

文章编号: 1001-2486(2011)01-0076-05

多运动站测角频差无源定位方法研究*

贾兴江, 周一宇, 郭福成

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对测角频差无源定位问题,提出了一种快速有效的解析定位方法,该方法通过引入中间量,将辐射源位置非线性估计问题转化成两个加权线性最小二乘估计问题,简化了定位解算。该方法无需进行参量搜索,比搜索法运算量小;无需初始值引导,比高斯-牛顿迭代法使用方便。在结构上,建立了观测模型,然后给出了辐射源定位误差对应的克拉美罗限,阐述了解析法的基本步骤及理论性能,仿真实验结果表明,当观测误差不太大时,解析法对应的定位误差能够有效逼近克拉美罗限。

关键词:多普勒效应;最小二乘逼近;非线性估计;迭代法

中图分类号: TN971 **文献标识码:** A

Research on Multiple Moving Observers Passive Localization with DOA and FDOA Measurements

JIA Xing-jiang, ZHOU Yi-yu, GUO Fu-cheng

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: For hybrid direction of arrival (DOA) and frequency difference of arrival (FDOA) passive localization, a fast and effective algebraic solution is proposed. This method converts the emitter position nonlinear estimation problem into two weighted linear least-squares minimization, which simplifies the emitter localization process. The proposed means does not have the search procedure, so it has less computational load than traditional search method. Furthermore, it is also more convenient, because it does not need the initial value of the emitter as in the Gauss-Newton iterative method. In structure, the observation equations were first established. And then the Cramér-Rao Lower Bound (CRLB) of the emitter's position estimation was presented. Moreover, the procedures and theoretical performance of the algebraic solution were given. Finally, the simulation was conducted. The results show that the location error of the algebraic solution approaches the CRLB at moderate measurement noise level.

Key words: doppler effect; least squares approximations; nonlinear estimation; iterative methods

多站无源定位在雷达、声纳、无线传感器网络等领域具有重要的应用价值。其中,测角交叉定位^[1]是一种广泛应用的经典方法,但其对距离的依赖性比较强,当辐射源距离观测站较远时,较小的角度测量误差将造成很大的定位误差。为了增强定位效果,往往综合利用时差及到达角信息,采用测角时差定位体制^[2]。实际上,当观测站与辐射源存在相对运动时,频差信息^[3]也可用于定位,由此构成测角频差定位体制。频差在许多方面的特性有别于时差,一是观测方程不同;二是模糊特性相反,对于周期性信号,重复频率越高,时差越易模糊^[4],而频差越不易模糊,反之亦然;三是两者测量精度的影响因素不同^[5],时差均方根误差与信号等效带宽成反比,频差均方根误差与信号等效时长成反比。鉴于以上差异性,测角频差定

位方式在定位解算、误差分布、适用场合等方面必然存在新的特点,有必要进行深入分析。本文主要研究定位解算问题,其场景为多运动站对固定辐射源的测角频差无源定位。

常用的定位解算方法包括:搜索法^[6]、迭代法^[7-8]及解析法。相对于其他两种方法,解析法运算量小,无需初始估计,不存在发散问题,在一定条件下定位误差可逼近克拉美罗限,故而许多学者致力于解析法的研究,目前测角交叉定位^[1]、时差定位^[9]、测角时差定位^[2]、时频差定位^[10-12]均有相应的解析定位算法,而测角频差定位的解析算法有待研究。其难点在于频差观测方程具有很强的非线性,不易实现线性化处理。针对该问题,本文借鉴文献[9-11]中引入冗余变量实现伪线性化的思想,提出了一种测角频差解析定位方

* 收稿日期:2010-06-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60702010)

作者简介:贾兴江(1981—),男,博士生。

法。其基本思路就是引入中间量,利用方位角、俯仰角及频差构建关于中间量的伪线性方程,进而估计中间量,然后利用中间量构建关于辐射源位置的伪线性方程,进而估计辐射源位置。

1 问题描述

考虑多个运动观测站对固定辐射源定位的场景。为了达成多站数据融合,需要选定统一的坐标系。此处,以地面某点为原点,正东为 x 轴正向,正北为 y 轴正向,按右手定则确定 z 轴正向,建立 East-North-Up (ENU) 直角坐标系^[13],在该坐标系中讨论辐射源定位问题。

