文章编号:1001-2486(2011)01-0081-06

# 基于双重酉滤波的再入目标实时跟踪

刘 也1,朱炬波2,梁甸农1

(1. 国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073; 2. 国防科技大学 理学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:适当的运动模型和估计方法是提高再入目标跟踪性能的关键。选择机动再入动力学模型,将再 入目标跟踪问题转化为状态和参数的联合估计问题,并利用试验数据分析了再入模型状态和参数的相关性。 针对原始双重酉滤波算法的确定性系统输入假设造成信息损失的局限性,提出了一种基于随机性系统输入 假设的改进双重酉滤波算法,并从理论上分析了该算法的估计精度。仿真实验验证了新算法的适用性、估计 精度和不完全处理能力。

关键词:再入;双重滤波;酉滤波;阻力参数

中图分类号:V557.1 文献标识码:A

## **Dual Unscented Filter for Reentry Target Real-time Tracking**

 $\it LIU \ Ye^1$  , ZHU  $\it Ju-bo^2$  , LIANG  $\it Dian-nong^1$ 

(1. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Proper dynamic models and estimation methods are crucial factors to achieve a nice tracking performance for a reentry target. First, the dynamic model of maneuver reentry vehicle was chosen for reentry target tracking, and the tracking problem was equivalent to the simultaneous estimation of the state and the parameter. Then, the relativity of the state and the parameter were discussed by numerical examination. Next, for the information lost caused by the assumption of a deterministic input vector in the original dual unscented filter, an improved dual unscented filter based on a random input vector was proposed, and a detail accuracy analysis was achieved in theory. Finally, the accuracy, applicability and ability for processing incomplete data were validated by simulations.

Key words: reentry; the dual filter; the unscented filter; drag parameter

再入稠密大气的空间目标具有飞行时间短、 机动性强和测量环境复杂的特点,使得对目标实 时跟踪的难度加大。解决此问题的关键是建立准 确的运动模型和开发快速、高精度估计方法。

跟踪模型的建立应以减少待估参数为准则, 达到改善系统可观测度,提高跟踪的精度和稳定 性的目的。常用建模方法有机动特性建模<sup>[1]</sup>、动 力学建模<sup>[2-3]</sup>和参数化函数建模<sup>[4]</sup>等。适当选取 表示函数,参数化函数建模具有最高的跟踪精度, 但实时性较差;机动特性模型和动力学模型的实 时性较好,特别是机动再入(MRV)动力学模型适 用于多种再入目标,能够同时获得高精度的状态 估计和参数估计<sup>[5]</sup>。此外将各种方法结合使 用<sup>[5-6]</sup>也是改善建模能力的有效方法。再入模型 的一个共同特点都是将目标跟踪问题转化为状态 (位置、速度、函数系数等)与未知参数的联合估计 问题,需要与之适应的估计方法。目前实时估计 方法主要集中于各种非线性实时滤波方法的应用 研究,典型代表如酉滤波(the unscented filter, UKF)、粒子滤波等<sup>[7-8]</sup>。为实现状态和参数的联 合估计,传统做法是将参数扩展到状态变量中,但 这种联合滤波算法(the joint Kalman filter, JKF)对 系统计算量和稳定性会造成不利影响。Wan等在 语音信号处理研究中提出了双重滤波算法<sup>[9]</sup>,采 用两个低维的可并行的滤波器分别实现状态和参 数的估计。该算法可以自然地扩展到各类非线性 滤波器中,尤其是双重酉滤波(the dual unscented filter, DUKF),有实时性强、精度高的优势,获得了 广泛应用<sup>[9-10]</sup>。因此,将 DUKF 推广到再入目标 实时跟踪问题中,有重要的理论和应用价值。

DUKF 的应用基于两个基本假设:一是将前 一时刻状态和参数作为系统的确定性输入,二是

<sup>\*</sup> 收稿日期:2010-07-12

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(61072115,60901071);CAST基金资助项目(2009-HT-GFKD) 作者简介:刘也(1982—),男,博士生。

状态和参数没有很强的相关性<sup>[7,9-10]</sup>。本文正是 基于此开展研究,在分析再入运动建模特点和原 始 DUKF 确定性输入假设的局限性后,提出了一 种改进的 DUKF 算法,并从理论分析和仿真计算 两方面验证了新算法的性能。

