

文章编号: 1001 - 2486(2011)01 - 0091 - 04

基于模拟退火算法的阵列模型有源校正方法*

杨 勇, 谭 渊, 张晓发, 袁乃昌

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对同时存在通道幅度相位不一致与阵列互耦的均匀直线阵列,提出了一种采用模拟退火算法的阵列模型校正方法。该方法使用多个辅助信源分时工作,根据子空间基本原理构造目标函数,采用模拟退火算法对幅相误差矩阵及互耦矩阵进行估计。利用该方法对均匀直线阵进行了计算机仿真与实测实验,仿真及实验结果证明了该方法是有效可行的。

关键词:阵列信号处理;通道校正;互耦校正;模拟退火

中图分类号: TN953 + .3 **文献标识码:** A

Calibration of Array Model with Multiple Sources Based on Simulated Annealing

YANG Yong, TAN Yuan, ZHANG Xiao-fa, YUAN Nai-chang

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A method of calibrating the channel uncertainty and mutual coupling of uniform linear array is presented, which is based on simulated annealing algorithm. It used multiple calibration sources working at different time. According to the principle of signal subspace, the target function was constructed. Then, by using simulated annealing algorithm, the gain and phase error matrix and mutual coupling matrix were estimated. Finally, computer simulation and experiment result demonstrates the efficiency of this method.

Key words: array signal processing; channel calibration; mutual coupling calibration; simulated annealing

近 20 多年来,以 MUSIC^[1]算法为代表的基于特征分解的超分辨测向技术已经成为无线通信、电子对抗、声纳等众多领域的研究热点^[2],并且在理论上取得了许多重大的突破。但在实际应用过程中,各种模型误差将使得这类算法的性能急剧下降甚至失效^[4],因此必须采取有效措施对其进行校正。

早期的阵列模型校正方法是通过在阵列远场离散方位点上设置辅助信源,并对阵列流形直接进行离散测量、内插^[5]、存储来实现的。但该方法实现的代价较大,而且阵列流形的内插精度也往往不能满足要求。20 世纪 90 年代以后,人们通过对阵列扰动进行建模,将阵列模型误差校正逐渐转化为一个参数估计问题。参数类的阵列模型校正方法通常可以分为自校正类^[6]和有源校正类^[8]。自校正类方法通常将空间信源的方位与阵列的扰动参数根据某种优化函数进行联合估计。阵列校正可以不需要方位已知的辅助信源,而且可以在实际方位估计时在线完成。但由于扰动参

数与方位参数之间的耦合,特别是在多种模型误差存在的情况下,参数估计的全局收敛性往往也无法保证。更为重要的是,参数联合估计对应的高维、多模非线性优化问题带来了庞大的运算量。有源校正通过在空间设置方位精确已知的辅助信源来对阵列扰动参数进行离线估计,不过需要辅助信源精确位置信息,这增加了准确校正的难度。

通常认为引起超分辨测向算法性能急剧下降的模型误差主要有两种,即通道增益和相位的不一致性及阵元间互耦。已有很多文献对这两种模型误差的校正进行了研究,但大多都是分别只对阵列幅相误差^[9-10]或阵元互耦^[11]进行校正,或者首先利用矩量法计算得到互耦矩阵^[12],再对其它误差进行校正。本文基于子空间基本原理,提出一种采用模拟退火算法的辅助信号源估计均匀直线阵列幅相误差及互耦的方法。当然,辅助信源的方位信息同样需要准确已知。信源的方位误差将最终体现到幅相误差矩阵中^[13],在实际应用中,可以将信源置于近场或用其它方法以使得信

* 收稿日期:2009 - 11 - 24

作者简介:杨勇(1984—),男,博士生。

源的方位误差保持在可接受的范围内。通过测量得到至少两个不同方位辅助信源的阵列接收数据,并根据子空间基本原理构造目标函数,采用模拟退火法估计得到阵列的幅相误差矩阵及互耦矩阵。对该方法的模拟仿真结果表明该方法是一种有效的同时存在通道不一致与互耦的阵列模型校正方法。