以 $\mathbf{P}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ 表示观测站 i ($i = 0, \dots, M-1$) 的位置矢量, $\mathbf{V}_i = [v_{x_i}, v_{y_i}, v_{z_i}]^T$ 表示观测站 i 的速度矢量, $\mathbf{P} = [x, y, z]^T$ 表示辐射源的位置矢量。设各个观测站都具有方位角及俯仰角测量能力,以 φ_i, ε_i 分别表示辐射源到观测站 i 的方位角及俯仰角^[1], 则

$$\begin{cases} \varphi_i = \arctan \frac{\mathbf{e}_2^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)}{\mathbf{e}_1^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)} \\ \varepsilon_i = \arctan \frac{\mathbf{e}_3^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)}{\|\mathbf{H}(\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)\|} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{e}_1 = [1, 0, 0]^T$, $\mathbf{e}_2 = [0, 1, 0]^T$, $\mathbf{e}_3 = [0, 0, 1]^T$, $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\|\cdot\|$ 为矢量取模运算符。由于观测站与辐射源之间存在相对运动,故可利用频差信息定位,以 f_{j0} 表示观测站 j ($j = 1, \dots, M-1$) 与观测站 0 所接收辐射源信号的频率之差^[10-11], 则

$$f_{j0} = \frac{f_c - \mathbf{V}_j^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_j)}{c \|\mathbf{P} - \mathbf{P}_j\|} - \frac{f_c - \mathbf{V}_0^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_0)}{c \|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0\|} \quad (2)$$

式中, f_c 为辐射源信号中心频率, c 为电磁波传播速度。

联合 M 个运动观测站获得的观测信息,在考虑方位角、俯仰角及频差观测误差的条件下,构建矢量观测方程

$$\mathbf{z} = \mathbf{y}(\mathbf{P}) + \mathbf{n} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{z} = [f_{m10}, \dots, f_{m, M-1, 0}, \mathbf{z}_\theta^T]^T$ 为观测矢量, $\mathbf{z}_\theta = [\phi_{m0}, \varepsilon_{m0}, \dots, \phi_{m, M-1}, \varepsilon_{m, M-1}]^T$; $\mathbf{y} = [f_{10}, \dots, f_{M-1, 0}, \boldsymbol{\theta}^T]^T$ 为真值矢量, $\boldsymbol{\theta} = [\phi_0, \varepsilon_0, \dots, \phi_{M-1}, \varepsilon_{M-1}]^T$; $\mathbf{n} = [n_{f_{10}}, \dots, n_{f_{M-1, 0}}, \mathbf{n}_\theta^T]^T$ 为观测误差, $\mathbf{n}_\theta = [n_{\phi_0}, n_{\varepsilon_0}, \dots, n_{\phi_{M-1}}, n_{\varepsilon_{M-1}}]^T$ 。

值得注意的是,在实际定位解算中,还需要考虑观测站位置、速度等导航参数的误差,但同时增

加了问题的复杂性。本文主旨在于阐述测角频差解析定位法的思路,为突出重点,此处进行简化分析,暂不考虑导航参数误差的影响。该条件下,辐射源定位问题可描述为:在已知 $\mathbf{z} = \mathbf{y}(\mathbf{P}) + \mathbf{n}$ 的条件下估计 \mathbf{P} 。

2 克拉美罗限

克拉美罗限 (Cramér-Rao Lower Bound, CRLB) 表征了无偏估计量所能达到的最小方差,可用来分析测角频差定位方法所能达到的最优理论性能。当观测误差服从高斯分布时, CRLB 可表示为^[8]

$$\text{CRLB} = (\mathbf{J}^T \mathbf{C}_n^{-1} \mathbf{J})^{-1} \quad (4)$$

式中, \mathbf{J} 为雅可比矩阵,可表示为 $\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{y}(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}} = \left[\frac{\partial f_{10}}{\partial \mathbf{P}}, \dots, \frac{\partial f_{M-1, 0}}{\partial \mathbf{P}}, \frac{\partial \phi_0}{\partial \mathbf{P}}, \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \mathbf{P}}, \dots, \frac{\partial \phi_{M-1}}{\partial \mathbf{P}}, \frac{\partial \varepsilon_{M-1}}{\partial \mathbf{P}} \right]^T$; \mathbf{C}_n 为观测误差协方差阵,暂不考虑频差观测误差的相关性,则 $\mathbf{C}_n = \text{diag}(\sigma_{f_{10}}^2, \dots, \sigma_{f_{M-1, 0}}^2, \sigma_{\phi_0}^2, \sigma_{\varepsilon_0}^2, \dots, \sigma_{\phi_{M-1}}^2, \sigma_{\varepsilon_{M-1}}^2)$, 从而 CRLB 可进一步表示为