#### 1 再入动力学模型及其相关性分析

#### 1.1 机动再入动力学模型

模型的建立需要利用目标运动的先验特征, 一般通过物理机理分析和历史数据分析两条途径 实现。从跟踪精度和计算效率的折中考虑<sup>[2,5]</sup>,本 文选择机动再入动力学模型(此处简记为 MRV) 为再入跟踪系统的运动模型。

首先分析再入目标所受的摄动力,它是建立 运动模型的基础。再入目标通常可看作质点,由 于飞行时间较短且距地面很近,在无机动控制力 作用时,其运动主要受重力和空气动力影 响<sup>[2-3,5]</sup>。设地球引力位函数*V<sub>s</sub>*,地心到目标的矢 量为*r*,目标位置和速度分别为*x*(*t*)与*x*(*t*),重 力加速度可通过如下简单的微分关系计算:

 $a_{G}(t) = \partial V_{s}(t) / \partial r(t) \triangleq g[x(t), \dot{x}(t)]$  (1) 空气动力相对复杂,它与大气密度  $\rho$ 、飞行速率 V 和弹体有效截面积 S 均有关,计算公式为

$$\boldsymbol{a}_{A}(t) = -\rho[\boldsymbol{x}(t)] \cdot V^{2}(t) \cdot S \cdot [C_{x}(t), C_{y}(t),$$

$$C_{z}(t)]^{T}/(2M)$$

$$\triangleq -\dot{\boldsymbol{x}}(t) \cdot \boldsymbol{a}(t) \cdot \rho[\boldsymbol{x}(t)]$$

$$\cdot V^{2}(t)/(2\|\dot{\boldsymbol{x}}(t)\|) \qquad (2)$$

其中, $C_x(t)$ 、 $C_y(t)$ 、 $C_z(t)$ 为阻力系数, $\alpha(t)$ 为阻 力参数,式中乘法是指矢量对应分量相乘。 $\alpha(t)$ 通常是未知的,需要在线估计。准确的 $\alpha(t)$ 估值 不但有助于再入目标跟踪精度的改善,其倒数(阻 力系数 $\beta(t)$ )更是再入目标识别的重要信息源。

令 *k* 时刻目标的空间位置、速度矢量为  $X_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, z_k, \dot{z}_k]^T$ ,阻力参数矢量为  $\alpha_k = [\alpha_v, \alpha_c, \alpha_t]^T$ 。为了实现目标跟踪,将目标位置、速度和阻力参数均看作系统状态变量,引入测量 方程为  $Y_{k+1} = h(X_{k+1}) + n_{k+1}$ ,由此可得 *k* + 1 时刻的基于 MRV 模型的离散系统方程为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_{k+1} \\ \boldsymbol{\alpha}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X}_{k} + \boldsymbol{B} \cdot f(\boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{\alpha}_{k}) + \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{w}_{k} \\ \boldsymbol{\alpha}_{k+1} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\alpha}_{k+1} = h(\boldsymbol{X}_{k+1}) + \boldsymbol{n}_{k+1} \end{cases}$$

(3)

其中,  $A = blkdiag(A_1, A_1, A_1), B = blkdiag(B_1, B_1), B = blkdia$ 

 $B_1, B_1$ ,  $C = blkdiag(C_1, C_1, C_1), A_1 = [1, dt; 0, 1], B_1 = [0.5dt^2; dt], C_1 = [1; 1], f(X_k, \alpha_k) = a_{G,k} + a_{A,k}, dt$  为系统采样间隔,  $w_k, u_k$  和  $n_{k+1}$ 为不相关零均值高斯白噪声,记其方差分别为 $P_{w,k}, P_{u,k}$ 和  $P_{n,k+10}$ 

#### 1.2 模型相关性分析

引入测量方程,式(3)可以采用标准 UKF 算 法求解,此即传统的联合酉滤波器(the joint unscented filter, JUKF)。对于再入目标的 MRV 模 型,目标位置、速度和阻力参数均是未知变量,可 以分别看作系统的状态与参数。因此,为了降低 式(3)的计算复杂度,本文拟引入 DUKF 算法,实 现状态 *X* 和参数α 的分离估计。DUKF 的应用基 于两个基本假设:一是状态和参数没有明显的相 关性,二是将前一时刻状态和参数作为系统的确 定性输入<sup>[7,9-10]</sup>。