1 信号模型

设有 N 个阵元组成的均匀直线阵,阵元间距为 d , M 个远场窄带不相干信号从方向 θ_m 入射到该阵列上, $m = 1, \dots, M$, 则存在通道幅相误差及阵列互耦时阵列第 k 次快拍的输出矢量可表示为

$$\mathbf{X}(k) = \mathbf{F}\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{S}(k) + \mathbf{N}(k) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{X}(k)$ 和 $\mathbf{N}(k)$ 分别为 $N \times 1$ 的接收数据矢量和噪声矢量, 噪声为零均值, 方差为 σ^2 的高斯加性白噪声, $\mathbf{S}(k)$ 为 $M \times 1$ 的信号矢量, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}(\theta_M)]$ 为阵列流型矩阵, $\mathbf{a}(\theta_m) = [1 \quad e^{jk_c d \sin(\theta_m)} \quad \dots \quad e^{jk_c (N-1) d \sin(\theta_m)}]^T$ ($m = 1, \dots, M$) 为信号对应的导向矢量, k_c 为波速, $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}(\rho_1 e^{j\varphi_1}, \rho_2 e^{j\varphi_2}, \dots, \rho_N e^{j\varphi_N})$ 为幅相误差对角矩阵, \mathbf{C} 为阵列互耦矩阵。

阵列输出的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} = \text{E}[\mathbf{X}(k)\mathbf{X}^H(k)] = \widetilde{\mathbf{A}}\mathbf{R}_{\mathbf{S}\mathbf{S}}\widetilde{\mathbf{A}}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{R}_{\mathbf{S}\mathbf{S}}$ 为信号协方差矩阵, $\widetilde{\mathbf{A}} = \mathbf{F}\mathbf{C}\mathbf{A}$ 为存在幅相误差及互耦时的阵列流型矩阵。对 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$ 进行特征分解, 得到信号特征向量 \mathbf{E}_S 及噪声特征向量 \mathbf{E}_N 两部分, 二者张成的空间分别为信号子空间和噪声子空间, 且满足

$$\mathbf{E}_S\mathbf{E}_S^H + \mathbf{E}_N\mathbf{E}_N^H = \mathbf{I} \quad (3)$$

构造 MUSIC 算法空间谱函数

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\widetilde{\mathbf{a}}^H(\theta)\mathbf{E}_N\mathbf{E}_N^H\widetilde{\mathbf{a}}(\theta)} \quad (4)$$

谱函数的峰值对应的方向即为信号的入射方向, 在空间谱搜索过程中, 必须首先在原阵列导向矢量 $\mathbf{a}(\theta)$ 上进行校正, 得到校正后的导向矢量 $\widetilde{\mathbf{a}}(\theta) = \mathbf{F}\mathbf{C}\mathbf{a}(\theta)$, 如此才能得到正确的空间谱。

2 幅相误差及互耦的校正

2.1 校正思路

由上节可知, 阵列幅相误差可由一个对角矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 表示。而对于均匀直线阵, 其互耦矩阵 \mathbf{C} 为一带状、对称 Toeplitz 矩阵, 且可由第一行的互耦

系数 $\mathbf{c} = [1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_p]$ 完全表示^[14], p 为互耦自由度, 互耦矩阵可写为

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & c_1 & c_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & 1 & & & & 0 & 0 \\ c_2 & & & & \ddots & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & \ddots & & & & c_2 \\ 0 & 0 & & & & 1 & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_2 & c_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

因此, 对于存在幅相误差及互耦的 N 元阵, 以第一个阵元为基准, 总共只需要估计 $N + p - 2$ 个复参数。

在远场 θ_m 方向放置一辐射源, 采集阵列输出信号, 由 K 次快拍数据估计得到阵列协方差矩阵

$$\hat{\mathbf{R}}_m = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{X}(k)\mathbf{X}^H(k) \quad (6)$$

对其进行特征分解, 得信号对应的特征向量 $\mathbf{u}_{S,m}$ 及噪声对应的特征矢量 $\mathbf{E}_{N,m}$, 此时有

$$\widetilde{\mathbf{a}}(\theta_m) = k_m \mathbf{u}_{S,m} \quad (7)$$

$$\widetilde{\mathbf{a}}(\theta_m) \perp \text{span}(\mathbf{E}_{N,m}) \quad (8)$$