$$\text{CRLB} = \left\{ \sum_{j=1}^{M-1} \sigma_{f_{j0}}^{-2} \frac{\partial f_{j0}}{\partial \mathbf{P}} \left(\frac{\partial f_{j0}}{\partial \mathbf{P}} \right)^T + \sum_{i=0}^{M-1} \left[\sigma_{\phi_i}^{-2} \frac{\partial \phi_i}{\partial \mathbf{P}} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial \mathbf{P}} \right)^T + \sigma_{\varepsilon_i}^{-2} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \mathbf{P}} \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \mathbf{P}} \right)^T \right] \right\}^{-1} \quad (5)$$

式中, $\frac{\partial \varphi_i}{\partial \mathbf{P}} = \frac{\mathbf{e}_1^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i) \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_2^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i) \mathbf{e}_1}{\|\mathbf{H}(\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)\|^2}$; $\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \mathbf{P}} = \frac{\|\mathbf{H}(\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)\|^2 \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_3^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i) \mathbf{H}^T [\mathbf{H}(\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)]}{\|\mathbf{H}(\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)\| \cdot \|\mathbf{P} - \mathbf{P}_i\|^2}$;

$i = 0, \dots, M-1$; $\frac{\partial f_{j0}}{\partial \mathbf{P}} = \frac{f_c}{c} \left(\frac{-\mathbf{V}_j \|\mathbf{P} - \mathbf{P}_j\|^2 + (\mathbf{P} - \mathbf{P}_j) \mathbf{V}_j^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_j)}{\|\mathbf{P} - \mathbf{P}_j\|^3} - \frac{\mathbf{V}_0 \|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0\|^2 + (\mathbf{P} - \mathbf{P}_0) \mathbf{V}_0^T (\mathbf{P} - \mathbf{P}_0)}{\|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0\|^3} \right)$; $j = 1, \dots, M-1$ 。

3 解析定位方法

以 \mathbf{u}_i ($i = 0, \dots, M-1$) 表示由运动观测站 i 指向辐射源的单位矢量,解析定位法可分为以下两步:第一步,以 $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_0; \dots; \mathbf{u}_{M-1}]$ (中括号内的“;”表示换行,以下相同)为中间变量,利用原始观测测量(方位角、俯仰角、频差)构建关于 \mathbf{u} 的线性方程,采用加权线性最小二乘得到估计值 $\hat{\mathbf{u}}$;第二步,利用中间量 \mathbf{u} 构建关于辐射源位置 \mathbf{P} 的线性方程,进而获得估计值 $\hat{\mathbf{P}}$ 。

3.1 中间量估计

根据 \mathbf{u}_i 的定义可知^[14],

$$\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{P} - \mathbf{P}_i}{\|\mathbf{P} - \mathbf{P}_i\|} = [\cos\varphi_i \cos\varepsilon_i, \sin\varphi_i \cos\varepsilon_i, \sin\varepsilon_i]^\top \quad (6)$$

从而可根据(6)式可构造出 $\mathbf{u}_i(\phi_i, \varepsilon_i)$, 获得关于 \mathbf{u}_i 的线性方程

$$\mathbf{u}_i(\phi_i, \varepsilon_i) = \mathbf{E}_{3 \times 3} \mathbf{u}_i, i = 0, \dots, M-1 \quad (7)$$

式中, $\mathbf{E}_{3 \times 3}$ 为 3×3 的单位矩阵。此外, 根据(6)式可将(2)式转化为

$$\frac{cf_{j0}}{f_c} = \mathbf{V}_0^\top \mathbf{u}_0 - \mathbf{V}_j^\top \mathbf{u}_j, j = 1, \dots, M-1 \quad (8)$$

进而根据(7)、(8)式, 可得关于 \mathbf{u} 的线性方程

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}_a(\mathbf{y}) - \mathbf{H}_a \mathbf{u} \quad (9)$$