利用一些典型的再入目标轨迹与测量数据, 我们进行了大量的统计相关性计算。结果表明, 再入目标的位置、速度与阻力参数是满足弱相关 性的,特别是在机动性不高的段落尤其成立。 表1展示了一组具有代表性的计算结果,它是某 典型再入目标的位置、速度和阻力参数的相关系 数值,其中目标的位置、速度在发射系下给出,而 其阻力参数  $\alpha = [\alpha_v; \alpha_c; \alpha_t]$ 是在本体坐标系<sup>[2]</sup>下 分解的。

#### 表 1 某再入目标的运动状态(位置和速度) 与阻力参数的相关系数

Tab.1 Correlated coefficients of the state vector (position and velocity) and the drag parameter of a representative reentry target

| 相关系数                             | <i>x</i> 位置 | y 位置    | <i>z</i> 位置 | <i>x</i> 速度 | <i>y</i> 速度 | z 速度  |
|----------------------------------|-------------|---------|-------------|-------------|-------------|-------|
| 速度方向<br>( <i>α<sub>v</sub></i> ) | 0.142       | - 0.146 | - 0.144     | 0.015       | 0.019       | 0.031 |
| 升力方向<br>(α <sub>c</sub> )        | 0.160       | - 0.164 | - 0.161     | 0.012       | 0.036       | 0.043 |
| 转弯方向<br>(α <sub>ι</sub> )        | 0.112       | - 0.115 | - 0.112     | - 0.001     | 0.037       | 0.036 |

#### 2 再入目标的双重酉滤波

#### 2.1 基于确定性系统输入的双重酉滤波

DUKF 算法的其基本思想是,每个时刻用两 个规模较小的 UKF 滤波器分别实现状态和参数 的估计。针对系统(3),其滤波过程为:每个滤波 时刻设置两个滤波器,在状态滤波器中,*X* 为待 估变量,  $\alpha$  作为确定性的系统输入项(控制项); 在 参数滤波器中,  $\alpha$  作为待估变量, X 作为确定性 的系统输入项。设 k 时刻状态滤波器和参数滤 波器的估计值分别为 $\hat{X}_k$  和 $\hat{\alpha}_k$ , k + 1 时刻测量方 程为  $Y_{k+1} = h(X_{k+1}) + n_{k+1}$ ,则此时状态滤波器 对应的系统方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}_{k+1} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X}_{k} + \boldsymbol{B} \cdot f(\boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{\alpha}_{k}) + \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{w}_{k} \\ \boldsymbol{Y}_{k+1} = h(\boldsymbol{X}_{k+1}) + \boldsymbol{n}_{k+1} \end{cases}$$
(4)

参数滤波器对应的状态方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha}_{k+1} = \boldsymbol{\alpha}_{k} + \boldsymbol{u}_{k} \\ \boldsymbol{Y}_{k+1} = h \big[ \boldsymbol{A} \cdot \hat{\boldsymbol{X}}_{k} + \boldsymbol{B} f(\hat{\boldsymbol{X}}_{k}, \boldsymbol{\alpha}_{k+1}) + \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{w}_{k} \big] + \boldsymbol{n}_{k+1} \end{cases}$$
(5)

当输入项 $\hat{\alpha}_{k} = \hat{\alpha}_{k}$ 时,两滤波器可以并行处 理。算法的具体实现过程可参考文献[7,10]。需 要指出的是,这里的 DUKF 将前一时刻状态和参 数作为系统的确定性的输入,即仅在系统滤波中 校正一个常值偏差。本文称此算法为原始的双重 酉滤波算法。

#### 2.2 基于随机性系统输入的双重酉滤波

UKF 滤波器的基本出发点是将系统的待估变 量看作随机过程,而 DUKF 将前一时刻状态或参 数作为确定性系统输入,两者存在矛盾。这也意 味着 DUKF 存在着信息损失。为此,本文考虑将 前一时刻的状态或参数修改为随机性系统输入, 并称其为改进的 DUKF 算法(IDUKF)。具体实现 时,IDUKF 是通过补偿噪声的方式实现方差扰动 信息的引入。下面给出新算法的详细计算公式。

2.2.1 状态滤波器

k 时刻状态滤波器的系统状态变量为 $X_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, z_k, \dot{z}_k]^T$ ,其k + 1时刻的系统方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}_{k+1} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X}_k + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}_k, \boldsymbol{\alpha}_k) + \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{w}_k \\ \boldsymbol{Y}_{k+1} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}_{k+1}) + \boldsymbol{n}_{k+1} \end{cases}$$
(6)