式(7)中, k_m 为一常数。根据式(7)或式(8)构造目标函数

$$F_{1,m} = \|\widetilde{\mathbf{a}}(\theta_m) - k_m \mathbf{u}_{S,m}\|^2 \quad (9)$$

$$F_{2,m} = \|\mathbf{E}_{N,m}^H \widetilde{\mathbf{a}}(\theta_m)\|^2 \quad (10)$$

当目标函数位于全局最小点时对应的 $\hat{\mathbf{\Gamma}}$ 、 $\hat{\mathbf{C}}$ 即为幅相误差与互耦矩阵的估计值。对于 M ($M \geq 2$) 个分时工作的辅助信源, 有

$$(\hat{\mathbf{\Gamma}}, \hat{\mathbf{C}})_i = \underset{\mathbf{\Gamma}, \mathbf{C}}{\text{argmin}} \left(\sum_{m=1}^M F_{i,m} \right) \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

2.2 校正过程

采用模拟退火算法对式(11)进行全局寻优。模拟退火算法^[15]结构简洁, 对初始点的选取依赖性不强, 算法求得的解与初始解状态(是算法迭代的起点)无关, 模拟退火算法具有渐近收敛性, 已在理论上被证明是一种以概率 1 收敛于全局最优解的全局优化算法, 原则上问题的维数也不受限制, 它能有效地求出全局最小点或近似全局最小点, 很适合于求解大规模多参数非线性优化问题, 优化效果明显。此方法是基于蒙特卡罗迭代求解法的一种启发式随机搜索过程, 其出发点是基于物理中固体物质的退火过程, 将固体加温至充分高, 再让其徐徐冷却, 加温时, 固体内部粒子随温升变为无序状, 内能增大, 而徐徐冷却时粒子渐趋

有序,在每个温度都达到平衡态,最后在常温时达到基态,内能减为最小。根据 Metropolis 准则,粒子在温度 T 时趋于平衡的概率为 $e^{-\Delta E/(kT)}$,其中 E 为温度 T 时的内能, ΔE 为其改变量, k 为波尔兹曼常数。用固体退火模拟组合优化问题,将内能 E 模拟为目标函数值 F ,温度 T 演化成控制参数 t ,即得到解组合优化问题的模拟退火算法:由初始解 x 和控制参数初值 t 开始,对当前解重复“产生新解→计算目标函数差→接受或舍弃”的迭代,并逐步衰减 t 值,算法终止时的当前解即为所得近似最优解。退火过程由冷却进度表(Cooling Schedule)控制,包括控制参数的初值 t 及其衰减因子 Δt 、每个 t 值时的迭代次数 L 和终止条件 S 。

在整个退火历程中,初始温度越大,则搜索到全局最优解的可能性大,但因此要花费大量的计算时间;反之,则可节约计算时间,但全局搜索性能可能受到影响。实际应用过程中,初始温度一般需要依据实验结果进行若干次调整。整个幅相误差矩阵及互耦矩阵需估计 $N + p - 2$ 个复参数,即 $2(N + p - 2)$ 个实参数,将其按实部、虚部或幅度、相位表示为 $2(N + p - 2)$ 维向量 x ,则 x 的估计过程^[16]如下:

- (1)确定辅助信号源的入射方向 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$,构造目标函数 $F = \sum_{m=1}^M F_{1,m}$ 或 $F = \sum_{m=1}^M F_{2,m}$ 。
- (2)令 $i = 0, T = T_0, T_0$ 为初始温度,每个 T 值的迭代次数设为 L ,选择初值 $x(0)$ 使得 $\mathbf{I} = \mathbf{I}, \mathbf{c} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$ 。
- (3)由 $x(i)$ 随机扰动产生一个新的候选解 $x(i + 1)$ 。
- (4)计算 $\Delta F = F(i + 1) - F(i)$ 。
- (5)如果 $\Delta F \leq 0$,接受新解;否则给出一个服从均匀分布 $0 \sim 1$ 的随机数,如果 $\exp\left(-\frac{\Delta F}{T}\right)$ 大于这个随机数,则接受新解。
- (6) $i = i + 1$,如果 $i \leq L$,返回到第(3)步。
- (7)令 $i = 0$,根据温度方案减小 T 。
- (8)如果满足终止条件,则终止,否则返回第(3)步。