式中, $\mathbf{g}_a(\mathbf{y}) = [\frac{cf_{10}}{f_c}, \dots, \frac{cf_{M-1,0}}{f_c}, \mathbf{u}_0^\top(\phi_0, \varepsilon_0), \dots,$

$$\mathbf{u}_{M-1}^\top(\phi_{M-1}, \varepsilon_{M-1})]^\top; \mathbf{H}_{a0} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0^\top & -\mathbf{V}_1^\top \\ \vdots & \ddots \\ \mathbf{V}_0^\top & -\mathbf{V}_{M-1}^\top \end{bmatrix}; \mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{a0} \\ \mathbf{E}_{3M \times 3M} \end{bmatrix}。考$$

虑方位角、俯仰角及频差观测误差的条件下, 令 $\mathbf{z}_a = \mathbf{g}_a(\mathbf{z})$, 则有

$$\mathbf{z}_a = \mathbf{H}_a \mathbf{u} + \mathbf{n}_a \quad (10)$$

式中, $\mathbf{n}_a = [n_{f_{10}} c/f_c, \dots, n_{f_{M-1,0}} c/f_c, \mathbf{n}_{u_0}^\top, \dots, \mathbf{n}_{u_{M-1}}^\top]^\top$ 为观测误差矢量, \mathbf{n}_{u_i} 为 \mathbf{u}_i

($i = 0, \dots, M-1$) 的观测误差, 其协方差阵为 \mathbf{C}_{u_i} 。由加权最小二乘可获得 \mathbf{u} 的估计值^[10], 表示为 $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u} + \mathbf{n}_a$,

$$\hat{\mathbf{u}} = (\mathbf{H}_a^\top \mathbf{C}_{n_a}^{-1} \mathbf{H}_a)^{-1} \mathbf{H}_a^\top \mathbf{C}_{n_a}^{-1} \mathbf{z}_a \quad (11)$$

相应的估计误差协方差阵为 $\mathbf{C}_u = (\mathbf{H}_a^\top \mathbf{C}_{n_a}^{-1} \mathbf{H}_a)^{-1}$, 其中

$$\mathbf{C}_{n_a} = \text{diag}\left(\left(\frac{c}{f_c}\right)^2 \sigma_{f_{10}}^2, \dots, \left(\frac{c}{f_c}\right)^2 \sigma_{f_{M-1,0}}^2, \mathbf{C}_{u_0}, \dots, \mathbf{C}_{u_{M-1}}\right)。$$

为了获得 \mathbf{C}_{u_i} 的具体表达式, 建立 $[\phi_i, \varepsilon_i]^\top$ 与 \mathbf{u}_i 的关系式

$$\begin{cases} \varphi_{im} = \arctan \frac{\mathbf{e}_2^\top \mathbf{u}_i}{\mathbf{e}_1^\top \mathbf{u}_i} + n_{\phi_i} \\ \varepsilon_{im} = \arctan \frac{\mathbf{e}_3^\top \mathbf{u}_i}{\|\mathbf{H}\mathbf{u}_i\|} + n_{\varepsilon_i}, \mathbf{u}_i^\top \mathbf{u}_i = 1 \end{cases} \quad (12)$$

由上式可知,

$$\mathbf{C}_{u_i} = (\mathbf{J}_{u_i}^\top \mathbf{C}_i^{-1} \mathbf{J}_{u_i})^{-1} = \mathbf{J}_{u_i}^{-1} \mathbf{C}_i \mathbf{J}_{u_i}^{-\top} \quad (13)$$

$$\text{其中 } \mathbf{J}_{u_i} = \begin{bmatrix} (\partial \varphi_i / \partial \mathbf{u}_i)^\top \\ (\partial \varepsilon_i / \partial \mathbf{u}_i)^\top \\ 2\mathbf{u}_i^\top \end{bmatrix}, \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \sigma_{\varphi_i}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon_i}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial \mathbf{u}_i} = \frac{[-\mathbf{e}_2^\top \mathbf{u}_i, \mathbf{e}_1^\top \mathbf{u}_i, 0]^\top}{\|\mathbf{H}\mathbf{u}_i\|^2}, \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \mathbf{u}_i} =$$

$$\left[-\frac{\mathbf{e}_3^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_1^\top \mathbf{u}_i}{\|\mathbf{H}\mathbf{u}_i\|}, -\frac{\mathbf{e}_3^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_2^\top \mathbf{u}_i}{\|\mathbf{H}\mathbf{u}_i\|}, \|\mathbf{H}\mathbf{u}_i\| \right]^\top。$$

