 *T*。 代没有继续增长即判断算法收敛,结束计算。由 于遗传算法控制参数中交叉概率和变异概率都比 较大,这样可以使算法的搜索能力增强,同时也使 群体离散程度增大,适应度平均值较低,另外由于 将不满足几何约束的个体的适应度置为零,导致 适应度平均值产生较大波动。但这并不影响算法 的寻优和收敛,因为优化结果只需要一个最优解, 只要保证群体最优个体的适应度稳定增长即可达 到优化的目的,而针对最优个体制定的收敛准则 也保证了算法不会因为适应度平均值的波动而不 收敛,只要群体适应度最大值保持稳定增长算法 即可收敛。

对比图 3 与图 5,初始设计药柱与形状最优 药柱的应变最大值都是位于轮臂顶端的导圆弧 处,应变分布情况相似。形状最优药柱比初始设 计药柱的肉厚更小,导圆半径更大,轮辐高度更 大。对于车轮形药柱,减小肉厚一般可以减小药 柱的应变,但是减小肉厚会使装填分数下降;增大 导圆半径相当于增大应变集中处的曲率半径,可 以降低应变集中程度,但是也会使装填分数下降; 增大轮辐高度对轮臂顶端的应变影响较小,但是 可以增大装填分数,从而抵消因减小肉厚和增大 导圆半径而降低的装填分数,形状最优药柱的轮 辐高度已经达到其上限。从结构完整性方面考 虑,车轮形药柱设计时应使肉厚尽量小,导圆半径 尽量大,而增加轮辐高度可以在对结构完整性影 响较小的前提下有效提高装填分数。

## 4 结论

利用 MSC. Patran 软件的二次开发工具 PCL,

实现了车轮形药柱发动机的参数化建模,可以根据给定的几何参数自动建立发动机的有限元分析 模型,提交求解器进行求解并输出计算结果。以 这种参数化建模方法为基础,采用遗传算法对某 一车轮形药柱进行形状优化,优化过程中以面积 装填分数和几何关系为约束条件,以温度载荷作 用下药柱的最大 Von Mises 应变最小为优化目标, 得到了面积装填分数不小于初始设计且最大 Von Mises 应变比初始设计小 30%的药柱形状。应用 实例表明,基于 PCL 的参数化建模方法与遗传算 法相结合,可以解决发动机药柱等复杂结构的形 状优化问题,具有较高的实用价值。

## 参考文献:

- [1] 陈汝训.固体火箭发动机设计与研究[M].北京:宇航出版 社,1991.
- [2] MSC Software. PCL and customization[M]. Los Angels: The Macneal-Schwendler Corporation, 2005.
- [3] 陈珅艳,袁家军,黄海.基于 MSC. PATRAN/NASTRAN 的结构 优化程序系统[J]. 宇航学报, 2005, 26(4): 514-518.
- [4] 刘亚龙,王生楠,刘海峰,等.基于 MSC/PATRAN 的飞机结构 强度静力试验数据实时跟踪与处理系统开发[J].宇航学 报,2007,28(1):84-89.
- [5] 张国栋,顾克秋.基于遗传算法和参数化建模的非线性结构 优化[J].计算力学学报,2003,20(6):764-768.
- [6] 隋允康,李栋,杜家政,等.用二级控制法对二维连续体进行 形状优化[J].计算力学学报,2007,24(2):135-141.
- [7] 申志彬,唐国金,雷勇军,等.基于 Patran 二次开发的星形药 柱结构分析与设计[J].固体火箭技术,2009,32(2):175-179.
- [8] 肖茜.改进遗传算法及其在机械优化设计中应用的研究 [D].上海:同济大学,2003.