终止条件通常取为连续若干个新解都没有被接受时终止算法。

由估计所得幅相误差矩阵 $\hat{\mathbf{I}}$ 及互耦矩阵 $\hat{\mathbf{C}}$ 对 $\mathbf{a}(\theta)$ 进行校正,得到校正后的阵列导向矢量 $\hat{\mathbf{a}}(\theta) = \hat{\mathbf{I}}\hat{\mathbf{C}}\mathbf{a}(\theta)$,代入式(4)计算即得到信号校正后的 MUSIC 谱。

3 仿真实验

均匀直线阵阵元数为 8,阵元间距为 0.5λ ,接收数据快拍数为 500,信噪比为 20dB。令辅助源先后位于 0° 和 15° ,实际应用中,可固定信源,旋转天线实现信号从不同方向入射,因为天线旋转角度比信源角度更容易精确测量。采用以上方法对幅相误差矩阵及阵列互耦进行估计,得其估计结果分别如表 1、表 2 所示。

表 1 幅相误差估计结果

Tab.1 The estimation result of gain and phase error

阵元号	幅度	幅度	误差 %	相位	相位	误差 %
	真实值	估计值		真实值	估计值	
1	1	1	0	0	0	0
2	0.9080	0.9095	0.1652	0.1326	0.1238	6.6365
3	0.7071	0.7070	0.0141	0.7854	0.7812	0.5348
4	0.7071	0.7067	0.0566	-0.1419	-0.1435	1.1276
5	0.8616	0.8635	0.2205	0.3805	0.3786	0.4993
6	0.9060	0.9107	0.5188	0.6523	0.6505	0.2759
7	0.9849	0.9944	0.9646	-0.8501	-0.8564	0.7411
8	1.0218	1.0248	0.2936	-1.2212	-1.2272	0.4913

表 2 互耦系数 c_p 估计结果

Tab.2 The estimation result of mutual coupling coefficient c_p

系数 p	幅度	幅度	误差 %	相位	相位	误差 %
	真实值	估计值		真实值	估计值	
1	1	1	0	0	0	0
2	0.5166	0.4972	3.7553	-0.2544	-0.2225	12.5393
3	0.1523	0.1516	0.4596	0.4049	0.3707	8.4465
4	0.0550	0.0551	0.1818	0.4311	0.4151	3.7114

由估计误差可以看出,采用前面所述方法能较准确估计阵列的幅相误差及互耦,由所估计的结果对位于 $-1^\circ, 1^\circ$ 的两辐射源的方位角进行估计,信噪比为 20dB,并与无校正及用已知模型校正比较,所得的 MUSIC 谱如图 1 所示。

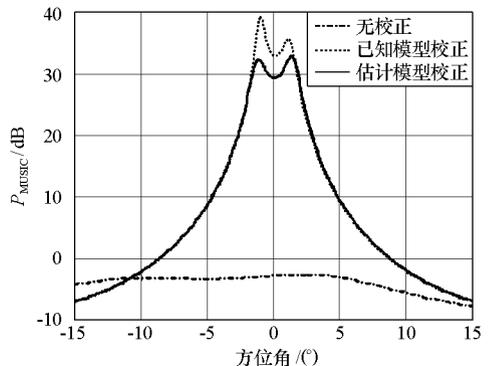


图 1 仿真数据校正前后 MUSIC 谱

Fig.1 The MUSIC spectrum of simulating data before and after calibration

为进一步验证方法的效果,对四元阵列进行了测量。阵列工作频率 4.5GHz,阵元为平面螺旋天线,阵元间距为 0.06m,信源与接收阵列在暗室中按图 2 进行放置。各阵元之间有较大的互耦及幅相误差,先后在 -1° 、 -0.5° 和 1.5° 放置辅助信源,按照前文所述方法估计模型误差,经校正后得到间隔 3° 两信源的 MUSIC 谱如图 3 所示。