3.2 辐射源位置估计

该步的关键在于基于中间量 \mathbf{u} 构建关于辐射源位置 \mathbf{P} 的线性方程。由(6)式可知,

$$\|\mathbf{P} - \mathbf{P}_i\| = \frac{\mathbf{e}_1^\top (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)}{\mathbf{e}_1^\top \mathbf{u}_i} = \frac{\mathbf{e}_2^\top (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)}{\mathbf{e}_2^\top \mathbf{u}_i};$$

$$\|\mathbf{P} - \mathbf{P}_i\| = \frac{\mathbf{e}_1^\top (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)}{\mathbf{e}_1^\top \mathbf{u}_i} = \frac{\mathbf{e}_3^\top (\mathbf{P} - \mathbf{P}_i)}{\mathbf{e}_3^\top \mathbf{u}_i}; \text{进一步整理可得}$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}_{bi}(\mathbf{u}_i) - \mathbf{H}_{bi}(\mathbf{u}_i) \mathbf{P} \quad (14)$$

式中, $\mathbf{g}_{bi}(\mathbf{u}_i) = \left[\begin{matrix} (\mathbf{e}_1^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_2^\top - \mathbf{e}_2^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_1^\top) \mathbf{P}_i \\ (\mathbf{e}_1^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_3^\top - \mathbf{e}_3^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_1^\top) \mathbf{P}_i \end{matrix} \right]; \mathbf{H}_{bi}(\mathbf{u}_i)$

$$= \left[\begin{matrix} \mathbf{e}_1^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_2^\top - \mathbf{e}_2^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_1^\top \\ \mathbf{e}_1^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_3^\top - \mathbf{e}_3^\top \mathbf{u}_i \mathbf{e}_1^\top \end{matrix} \right]。对于 M 个观测站, 可获得$$

以下矢量方程

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}_b(\mathbf{u}) - \mathbf{H}_b(\mathbf{u}) \mathbf{P} \quad (15)$$

式中, $\mathbf{g}_b(\mathbf{u}) = [\mathbf{g}_{b0}; \dots; \mathbf{g}_{b, M-1}]$, $\mathbf{H}_b(\mathbf{u}) = [\mathbf{H}_{b0}; \dots; \mathbf{H}_{b, M-1}]$ 。考虑 \mathbf{u} 估计误差的条件下, 则有

$$\mathbf{n}_b = \mathbf{g}_b(\hat{\mathbf{u}}) - \mathbf{H}_b(\hat{\mathbf{u}}) \mathbf{P} \quad (16)$$

当观测误差 \mathbf{n} 较小时, \mathbf{u} 的估计误差 \mathbf{n}_u 较小。该条件下, 将 $\mathbf{g}_b(\hat{\mathbf{u}}) - \mathbf{H}_b(\hat{\mathbf{u}}) \mathbf{P}$ 在 \mathbf{u} 处展开成一阶泰勒级数, 忽略了高阶项, 可得

$$\mathbf{n}_b \approx \left(\frac{\partial \mathbf{g}_b(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} - \frac{\partial (\mathbf{H}_b(\mathbf{u}) \mathbf{P})}{\partial \mathbf{u}} \right) \mathbf{n}_u \quad (17)$$

为了进一步化简(17)式, 需要获得 $\partial \mathbf{g}_b(\mathbf{u}) / \partial \mathbf{u}$ 及 $\partial (\mathbf{H}_b(\mathbf{u}) \mathbf{P}) / \partial \mathbf{u}$ 的表达式, 具体如下: 根据 $\mathbf{g}_{bi}(\mathbf{u}_i)$ 及 $\mathbf{H}_{bi}(\mathbf{u}_i)$ 的表达式, 经过变换后可知

$$\mathbf{g}_{bi} = \mathbf{g}_{bi}^0 \mathbf{u}_i; \mathbf{H}_{bi} = \mathbf{H}_{bi}^0 \mathbf{u}_i, i = 0, \dots, M-1 \quad (18)$$

$$\text{式中, } \mathbf{g}_{bi}^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_2^\top \mathbf{P}_i \mathbf{e}_1^\top - \mathbf{e}_1^\top \mathbf{P}_i \mathbf{e}_2^\top \\ \mathbf{e}_3^\top \mathbf{P}_i \mathbf{e}_1^\top - \mathbf{e}_1^\top \mathbf{P}_i \mathbf{e}_3^\top \end{bmatrix}; \mathbf{H}_{bi}^0 =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_2^\top \mathbf{P}_i \mathbf{e}_1^\top - \mathbf{e}_1^\top \mathbf{P}_i \mathbf{e}_2^\top \\ \mathbf{e}_3^\top \mathbf{P}_i \mathbf{e}_1^\top - \mathbf{e}_1^\top \mathbf{P}_i \mathbf{e}_3^\top \end{bmatrix}。进一步可得$$

$$\mathbf{g}_b(\mathbf{u}) = \mathbf{G}_1 \mathbf{u}; \mathbf{H}_b(\mathbf{u}) = \mathbf{G}_2 \mathbf{u} \quad (19)$$

