

文章编号: 1001-2486(2011)02-0054-06

## 雷达部署对进动目标微多普勒频率的可测性分析\*

马 梁,王雪松,李永祯,王 涛

(国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

**摘要:**以导弹攻防对抗中防御雷达对空间目标的微多普勒频率检测为背景,分析了雷达部署位置对进动目标微多普勒测量值的影响。理论上可证明,当目标的外形尺寸和进动参数确定后,微多普勒频率由进动轴和雷达视线的夹角(平均视线角)唯一决定。从雷达部署在弹道平面内不同区域以及雷达距弹道平面不同距离两方面出发,分析了微多普勒调制带宽随雷达位置的变化规律,为导弹防御系统中的雷达布站提供了有效的参考依据,典型参数下的仿真结果验证了本文的分析和结论。

**关键词:**雷达位置;进动目标;微多普勒;检测

**中图分类号:** TN958 **文献标识码:** A

## Influence of Radar Location on the Measurability of Micro-doppler Detecting for Precession Target

MA Liang, WANG Xue-song, LI Yong-zhen, WANG Tao

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** With the purpose of detecting micro-Doppler under the background of missile confrontation, the influence of the radar location was researched. It was proved in theory that when the dimension and the dynamic parameters of the precession target are invariable, the micro-Doppler is only determined by the angle which is between the radar sight and the precession axis called the average sight angle. In the research, the change of the average sight angle and the micro-Doppler bandwidth caused by different locations of radar was studied. At the same time the simulation results in the typical scenarios were shown in figures, which validated the ideas. The conclusion of this paper will benefit how to deploy the radar for detecting ballistic targets.

**Key words:** radar location; precession target; micro-Doppler; detection

弹道中段时间长、目标运动简单,被认为是导弹识别、拦截的关键阶段<sup>[1]</sup>。进动是中段弹头特有的微运动方式,与目标形状结构、质量分布和动力学特性等物理属性密切相关。通过对进动目标微多普勒效应的分析与处理,为空间非合作目标探测与识别提供了一条可行的途径,也成了弹道中段目标识别研究的热点领域之一<sup>[2,3,8-10]</sup>。

Chen等系统研究了雷达观测中的微运动和微多普勒现象,分析了刚体目标多种形式微运动的特点和微多普勒效应的分析与处理方法<sup>[3-7]</sup>,针对理想点目标,推导了其在振动、转动、滚动和锥旋四种基本微动条件下的微多普勒表达形式<sup>[3]</sup>;在国内,国防科技大学、中国航天科工集团等多家研究小组围绕空间目标的微多普勒分析及微运动特征提取开展了深入的工作<sup>[8-10]</sup>。需要指出的是,微运动和微多普勒的概念最初来源于相

干激光雷达<sup>[11-12]</sup>,地基防御雷达在什么条件下可以检测出来袭目标的微运动信息目前在国内外尚无共识,关于这方面的分析还未见到公开报道。

当中段弹头的几何外形、弹道特征和微运动参数确定后,理论上可以证明,进动引起的微多普勒大小由进动轴和雷达视线的夹角(平均视线角)唯一确定。根据雷达信号理论<sup>[13]</sup>,目标的微多普勒值越大,在相同的相参处理时间内,雷达越容易获得更为精确的微动特征。对弹道导弹这类高速运动目标而言,雷达很难对其保持较长的相参积累时间,因此如何提高微多普勒的观测值就显得尤为重要。本文分析了雷达部署在弹道平面内、外不同位置时,平均视线角的变化规律,并根据导弹攻防对抗双方不同的需求,分别指出了有助于或不利于微运动探测的区域,最后通过仿真实验验证了本文的结论。

\* 收稿日期:2010-10-24

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(60736006)

作者简介:马梁(1983—),男,博士生。

## 1 中段目标运动学特性

由理论力学可知,导弹的中段飞行可近似为一位于速度矢量与地球引力矢量所决定的平面内的运动,该平面称弹道平面<sup>[14]</sup>。同时,由于弹箭分离以及诱饵释放时的横向干扰,弹头在中段飞行过程中将会产生微运动<sup>[2,8]</sup>,具体而言,弹头的微运动指的是围绕自身对称轴自旋的同时绕进动轴做圆锥运动。为了保证弹头以较小的攻角再入大气层,进动角通常控制在几度到十几度,而进动轴的指向通常被设计为再入时的零攻角方向。