与式(4)不同的是,这里的 $\hat{a}_k$ 是随机过程。其它符号意义同前。设已获得 k 时刻跟踪系统的状态和参数估值 $\hat{X}_k$ 与 $\hat{a}_k$ 及其误差协方差矩阵 $P_{x,k}$ 与 $P_{a,k}$ ,状态滤波器实现过程如下:

(1)状态采样

引入补偿噪声项  $\boldsymbol{\xi}_{k}$ ,假设它是零均值且方差 为  $\boldsymbol{P}_{a,k}$ 的高斯白噪声。取增广状态变量  $\boldsymbol{X}_{k+1}^{a}$  =  $[\boldsymbol{X}_{k}^{T}, \boldsymbol{\xi}_{k}^{T}]^{T}$ ,对  $\boldsymbol{X}_{k+1}^{a}$ 采样获得采样点  $\boldsymbol{x}_{k}^{a,i}$  =  $[\boldsymbol{x}_{k}^{i}, \boldsymbol{\xi}_{k}^{i}]$ 及其权值  $\boldsymbol{W}_{i}^{M}$ 与  $\boldsymbol{W}_{i}^{C}$  (*i* = 1,…,*L*,*L* 为采样点 总数)。

(2)状态预测  

$$\begin{cases}
\overline{X}_{k+1} = A \cdot \hat{X}_k + B \cdot \mu \\
\overline{P}_{X,k+1} = A \cdot P_{X,k} \cdot A^{\mathrm{T}} + B \cdot \\
(\sum_{i=1}^{L} W_i^C [\overline{\mu}_{k+1}^i - \mu] [\overline{\mu}_{k+1}^i - \mu]^{\mathrm{T}}) \cdot \\
B^{\mathrm{T}} + C \cdot P_{w,k} \cdot C^{\mathrm{T}}
\end{cases}$$
(7)

其中, $\overline{X}_{k+1}$ 和 $\overline{P}_{X,k+1}$ 分别为 $X_{k+1}$ 的预测均值和协 方差矩阵, $\overline{\mu}_{k+1}^i = f(x_k^i, \hat{\alpha}_k + \xi_k^i), \mu = \sum_{i=1}^L W_i^{M-i}$ 

(3)测量预测

对  $\overline{X}_{k+1}$ 和  $\overline{P}_{X,k+1}$ 重采样<sup>[8]</sup>获得采样点  $\overline{x}_{k+1}^{i}$ 及 其权值  $\overline{W}_{i}^{M}$ 与  $\overline{W}_{i}^{C}(i=1,\dots,\overline{L})$ 。令  $\overline{Y}_{k+1}$ 和  $\overline{P}_{Y,k}$ 为  $Y_{k+1}$ 的预测均值和协方差矩阵,  $\overline{P}_{XY,k+1}$ 为  $X_{k+1}$ 与  $Y_{k+1}$ 的互相关矩阵,  $\overline{Y}_{k+1}^{i} = h(\overline{x}_{k+1}^{i})$ ,则

$$\begin{cases} \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1} = \sum_{i=1}^{L} \overline{\boldsymbol{W}}_{i}^{M} \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}^{i} \\ \overline{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{Y},k+1} = \sum_{i=1}^{L} \overline{\boldsymbol{W}}_{i}^{C} [\overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}^{i} - \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}] \cdot \\ [\overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}^{i} - \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}]^{T} + \boldsymbol{P}_{n,k+1} \\ \overline{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{X}\boldsymbol{Y},k+1} = \sum_{i=1}^{L} \overline{\boldsymbol{W}}_{i}^{C} [\overline{\boldsymbol{x}}_{k+1}^{i} - \overline{\boldsymbol{X}}_{k+1}] \cdot \\ [\overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}^{i} - \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}]^{T} \end{cases}$$
(8)