式中, $\mathbf{G}_1 = \text{diag}(\mathbf{g}_{b0}^0 \dots \mathbf{g}_{b, M-1}^0); \mathbf{G}_2 = \text{diag}(\mathbf{H}_{b0}^0 \dots \mathbf{H}_{b, M-1}^0)$ 。由此可得 $\partial \mathbf{g}_b(\mathbf{u}) / \partial \mathbf{u} = \mathbf{G}_1; \partial (\mathbf{H}_b(\mathbf{u}) \mathbf{P}) / \partial \mathbf{u} = \mathbf{G}_2$ 。从而 $\mathbf{n}_b = (\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2) \mathbf{n}_u$, 其协方差阵 $\mathbf{C}_{n_b} = (\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2) \mathbf{C}_u (\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2)^\top$ 。

令 $\mathbf{z}_b = \mathbf{g}_b(\hat{\mathbf{u}})$, 则有 $\mathbf{z}_b = \mathbf{H}_b(\hat{\mathbf{u}}) \mathbf{P} + \mathbf{n}_b$ 。根据加权最小二乘准则, 辐射源位置 \mathbf{P} 的估计值为

$$\hat{\mathbf{P}} = (\mathbf{H}_b^\top \mathbf{C}_{n_b}^{-1} \mathbf{H}_b)^{-1} \mathbf{H}_b^\top \mathbf{C}_{n_b}^{-1} \mathbf{z}_b \quad (20)$$

估计误差协方差阵为 $C_p = (H_b^T C_{n_b}^{-1} H_b)^{-1}$ 。考虑到 C_{n_a} 及 C_{n_u} 的表达式, C_p 可进一步表示为

$$C_p = \{H_b^T [(G_1 - G_2)(H_a^T C_{n_a}^{-1} H_a)^{-1} (G_1 - G_2)^T]^{-1} H_b\}^{-1} \quad (21)$$

(21)式表征了解析法的理论性能,但需要满足前提条件:观测误差 n 较小时,一阶泰勒级数对应的截断误差较小,该式近似成立;随着 n 的增大,截断误差增大,该式无法准确表征解析法定位性能。

3.3 循环迭代

以上解析定位方法主要由两个线性加权最小二乘构成:第一个用于估计中间量 u ,由(11)式表征;但在计算 \hat{u} 时,要构造加权阵 $C_{n_u}^{-1}$,需要获知 u ,但实际中仅能使用 u 的估计值构造 $C_{n_u}^{-1}$ 。第二个用于估计辐射源位置 P ,由(20)式表征;但在计算 \hat{P} 时,要构造加权阵 $C_{n_b}^{-1}$,需要获知 P, u ,但实际中仅能使用两者的估计值构造 $C_{n_b}^{-1}$ 。由于估计值存在误差,这使得加权阵偏离最优,进而使得定位性能降低。针对上述问题,采用循环迭代方式,逐步优化加权阵,提高辐射源位置估计精度。具体如下:

第一步:基于 z_0 获得 u 的估计值,用以构造加权阵 $C_{n_u}^{-1}$;以单位矩阵 E 代替 $C_{n_b}^{-1}$ 作为加权阵;令迭代次数 $k = 0$;

第二步:利用(11)式及(20)式获得 P 的估计值 $\hat{P}^{(k)}$;

第三步:按照 $\hat{u}_i^{(k)} = (\hat{P}^{(k)} - P_i) / \|\hat{P}^{(k)} - P_i\|, i = 0, \dots, M - 1$ 获得 $\hat{u}_i^{(k)}$,进而获得 u 的估计值 $\hat{u}^{(k)}$;

第四步:基于 $\hat{u}^{(k)}$ 构造加权阵 $C_{n_u}^{-1}$,基于 $\hat{P}^{(k)}, \hat{u}^{(k)}$ 构造加权阵 $C_{n_b}^{-1}$,令 $k = k + 1$,若 k 超过指定的迭代次数,则结束循环迭代,否则返回第二步。