根据弹道学的相关知识<sup>[14]</sup>,导弹自由段的运动方程可以表示为

$$r = P / (1 + e \cos f) \quad (1)$$

其中  $r$  表示导弹在以地心  $o$  为坐标原点的极坐标系中的极轴,  $f$  表示极角;  $e$  和  $P$  分别为偏心率和半通径,二者由导弹关机点参数(速度、高度和弹道倾角)决定。

导弹在飞行过程中的弹道倾角可通过式(2)进行计算(此处,弹道倾角定义为速度矢量与弹头质心所在水平面的夹角)<sup>[14]</sup>:

$$\Theta = \arctan [ e \sin f / (1 + e \cos f) ] \quad (2)$$

一般来说,对于中近程弹道导弹,通常以主动段关机点高度作为划分自由段和再入段的标准高度,大约 50 ~ 70 km;而对远程导弹而言,则通常以高度 80 ~ 100 km 为界<sup>[14]</sup>。在此取导弹距地面 80 km 时为再入点,由式(1),再入时的极角  $f_D$  为

$$f_D = 2\pi - \arccos [ (P - r_D) / (r_D e) ] \quad (3)$$

其中,  $r_D = R_0 + 80000$ ,  $R_0$  为地球平均半径。

将式(3)代入式(2),可计算出再入时的弹道倾角

$$\Theta_D = \arctan [ e \sin f_D / (1 + e \cos f_D) ] \quad (4)$$

弹头目标在中段飞行的过程中,进动轴指向再入时的零攻角方向,也即式(4)所决定的  $\Theta_D$  方向。

## 2 中段目标微多普勒特性

根据 Chen 等的分析<sup>[3]</sup>,当中段目标以进动角速率  $\omega$ 、进动角  $\theta$  运动时,弹体上某一理想点散射中心  $A$  的微多普勒可以表征为

$$f_d = \frac{2\omega \sin \theta \sin \alpha}{\lambda} \left\{ l + a \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right\} \cdot \cos \omega t \quad (5)$$

其中,  $l$  和  $a$  分别为该点到质心的垂直距离和水平距离,如图 1 所示。 $\alpha$  为进动轴和雷达视线的夹角,又称雷达平均视线角。

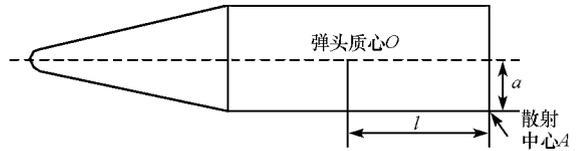


图1 理想点散射中心在弹头上的位置  
Fig. 1 The position of the ideal scattering center on the warhead

由式(5)可见,目标进动会对雷达回波产生微多普勒调制,使回波的多普勒展宽。当目标包含多个散射中心时,由于各个散射中心的几何位置不同,雷达回波在时频图上将呈现为多条振幅不同的正弦曲线。定义一个周期内,微多普勒频率的最大值与最小值之差为微多普勒调制带宽,即

$$B_d = \frac{4\omega \sin \theta \sin \alpha}{\lambda} \left\{ l + a \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right\} \quad (6)$$

$B_d$  的大小表征了回波多普勒展宽的程度,在相同的相参处理时间内,  $B_d$  越大,雷达越容易观测到目标的微动现象。而弹道目标在一次飞行过程中,其几何尺寸和进动参数保持不变,由式(6)可见,微多普勒调制带宽由雷达平均视线角  $\alpha$  唯一决定,  $\alpha$  越接近  $90^\circ$ ,  $B_d$  越大。记  $\alpha = 90^\circ$  时的最大调制带宽为  $B_{d\max}$ 。

$\alpha$  随着目标弹道运动而时刻改变,因此,不同时刻的  $B_d$  也有较大差异。显然,如果目标在飞行过程中,大部分时间的  $B_d$  都处于一个较大的量级,则这个目标的微动现象就更容易被雷达通过微多普勒分析的手段观察到。为了定量描述这种“易检测性”,做如下定义:若当前时刻的微多普勒调制带宽  $B_d \in [B_{d\max}/2, B_{d\max}]$ ,则认为该时刻属于“易检测”时段,反之,则认为属于“不易检测”时段。