(4)状态滤波

$$\begin{cases} \widehat{\boldsymbol{X}}_{k+1} = \overline{\boldsymbol{X}}_{k+1} + \boldsymbol{K}_{k+1} \cdot (\boldsymbol{Y}_{k+1} - \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}) \\ \boldsymbol{P}_{X,k+1} = \overline{\boldsymbol{P}}_{X,k+1} - \boldsymbol{K}_{k+1} \cdot \overline{\boldsymbol{P}}_{Y,k+1} \cdot \boldsymbol{K}_{k+1}^{T} \quad (9) \\ \boldsymbol{K}_{k+1} = \overline{\boldsymbol{P}}_{XY,k+1} \cdot \overline{\boldsymbol{P}}_{Y,k+1}^{-1} \end{cases}$$

2.2.2 参数滤波器

k 时刻参数滤波器的系统状态变量为 $\boldsymbol{\alpha}_{k} = [\alpha_{v,k}, \alpha_{c,k}, \alpha_{t,k}]^{\mathrm{T}}, 其 k + 1$ 时刻的系统方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha}_{k+1} = \boldsymbol{\alpha}_{k} + \boldsymbol{u}_{k} \\ \boldsymbol{Y}_{k+1} = h \left[ \boldsymbol{A} \cdot \widehat{\boldsymbol{X}}_{k} + \boldsymbol{B} \cdot f(\widehat{\boldsymbol{X}}_{k}, \boldsymbol{\alpha}_{k+1}) + \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{w}_{k} \right] + \boldsymbol{n}_{k+1} \end{cases}$$
(10)

与式(5)不同的是,这里的 $\hat{X}_k$ 是随机过程。其它符号意义同前。设已获得 k 时刻跟踪系统的状态和参数估值 $\hat{X}_k$ 与 $\hat{a}_k$ 及其误差协方差矩阵 $P_{x,k}$ 与 $P_{a,k}$ ,参数滤波器实现过程如下:

(1)状态预测

$$\begin{cases} \bar{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_k \\ \bar{\boldsymbol{P}}_{\alpha,k+1} = \lambda \boldsymbol{P}_{\alpha,k} + \boldsymbol{P}_{u,k} \end{cases}$$
(11)

 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1}$ 和  $\bar{\boldsymbol{P}}_{\alpha,k+1}$ 分别为  $\alpha_{k+1}$ 的预测均值和协方差矩阵,加权因子  $\lambda$  用于调节历史数据的贡献<sup>[7]</sup>。

(2)测量预测

引入补偿噪声项  $\eta_k$  和  $\zeta_k$ ,假设它们是零均 值高斯白噪声,方差分别为  $P_{x,k}$ 和  $P_{w,k}$ ,取增广状 态变量  $X_{k+1}^a = [\overline{\alpha}_{k+1}^T, \eta_k^T, \zeta_k^T]^T$ ,对  $X_{k+1}^a$ 采样获得 采样点  $x_{k+1}^{a,i} = [\overline{\alpha}_{k+1}^i, \eta_k^i, \zeta_k^i]$ 及其权值  $\overline{w}_i^M = \overline{w}_i^C(i$  $= 1, \dots, \overline{L}), \diamondsuit \overline{Y}_{k+1}^i = h[A \widehat{X}_k + A \eta_k^i + B f(\widehat{X}_k + \eta_k^i, \overline{\alpha}_{k+1}^i) + C \zeta_k^i],$ 则

$$\begin{cases} \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1} = \sum_{i=1}^{L} \overline{\boldsymbol{W}}_{i}^{M} \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}^{i} \\ \overline{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{Y},k+1} = \sum_{i=1}^{L} \overline{\boldsymbol{W}}_{i}^{C} [\overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}^{i} - \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}] \cdot \\ [\overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}^{i} - \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}]^{T} + \boldsymbol{P}_{n,k+1} \\ \overline{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{a}\boldsymbol{Y},k+1} = \sum_{i=1}^{L} \overline{\boldsymbol{W}}_{i}^{C} [\overline{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1}^{i} - \overline{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1}^{T}] \cdot \\ [\overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}^{i} - \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}]^{T} \end{cases}$$
(12)

(3)状态滤波

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1} = \overline{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1} + \boldsymbol{K}_{k+1} \cdot (\boldsymbol{Y}_{k+1} - \overline{\boldsymbol{Y}}_{k+1}) \\ \boldsymbol{P}_{a,k+1} = \overline{\boldsymbol{P}}_{a,k+1} - \boldsymbol{K}_{k+1} \cdot \overline{\boldsymbol{P}}_{Y,k+1} \cdot \boldsymbol{K}_{k+1}^{T} \quad (13) \\ \boldsymbol{K}_{k+1} = \overline{\boldsymbol{P}}_{aY,k+1} \cdot \overline{\boldsymbol{P}}_{Y,k+1}^{-1} \end{cases}$$