4 仿真分析

根据 P 的 CRLB 可导出辐射源定位精度因子^[13]

$$GDOP_c = \sqrt{\text{tr}(CRLB)} \quad (22)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 表示取方阵的迹。进行蒙特卡罗仿真试验,基于 N 次试验的定位结果也可导出辐射源定位精度因子

$$GDOP_{mt} = \sqrt{\frac{1}{N} (P - P_{mt}^{(i)})^T (P - P_{mt}^{(i)})} \quad (23)$$

其中, P 为辐射源真实位置矢量, $P_{mt}^{(i)}$ 为第 i 次蒙特卡罗试验所得的辐射源位置矢量估计值。

仿真中以双站定位为例,设观测站 0、1 在 ENU 系中的坐标分别为 $[10, 0, 5]^T \text{km}$ 、 $[-10, 0, 5]^T \text{km}$ 、观测站以 300m/s 的速度沿 x 正向匀速运动,辐射源不运动,其信号中心频率 2.62GHz,蒙特卡罗试验次数 $N = 5000$ 。以下仿真中,CRLB 导出的定位误差、解析法理论误差分别由(22)式、 $\sqrt{\text{tr}(C_p)}$ 表征;解析法、高斯-牛顿迭代法对应的定位误差由(23)式表征。

假设方位、俯仰角均方根误差相同,图 1 给出了角度均方根误差为 1° 时定位误差与频差均方根误差的关系曲线,包括 4 条曲线,分别为 CRLB 对应的定位误差曲线、解析法理论定位误差曲线、解析法定位误差曲线及高斯-牛顿迭代法定位误差曲线。图 1(a)给出了辐射源处于远距离点 $[100, 173, -3]^T \text{km}$ 时的仿真结果;图 1(b)给出了辐射源处于近距离点 $[15, 26, -7]^T \text{km}$ 时的仿真结果。

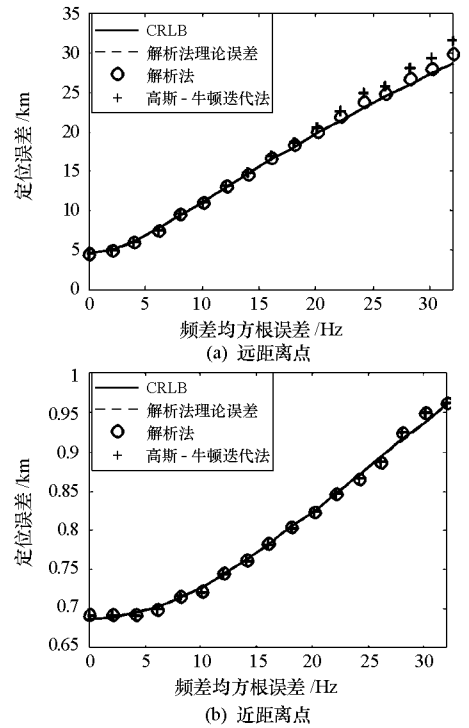


图 1 定位误差与频差均方根误差的关系曲线
Fig.1 Curves of location error versus root mean square error of FDOA

图 2 给出了频差均方根误差为 10Hz 时定位误差与角度均方根误差的关系曲线,同样包括 4 条曲线。图 2(a)、(b)分别给出了辐射源处于远距离点、近距离点时的仿真结果。

由图 1、2 可获得以下结论:

(1)解析法理论定位误差曲线与 CRLB 对应的定位误差曲线基本上重合在一起的,这说明理论上解析法的定位误差可以逼近 CRLB。值得

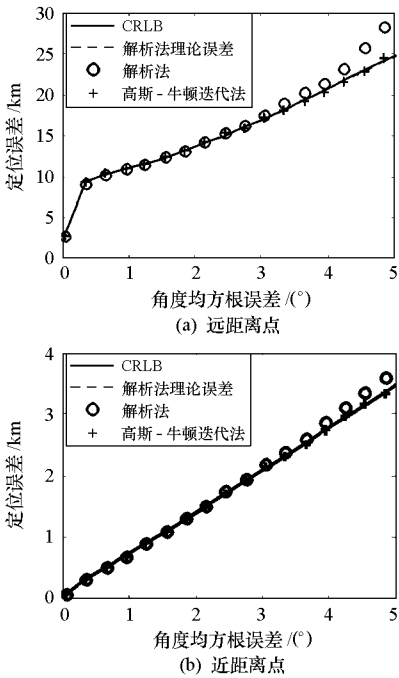


图2 定位误差与角度均方根误差的关系曲线
Fig.2 Curves of location error versus root mean square error of DOA