需要说明的是,这种“易检测性”是在目标几何尺寸和运动参数一定时的相对量,目的是刻画不同雷达部署位置对微多普勒调制带宽的影响。当目标处于“易检测”时段时,微多普勒调制带宽更接近于该目标所能产生的最大带宽,但并非指该时刻雷达一定能够检测到这种微多普勒现象,检测结果还和目标本身的运动规律、当前时刻的信噪比、雷达相参处理时间、所采用的信号处理手段等多种因素有关。

## 3 雷达不同位置对微多普勒检测的影响

如图 2(a)所示,假设雷达部署在  $R$  点,雷达在弹着点  $G$  所在水平面内的投影为  $R'$ ,在弹道平面内的投影为  $R''$ ,可通过以下 3 个参数对雷达位置进行描述:雷达距弹道平面的距离  $z_R = RR''$ (由

弹着点向发射点看去,在弹道平面左侧为正方向);雷达距弹着点所在水平面的高度  $y_R = RR'$  (在水平面上方为正方向);平面  $RR'R''$  与弹着点  $G$  的距离  $x_R = GH$  (由弹着点指向发射点为正方向)。在计算弹着点位置时,由于再入段射程在整个被动段射程中所占比例甚小,可近似地将再入段弹道看作自由段弹道的延续<sup>[14]</sup>。因此,弹着点的极径  $r_E = R_0$ ,极角  $f_E = 2\pi - \arccos((P - R_0)/R_0 e)$ 。

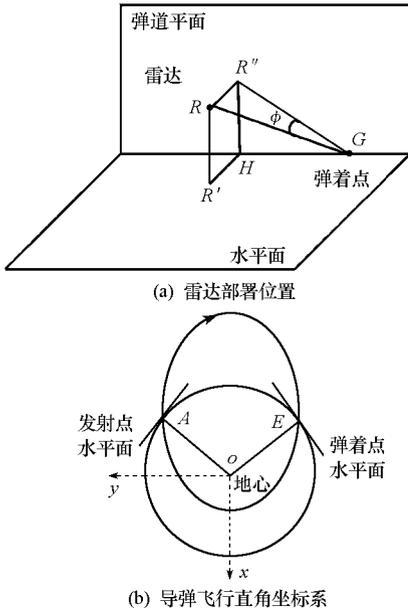


图2 雷达部署位置与导弹飞行示意图  
Fig.2 The location of radar and missile flight schematic

在图2(b)中建立直角坐标系  $oxyz$ ,  $ox$  轴与初始极轴  $c$  重合,  $oy$  轴为  $90^\circ$  极角方向,  $oz$  轴垂直于纸面向里。则弹道平面为  $xoy$  面,弹着点  $G$  的坐标为  $[R_0 \cos f_c, R_0 \sin f_c, 0]^T$ ,根据图2中所定义的几何关系,雷达在  $oxyz$  坐标系内的坐标可表示为

$$\begin{cases} x_R^1 = R_0 \cos f_c + \cos f_c x_R + \sin f_c y_R \\ y_R^1 = R_0 \sin f_c - \sin f_c x_R + \cos f_c y_R \\ z_R^1 = z_R \end{cases} \quad (7)$$

设弹头在其弹道任意一点  $C$  处的质心坐标为  $[r_c \cos f_c, r_c \sin f_c, 0]^T$ ,则雷达视线可表示为

$$\mathbf{R}_{\text{los}} = [r_c \cos f_c - x_R^1, r_c \sin f_c - y_R^1, -z_R^1]^T \quad (8)$$

根据第1节的分析,弹头在中段飞行过程中,进动轴指向与再入时的速度方向一致,即与再入点水平面的夹角为  $\Theta_D$ ,则其在  $oxyz$  坐标系内的切矢量可表示为

$$\mathbf{H}_p = [-\sin(f_D - \Theta_D), \cos(f_D - \Theta_D), 0]^T \quad (9)$$

由式(8)和(9)可求得此时的雷达平均视线角

$\alpha_c$ :

$$\cos \alpha_c = \frac{-\mathbf{R}_{\text{los}} \cdot \mathbf{H}_p}{\|\mathbf{R}_{\text{los}}\|} \quad (10)$$