由滤波器的实现公式可见, IDUKF 与 DUKF 的主要区别是, IDUKF 通过补偿噪声  $\boldsymbol{\xi}_k$ 、 $\boldsymbol{\eta}_k$ 和 $\boldsymbol{\zeta}_k$ , 在状态滤波器的状态采样和参数滤波器的测量采 样中引入了方差信息。从信息利用率的角度考 虑, 改进后的算法应该有更高的精度和适用性。 下面对此进行具体分析。

#### 2.3 精度分析

UKF 以 UT 变换来计算变量的均值和方差, 其均值预测精度不低于 3 阶 Taylor 级数,方差预 测精度不低于 2 阶 Taylor 级数<sup>[7-8]</sup>,并且它的 Kalman 滤波框架,使得滤波结果完全由均值和方 差信息确定。因此下文主要在此截断阶下讨论算 法的均值和方差的计算精度。

首先,分析状态的估计精度。DUKF 和 IDUKF 的测量方程一致,因此只需对比两者的状态预测 过程。设已获得 *k* 时刻的状态和参数估计,由 Kalman 滤波的高斯假设,令  $X_k = \hat{X}_k + \eta_k, \eta_k \sim$  $N(0, P_{x,k}), \alpha_k = \hat{\alpha}_k + \xi_k, \xi_k \sim N(0, P_{\alpha,k})$ 。假设  $f(\cdot)存在三阶以上的导数, 记 f^{(i)} \leq f^{(i)}(\hat{x}), i =$ 0,…,3。由于高斯分布随机变量的 3 阶矩为零, 在 UKF 算法的近似精度下, IDUKF 的状态预测均 值和方差分别计算如下:

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{k+1} = \mathrm{E}(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X}_{k} + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}_{k}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k}) + \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{w}_{k})$$
$$= \boldsymbol{A} \cdot \hat{\boldsymbol{X}}_{k} + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k}) + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{f}^{(2)}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k}) \cdot$$
$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{X}, k}/2 + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{f}^{(2)}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k}) \cdot \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{\alpha}, k}/2 \quad (14)$$
$$\overline{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{X}, k+1} = \mathrm{E}[(\boldsymbol{X}_{k+1} - \boldsymbol{X}_{k+1/k})(\boldsymbol{X}_{k+1} - \boldsymbol{X}_{k+1/k})^{\mathrm{T}}]$$

$$= \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{X,k} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{P}_{\alpha,k+1/k} \cdot \mathbf{B}^{\mathrm{T}}$$
(15)

它们与原始系统式(3)是一致的。而 DUKF 的均 质和方差中无 ξ 的方差信息,具体公式为

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{k+1} = \mathrm{E}(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X}_{k} + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}_{k}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k}) + \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{w}_{k})$$

$$= \boldsymbol{A} \cdot \hat{\boldsymbol{X}}_{k} + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k}) + \boldsymbol{B} \cdot$$

$$f^{(2)}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k}) \cdot \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{X}, k}/2 \qquad (16)$$

$$\overline{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{X}, k+1} = \mathrm{E}[(\boldsymbol{X}_{k+1} - \boldsymbol{X}_{k+1/k})(\boldsymbol{X}_{k+1} - \boldsymbol{X}_{k+1/k})^{\mathrm{T}}]$$

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = (\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \qquad (17)$$

$$= \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{X,k} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}}$$
(17)

由上可见,一方面,DUKF由于信息损失,引 入了更多的状态预测误差;另一方面,DUKF的状 态预测方差变小会导致滤波增益减小,使得状态 预测值对滤波器的输出贡献增大。因此 DUKF 的 状态估计精度低于 IDUKF。

其次,分析参数估计精度。DUKF和 IDUKF 的状态预测方程一致,因此只需对比两者的测量 预测过程。类似可得,DUKF引入更多的测量预 测误差,并且增加了滤波估计值对该预测的依赖 程度,因此 DUKF 的参数估计精度低于 IDUKF。