注意的是,当观测误差很大时,相应部分的理论定位误差曲线是无效的,这是因为(21)式的成立是有条件下。该式表征了解析法理论定位误差,其成立的条件是观测误差(包括频差误差、方位角误差、俯仰角误差)不太大。

(2)从5000次蒙特卡罗试验结果来看,无论是辐射源处于远距离点还是近距离点,当观测误差不是太大时,解析法对应的定位误差都可以有效逼近CRLB。当观测误差超过一定程度,将出现门限效应^[11-12],解析法对应的定位误差将偏离CRLB,如图1(a)、图2(a)、(b)所示。从本质上来说,这是由于非线性问题线性化处理造成的。从现象上来说,当观测误差较大时,5000次蒙特卡罗试验中部分结果的误差偏大,从而使得统计后的定位误差高于克拉美罗限。

(3)当观测误差不是太大时,解析法与高斯-牛顿迭代法对应的定位误差曲线基本重合,这说明该条件下两者的定位性能大致相同;但高斯-牛顿迭代法存在收敛问题,需要较好的初始值,而本文提出的解析法无需初始值,这体现了解析法的优越性。当角度误差较小、频差误差很大时,解析法的定位误差小于高斯-牛顿迭代法的定位误差,如图1(a)中频差误差超过20Hz时的定位误差曲线所示;当频差误差较小、角度误差很大时,解析法的定位误差大于高斯-牛顿迭代法的定位误差,如图2(a)、(b)中角度误差超过3°时的定位误差曲线所示。这表明高斯-牛顿迭代法对频差误

差相对敏感,而解析法对角度误差相对敏感。

5 结论

在多运动站对固定辐射源测角频差无源定位背景下,提出了一种有效的解析定位算法,该方法以单位指向矢量作为中间量,首先基于方位角、俯仰角、频差观测值,利用加权线性最小二乘估计中间量,然后基于中间量,再次利用加权线性最小二乘估计出辐射源位置,从而快速有效地实现定位解算。

由于非线性问题线性化处理,当观测误差很大时,该方法将出现门限效应,定位误差偏离克拉美罗限。但是在观测误差不太大时,其对应的定位误差能够有效逼近克拉美罗限。

参考文献:

- [1] 王鼎. 基于角度信息的约束总体最小二乘无源定位算法[J]. 中国科学 E 辑(信息科学), 2006, 26(8): 880-890.
- [2] Ma C L, Klukas R, Lachapelle G. An Enhanced Two-step Least Squared Approach for TDOA/AOA Wireless Location [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Communications, 2003:987-991.
- [3] Chestnut P C. Emitter Location Accuracy Using TDOA and Differential Doppler [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1982, 18(2):214-218.
- [4] Scheuing J, Yang B. Disambiguation of TDOA Estimation for Multiple Sources in Reverberant Environments [J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2008, 16(8):1479-1489.
- [5] Stein S. Algorithms for Ambiguity Function Processing [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, 29(3): 588-599.
- [6] 郭福成. 基于多级网格搜索的固定单站无源定位方法[J]. 信号处理, 2008, 24(6):927-930.
- [7] Foy W H. Position-location Solution by Taylor-series Estimations [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1976, 12(2):187-194.
- [8] Kay S M. 统计信号处理基础——估计与检测理论[M]. 罗鹏飞, 张文明, 刘忠, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2006.
- [9] Chan Y T, Ho K C. A Simple and Efficient Estimator for Hyperbolic Location [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(8):1905-1915.
- [10] Ho K C, Chan Y T. Geolocation of a Known Altitude Object from TDOA and FDOA Measurements [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(3):770-783.
- [11] Ho K C, Lu X N, Kovavisaruch L. Source Localization Using TDOA and FDOA Measurements in the Presence of Receiver Location Errors: Analysis and Solution [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2):684-696.
- [12] Wei H W, Peng R, Wan Q, et al. Multidimensional Scaling Analysis for Passive Moving Target Localization with TDOA and FDOA Measurement [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3):1677-1688.
- [13] 孙仲康, 周一宇, 何黎星, 等. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.
- [14] 钟丹星, 杨争斌, 周一宇, 等. LBI 测向定位系统的多标校正算法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(5):960-963.