### 3.1 雷达在弹道平面内

令式(7)中  $z_R = 0$ ,此时雷达位于弹道平面内,由式(10)即可求得弹头在弹道任意一点  $C$  点处的  $\alpha_c$

$$\cos \alpha_c = \frac{-(r_c \cos f_c - x_R^1) \sin(f_D - \Theta_D) + (r_c \sin f_c - y_R^1) \cos(f_D - \Theta_D)}{\sqrt{(r_c \cos f_c - x_R^1)^2 + (r_c \sin f_c - y_R^1)^2}} \quad (11)$$

如图3所示,弹头在飞出大气层  $D'$  处的进动轴指向、过  $D'$  点椭圆轨道的切线方向、再入点  $D$  处的进动轴指向将弹道平面划分为 I、II、III、IV 四处区域。由几何关系容易得出以下结论。

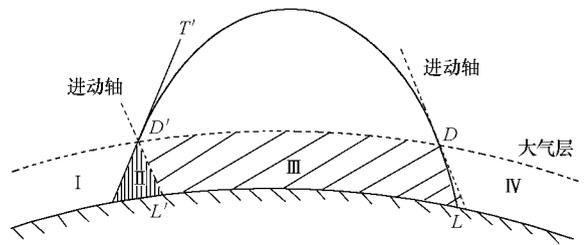


图3 弹道平面内不同雷达部署位置  
Fig.3 The different areas of radar location in the trajectory plane

#### (1) 雷达位于区域 I

在弹头的中段飞行中,平均视线角  $\alpha_c$  始终不为 0,随着目标的飞行,  $\alpha_c$  经历先减小后增大的过程。  $\alpha_c$  的最小值出现在弹头位于经过雷达,且与弹道轨道相切的切点处,最大值出现在弹头位于再入点  $D$  处。在此区域内,雷达距弹着点越远、高度越高,平均视线角  $\alpha_c$  越大。

#### (2) 雷达位于区域 II

在弹头的中段飞行中,平均视线角  $\alpha_c$  始终不为 0,且随着弹头的飞行,  $\alpha_c$  逐渐增大。其最小值和最大值分别出现在弹头位于  $D'$  和  $D$  处,分别将  $f_{D'}$  和  $f_D$  带入式(11)即可求出  $\alpha_c$  的最值。在此区域内,雷达距弹着点越远、高度越高,平均视线角  $\alpha_c$  越大。

#### (3) 雷达位于区域 III

在弹头的中段飞行中,平均视线角  $\alpha_c$  将历经逐渐变小至 0 值再逐渐变大的过程,其最大值为  $\max(\alpha_D, \alpha_{D'})$ 。在此区域内,雷达距弹着点的距离和水平高度将影响  $\alpha_c = 0$  时弹头的所在位置,当  $\alpha_c = 0$  时,进动目标雷达回波的微多普勒值为 0。

#### (4) 雷达位于区域Ⅳ

在弹头的中段飞行过程中,平均视线角  $\alpha_c$  始终不为 0,随着弹头的飞行,  $\alpha_c$  经历先减小后增大的过程,  $\alpha_c$  的最小值出现在弹头位于经过雷达,且与弹道轨道相切的切点处,最大值出现在弹头位于飞出大气层的  $D'$  处。在此区域内,雷达距弹着点越远、高度越高,平均视线角  $\alpha_c$  越大。

### 3.2 雷达在弹道平面外

记雷达在弹道平面内的投影  $R''$  与进动轴的夹角为  $\gamma$ , 雷达  $R$  及其投影  $R''$  对弹头所张角为  $\beta$ , 由几何关系易知

$$\cos \alpha = \cos \beta \cdot \cos \gamma \quad (12)$$

由  $\beta$  和  $\gamma$  的定义可知,  $\beta$  表征了雷达偏离弹道平面的程度, 而  $\gamma$  则是雷达在弹道平面内时的平均视线角。由式(12)可见, 当  $\gamma$  一定时, 平均视线角  $\alpha$  随偏离角  $\beta$  的增大而增大。由几何关系可知

$$\sin \beta = z_R / R_T \quad (13)$$

其中,  $z_R$  是雷达距弹道平面的距离,  $R_T$  是弹头到雷达的距离。

由式(13)可见, 当雷达在弹道平面内的投影不变时, 其距弹道平面越远, 所能观察到的微多普勒也就越大。但是需要注意的是, 在导弹攻防对抗背景下,  $R_T$  一般很大, 多在千米的量级, 而雷达部署位置往往受到很多实际因素的影响,  $z_R$  不能随意增大, 因此  $z_R$  的改变对平均视线角的影响有限。