#### 3 仿真实验

(1)跟踪精度与稳定性

本节通过仿真实验验证算法性能。实验的标 准运动轨迹是一精密仿真<sup>[10]</sup>的6自由度再入目 标弹道,弹道阻力参数设计参考了一些试验数据 的统计结果。测量数据由两个设置在落点附件地 面的三坐标雷达获得,雷达测距精度10m,测角精 度0.01°,采样率20Hz,不考虑系统误差和测量异 常值。设置3组滤波器,其运动模型和滤波算法 依次为:①MRV和JUKF算法,②MRV和DUKF, ③MRV和IDUKF。MRV模型见第1节,IDUKF的 实现过程见第2.2节,其它滤波器与其类似,也可 参考相关文献[5,7]。各滤波器采用相同的初始 化操作,即其位置初值均由单点解析解计算,速度 和阻力参数通过数据平滑得到,初始化时间2s。

稳定跟踪后,各滤波器的滤波误差均方差 (MSE)如表2所示。其中目标的位置、速度在发 射系下给出,而阻力参数是在本体坐标系下分解 的。由表2可见,IDUKF算法与JUKF算法的位 置、速度估计精度相当,但前者的阻力参数精度优 于后者。这对提高估计稳定性和后续目标识别等

表 2 不同滤波器的跟踪误差均方差

| Tab.2 | MSE of | the tracking | errors of the | different filters |
|-------|--------|--------------|---------------|-------------------|
|-------|--------|--------------|---------------|-------------------|

|             | x 位置  | y 位置   | z 位置   | <i>x</i> 速度 | <i>y</i> 速度 | z 速度  | 阻力参数     | 阻力参数     | 阻力参数     |
|-------------|-------|--------|--------|-------------|-------------|-------|----------|----------|----------|
|             | (m)   | (m)    | (m)    | (m/s)       | (m/s)       | (m/s) | 速度方向     | 升力方向     | 转弯方向     |
| MRV + JUKF  | 31.56 | 35.07  | 26.00  | 144.8       | 163.8       | 118.6 | 0.001 39 | 0.001 72 | 0.002 02 |
| MRV + IDUKF | 2582  | 35 408 | 62 601 | 101         | 1 453       | 2 341 | 467      | 123      | 8        |
| MRV + IDUKF | 31.83 | 35.47  | 25.95  | 155.8       | 178.8       | 121.5 | 0.001 19 | 0.001 59 | 0.0020   |

应用是十分有意义的。滤波器 II 在本文的仿真 条件下出现了发散,为分析其原因,分别计算阻力 参数的变化率曲线和加速度相对阻力参数的灵敏 度曲线<sup>[11]</sup>,如图 1 和图 2 所示。可见本实验条件 下,阻力参数变化比较剧烈,即式(14)和式(15)的 最后一项均不可忽略。实际上,通过大量仿真和 试验数据验证,我们发现原始 DUKF 算法由于误 差的累积效应,应用于机动性较强的再入目标跟 踪时,容易出现跟踪不稳定现象。



(2)不完全处理能力

目标的高机动和再入大气的复杂测量环境, 使得真实再入测量设备容易出现失锁和测量异 常,导致不完全测量出现。不完全测量是指:信息 获取系统在测量过程中丢失了数据,数据不完整, 使得系统按原来的处理方法,不能还原出所需的 事物信息<sup>[12]</sup>。因此,下面给出一个更符合实际的 算例。在前文仿真条件下,人为地剔除设备的一 些测量数据。此时测量情况如图 3 所示,曲线 1 ~3分别代表第一部雷达的距离、方位和俯仰测 量通道,曲线4~6分别代表第二部雷达的距离、 方位和俯仰测量通道,空白时段表示该通道无可 用数据。可见,40~60s时间段内,系统出现了不 同程度的不完全测量现象。





Fig.3 The observable time of the instruments 利用 UKF 的模型预测机制,图中的不完全测 量时段,滤波器仍采用标准 UKF 算法的执行过 程,只是输入滤波器的测元减少,而当测元全部缺 失时,滤波器则完全按预测过程执行(此时  $\hat{X}_{k+1} = X_{k+1/k}, \hat{\alpha}_{k+1} = \bar{\alpha}_{k+1}$ )。图 4~6 给出了滤波器 III 和滤波器 IV 的滤波误差曲线。图中曲线表示的是 合成误差,由各方向误差平方根计算获得。以位 置[ $x_k(t), y_k(t), z_k(t)$ ]<sup>T</sup>为例,设其估计值为[ $\hat{x}_k$ (t), $\hat{y}_k(t), \hat{z}_k(t)$ ]<sup>T</sup>,其计算公式为

$$\Delta P = \begin{bmatrix} x_k(t) - \hat{x}_k(t), y_k(t) - \hat{y}_k(t), z_k \\ - \hat{z}_k(t) \end{bmatrix}^{1/2}$$
(18)