很明显,存在模型误差时,MUSIC 谱估计性能严重恶化,无法正确获得信源方位信息。而前文所述方法估计幅相误差矩阵及互耦进行模型校正后,MUSIC 谱能比较准确地得到信源方位,是一种有效的校正方法。



图 2 暗室测试
Fig.2 Testing in darkroom

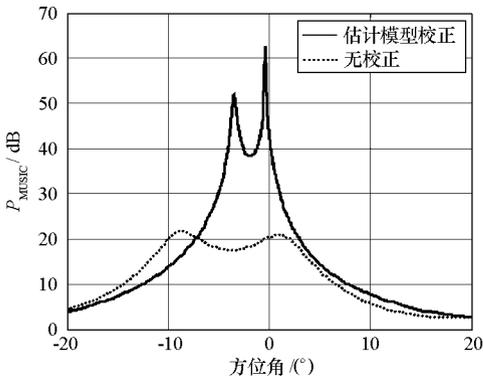


图 3 实测数据校正前后 MUSIC 谱
Fig.3 The MUSIC spectrum of real data before and after calibration

4 结论

阵列模型校正是超分辨谱估计在实际应用中必须解决的问题。提出了一种对均匀线阵的通道幅相误差及互耦进行同时校正的方法,设置两个以上辅助信源分时工作,根据子空间基本原理构造目标函数,最后采用模拟退火算法对幅相误差及互耦进行估计。计算机仿真及实验结果表明,

该方法具有较小的估计误差,是一种有效的存在通道幅相误差与互耦的阵列模型校正方法。

参考文献:

- [1] Schmidt R O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation[J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation, 1986, 34: 276 - 280.
- [2] Godara L C. Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-forming and Direction-of-arrival Considerations[J]. Proceedings of the IEEE, 1997, 85(8): 1195 - 1245.
- [3] 于红旗, 黄知涛, 周一宇, 等. 一种不需要特征值分解的 MUSIC 方法[J]. 国防科技大学学报, 2007, 29(4): 91 - 94.
- [4] Swindlehurst A L, Kailath T. A Performance Analysis of Sub-space Based Methods in the Presence of Model Errors, Part I: The MUSIC Algorithm[J]. IEEE Trans. on TASSP, 1992, 40(2): 1758 - 1774.
- [5] Weiss A J, Friedlander B. Manifold Interpolation for Diversely Polarized Arrays[J]. IEE Proc. Radar, Sonar and Navigation, 1994, 141(1): 19 - 24.
- [6] Friedlander B, Weiss A J. Direction Finding in the Presence of Mutual Coupling[J]. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 1991, 39(3): 273 - 284.
- [7] Horiki Y, Newman E H. A Self-calibration Technique for a DOA Array with Near-zone Scatterers[J]. IEEE Trans AP, Apr. 2006, 54(4): 1162 - 1166.
- [8] Hung E. Matrix-construction Calibration Method for Antenna Arrays [J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(3): 819 - 828.
- [9] 李有明, 王让定, 文化峰. 均匀直线阵幅相误差校正的扰动分析及最优化算法[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(7): 1653 - 1656.
- [10] 吴向东, 张守宏, 董玫. 阵列通道不一致条件下波达方向估计及其校正[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(10): 1847 - 1850.
- [11] 伍裕江, 聂在平. 一种新的互耦补偿方法及其理论分析 [J]. 电子学报, 2007, 35(3): 492 - 496.
- [12] 于斌, 尹成友, 黄冶. 阵列天线互耦、阵元位置误差和通道不一致性的校正[J]. 微波学报, 2008, 24(4): 56 - 59.
- [13] 贾永康, 保铮, 李有明. 线性阵相位误差校正约束条件性能分析[J]. 电子学报, 1998, 26(4): 104 - 106.
- [14] Svantesson T. Mutual Coupling Compensation Using Subspace Fitting[C]//Proceedings of IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop, 2000: 494 - 498.
- [15] 康立山. 非数值并行算法(第一册) - 模拟退火算法[M]. 北京: 科学出版社, 1994.
- [16] 于斌, 尹成友, 黄冶. 基于模拟退火算法校正天线阵列方向性误差[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(2): 174 - 177.