## 4 仿真分析

导弹关机点速度为 4000m/s, 关机点高度为 100km, 关机点速度倾角取最佳倾角  $39.06^\circ$ 。图 4 给出了雷达部署在弹道平面的 I ~ IV 区域时, 平均视线角随中段飞行时间的变化规律曲线, 其中时间零点为关机点时刻, 时间终点为再入点时刻。图 4(a) 中雷达在弹着点前 2200km, 海拔高度 368m, 图 4(b) 中雷达在弹着点前 2000km, 海拔高度 54m, 图 4(c) 中雷达在弹着点前 100km, 海拔高度 185m, 图 4(d) 中雷达在弹着点后 100km, 海拔高度 185m。

由图 4 可见, 雷达位于弹道平面内不同位置时, 平均视线角的变化规律和 3.1 节的分析相一致。需要指出的是, 雷达位于区域 I 和 II 时, 平均视线角将会出现大于  $90^\circ$  的情况, 此时, 目标进动引起的微多普勒值随着平均视线角的增大而减小, 雷达位于区域 III 和 IV 时, 平均视线角小于  $90^\circ$ ,

此时微多普勒随着平均视线角的增大而增大。特别地, 当雷达位于区域 III 时, 会出现平均视线角为  $0^\circ$  的情况, 此时, 进动引起的微多普勒值为 0。

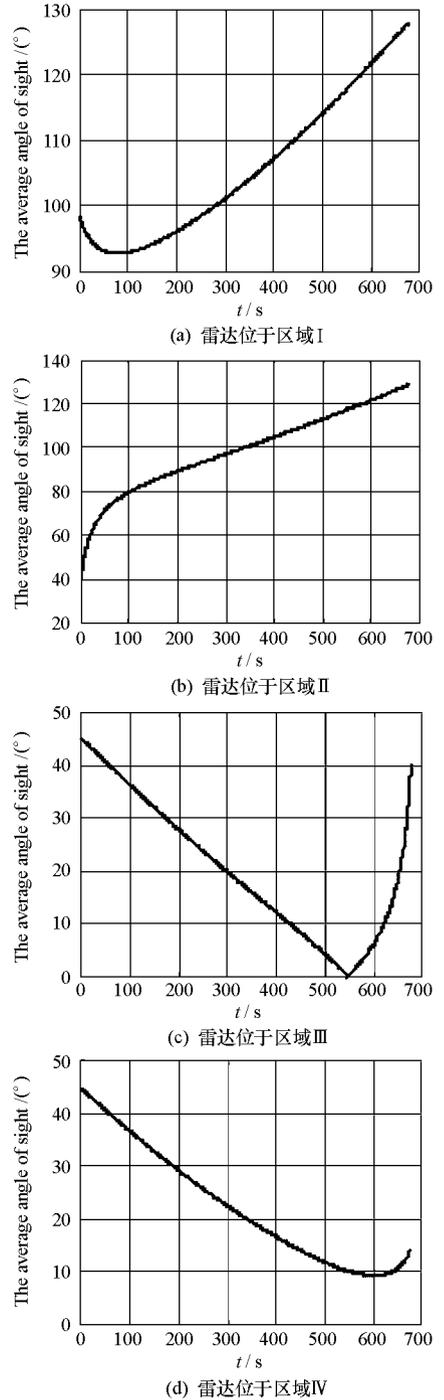


图 4 雷达在弹道平面内平均视线角变化规律  
Fig. 4 The average angle of sight with different locations of radar in the trajectory plane

表 1 给出了当雷达部署在上述四处位置时, 微多普勒测量值以及按照第 2 节所定义的“易检测性”标准所得出的统计结果。其中, 雷达工作波长  $\lambda = 0.03\text{m}$ , 进动角  $\theta = 5^\circ$ , 进动速度  $\omega = \pi\text{rad/s}$ , 目标上散射中心距质心:  $l = 1\text{m}$ ,  $a = 0.5\text{m}$ 。

表1 雷达在弹道平面内不同区域的微多普勒检测情况

Tab.1 The micro-Doppler with different locations of radar in the trajectory plane