Fig.4 Tracking errors of the drag parameter

由图 4~6 可见,在不完全测量的情况下, MRV 模型与 UKF 算法的组合可以实现目标连续 跟踪,其中 IDUKF 算法的不完全处理能力优于



图 6 速度跟踪误差 Fig.6 Tracking errors of the velocity

JUKF。这是由于 IDUKF 算法的两个滤波器结构 相对简单,系统维数降低,待估参数少,增强了系 统的稳定性和可观测度<sup>[13]</sup>,达到了改善不完全处 理能力的目的。需要指出的是,在工程应用中,数 据长时间缺失时,预测模型的累积预报误差可能 导致滤波器发散,需要采取相应的发散判读和应 急机制。这可以通过构造检验统计量或引入最长 预报时间等方法实现。

#### 4 结论

针对再入动力学模型同时含有未知状态和参数的特点,建立了一种改进的 DUKF 算法。该算法舍弃了原始 DUKF 算法的"确定性系统输入"假设,将输入项看作是随机过程。由于累积误差减小,应用于再入问题时,新算法比原始算法具有更高的精度和稳定性。仿真计算还表明,相对于扩维滤波器 JUKF,新算法能够获得更好的阻力参数估计精度和更强的不完全处理能力。实际上,对于其它同时含有未知状态与参数的系统,文中的DUKF 算法同样有一定的参考价值。后续工作将

集中于算法在再入目标跟踪实测数据处理中的应 用,以及算法向其它领域的推广。

### 参考文献:

- [1] Li X R, Jilkov V P. A Survey of Maneuvering Target Tracking: Dynamic Models[C]//Proc. 2000 SPIE Conf. on Signal and Data Processing of Small Targets, Orlando, Florida, USA, April 2000, V4048: 212 – 235.
- [2] Li X R, Jilkov V P. A Survey of Maneuvering Target Tracking— Part II: Ballistic Target Models [C]//Proc. 2001 SPIE Conf. on Signal and Data Processing of Small Targets, San Diego, CA, USA, 2001, 4473 – 63.
- [3] 赵汉元.飞行器再入动力学和制导[M].长沙:国防科技大学出版社,1997.
- [4] 高羽,张建秋,尹建君.机动目标的多项式预测模型及其 跟踪算法[J].航空学报,2009(8):1479-1489.
- [5] Liu Y, Zhu J B, Hu Z T, et al. Dynamic Modeling and Simplified UKF for Reentry Vehicle[C]//First International Congress of Image and Signal Processing, Sanya, Hainan, China, 2008(5): 436 – 441.
- [6] Liang Y Q, Han C Z. Tracking of Semi-ballistic Reentry Vehicle [C]//The 2008 IEEE Multi-conference on Systems and Control, San Antonio, Texas, USA, 2008: 3 – 5.
- [7] Van der Merwe R. Sigma-point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-space Models [D]. Oregon Health & Science University, 2004.
- [8] Liu Y, Yu A X, Zhu J B, et al. Unscented Kalman Filtering in the Additive Noise Case[J]. Sci China Tech Sci, 2010, 53: 929 - 941.
- [9] Wan E A, Nelson A T. Dual Kalman Filtering Methods for Nonlinear Prediction, Estimation and Smoothing [C]//Advances in Neural Information Processing Systems, 1997.
- [10] Gove J H, Hollinger D Y. Application of a Dual Unscented Kalman Filter for Simultaneous State and Parameter Estimation in Problems of Surface-atmosphere Exchange[J]. Journal of Geophysical Research, 2006, 111(D08S07): 1 – 21.
- [11] 吴旭光.水下自主航行器动力学模型——建模和参数估 计[M].西安:西北工业大学出版社,1998.
- [12] 朱炬波.不完全测量数据的建模、处理及应用[D].长沙: 国防科技大学,2004.
- [13] Tian X J, Xie Z H, Dai A G. A Land Surface Soil Moisture Data Assimilation System Based on the Dual-UKF Method and the Community Land Model [J]. Journal of Geophysical Research, 2008, 113(D14127): 1 – 11.