雷达所处区域	“易检测”时段/s	“易检测”时长/s	最大微多普勒调制带宽/Hz	最小微多普勒调制带宽/Hz
I	0 ~ 677.8	677.8	244.87	193.46
II	0 ~ 677.8	677.8	245.15	157.59
III	0 ~ 176、 668.8 ~ 677.8	185	174.7	0
IV	0 ~ 190	190	172.85	39.22

由表1可见,雷达部署在区域I和II时,“易检测”时长远远大于部署在区域III和IV处,并且前者微多普勒调制带宽的最大值和最小值也远远高于后者。而雷达部署在区域III时,得到的结果最差,不仅“易检测”时长最短,而且被分割成两部分,在中段飞行过程中有近500s的时间处于不易检测时段,占到整个中段飞行的72.71%。

表2给出了雷达部署在弹道平面外,与弹道平面距离为200km时的统计结果。比较表1和表2的结果可以看出,当雷达在弹道平面外时,进动目标的微多普勒调制带宽更大且“易观测性”时长更长。需要指出的是,在表中,雷达位于区域III的“易检测”时长虽然大于在区域IV中的结果,但其“易观测性”出现在中段飞行末期的比重更大。将雷达部署在以区域III和区域IV的分界点为圆心,150km为半径的圆周上,通过仿真可以发现,雷达位于区域III和区域IV的“易检测”时长相差不大,但是当雷达位于区域III时,“易检测性”出现在飞行末期的比重明显高于区域IV。因此,笔者认为,区域IV更有利于微多普勒的检测。

表2 雷达在弹道平面外不同区域的微多普勒检测情况

Tab.2 The micro-Doppler with different locations of radar out the trajectory plane

雷达所处区域	“易检测”时段/s	“易检测”时长/s	最大微多普勒调制带宽/Hz	最小微多普勒调制带宽/Hz
I	0 ~ 677.8	677.8	244.90	193.97
II	0 ~ 677.8	677.8	245.15	192.39
III	0 ~ 186.8、 604.4 ~ 677.8	260.2	230.27	66.55
IV	0 ~ 200.4、 644.2 ~ 677.8	234	173.61	73.70

通过理论分析和仿真实验的结果可以得出以下结论:

(1)雷达前沿部署比在弹着点附近部署更有

利于观测到进动目标的微多普勒特征。根据前面的分析可以看出,前沿部署时的微多普勒调制带宽以及“易观测”时长都远远大于部署在弹着点附近,但是现实中受各种因素的制约,往往很难做到雷达前沿部署。

(2)当雷达部署在弹着点附近时,应使其在弹道平面内的投影落在图3中区域IV内,且尽量远离弹着点或者增加海拔,雷达距离弹着点越远,海拔越高,进动目标雷达回波的微多普勒调制带宽越大,“易观测”时长越长。

(3)雷达在弹道平面内的投影落在图3中区域III时,对微多普勒特征的观测最为不利,将出现进动目标雷达回波微多普勒值为0的情况。

(4)当雷达在弹道平面内的投影一定时,雷达距弹道平面的距离越远,进动目标雷达回波的微多普勒调制带宽越大,“易观测”时长越长。

需要特别说明的是,以上分析均是以观测进动目标的微多普勒为目的得出的结论,并未考虑探测距离等因素的影响,显然,在探测距离一定时,雷达远离弹着点和偏离弹道平面部署都将影响到发现目标的时间,其部署位置还需综合考虑。

## 5 结论

本文以导弹攻防对抗中防御雷达对空间目标微多普勒频率的检测为背景,研究了雷达部署位置对进动目标平均视线角和微多普勒调制带宽的作用规律,从雷达位于弹道平面内不同区域和距弹道平面不同距离两方面考察了对进动目标微多普勒大小的影响,最终得出了有利和不利于微多普勒频率检测的雷达部署区域。本文的研究成果对于空间目标的检测,微多普勒分析与特征提取等方面具有借鉴意义,同时对反导防御雷达系统部署及其对空间目标的观测提供了有意义的参考。

需要说明的是,本文的研究成果仅考虑了空间目标和雷达之间的几何位置关系,对雷达发射波形、探测距离、信噪比、信号处理手段等方面并未做过多限制,关于这些因素对空间目标微运动探测的影响将在下步的工作中开展深入的研究。

## 参考文献:

- [1] Sessler A M, Cornwall J M, Dietz B. Countermeasures—A Technical Evaluation of the Operational Effectiveness of the Planned US National Missile Defense System [R]. www.ucsusa.org, 2000.
- [2] 庄钊文,刘永祥,黎湘.目标微动特性研究进展[J].电子学报,2007,35(3):520-525.
- [3] Chen V C, Li F, Ho S, et al. Micro-doppler Effect in Radar:

- Phenomenon, Model and Simulation Study[J]. IEEE Trans. on AES, 2006, 42(1): 2-21.
- [4] Chen V C, Ling H. Time-frequency Transforms for Radar Imaging and Signal Analysis[M]. Boston, London: Atech House, 2002.
- [5] Chen V C, Li F, Ho S, et al. Analysis of Micro-doppler Signatures [J]. IEE Proc. Radar Sonar Navig., 2003, 150(4): 271-276.
- [6] Chen V C. Micro-Doppler Effect of Micro-motion Dynamics[C]//A Review, Proc. of SPIE, 2003, 5102: 240-249.
- [7] Chen V C. Analysis of Radar Micro-doppler Signature with Time-frequency Transform [C]//Proc. of the 10<sup>th</sup> IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing, 2000: 463-466.
- [8] 王涛. 弹道中段目标极化域特征提取与识别[D]. 长沙: 国防科技大学, 2006.
- [9] 马梁, 王涛, 冯德军, 等. 旋转目标距离像长度特性及微运动特征提取[J]. 电子学报, 2008, 36(12): 2273-2279.
- [10] 高红卫, 谢良贵, 文树梁, 等. 摆动锥体目标微多普勒分析和提取[J]. 电子学报, 2008, 36(12): 2497-2502.
- [11] Lovett A, Shen C, Otaguro W. Microdoppler: Non-cooperative Target Classification/Identification[R]. A420040, AD, Naval Air Warfare Center Aircraft Division, Maryland, USA, 2004.
- [12] Gschwendtner A B, Keicher W E. Development of Coherent Laser Radar at Lincoln Laboratory [J]. Lincoln Laboratory Journal, 2000, 12(2): 383-396.
- [13] 林茂庸, 柯有安. 雷达信号理论[M]. 北京: 国防工业出版社 1984: 120-122.
- [14] 张毅, 等. 弹道导弹弹道学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社 2005: 2-4, 174-175.

(上接第 32 页)

## 参 考 文 献:

- [1] Fan T Y. Laser Beam Combining for High-power, High-radiance Sources [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2005, 11(3): 567-577.
- [2] 侯静, 肖瑞, 姜宗福, 等. 三路掺铒光纤放大器的相干合成实验研究[J]. 强激光与粒子束, 2006, 18(10): 1585-1588.
- [3] 肖瑞, 侯静, 姜宗福, 等. 三路光纤放大器相干合成技术的实验研究[J]. 物理学报, 2006, 55(12): 6464-6469.
- [4] Zhou P, Liu Z J, Wang X L, et al. Coherent Beam Combination of Two-dimensional High Power Fiber Amplifier Array Using Stochastic Parallel Gradient Descent Algorithm [J]. Applied Physics Letter, 2009, 94: 231106.
- [5] Dajani I, Zeringue C, Shay T. Investigation of Nonlinear Effects in Multitone-driven Narrow-linewidth High Power Amplifiers [J]. IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron, 2009, 15: 406-414.
- [6] Zhou P, Ma Y X, Wang X L, et al. Coherent Beam Combination of Three Two-tone Fiber Amplifiers Using Stochastic Parallel Gradient Descent Algorithm [J]. Optics Letters, 2009, 34(19): 2939-2941.
- [7] Born M, Wolf E. Principles of Optics [M]. New York: Cambridge University Press, 1999: 259-286.
- [8] Zhou P, Liu Z J, Xu X J, et al. Beam Quality Factor for Coherently Combined Fiber Laser Beams [J]. Optics & Laser Technology, 2009, 41: 268-271.
- [9] 季家镛. 高等光学教程 [M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [10] Burnett J G, Jones J D C. Cutting Optical Fibers to Equal Lengths for Broadband Stellar Interferometry [J]. Appl. Opt., 1992, 31: 2977-2978.