

文章编号: 1001 - 2486(2011)02 - 0119 - 06

基于改进经验 AM-FM 解调的复杂信号瞬时特征分析方法*

胡海峰, 胡菟庆, 秦国军

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:分析了 Hilbert 变换在计算复杂单分量信号瞬时特征时存在的不足, 研究了一种称为经验 AM-FM 解调的信号瞬时特征计算方法, 并对算法进行了改进。针对其在计算瞬时频率时易受噪声影响的不足, 提出将该算法与加权平滑相位差分法相结合来抑制噪声的影响。结合经验模式分解和改进的经验 AM-FM 解调算法, 提出了一种适合复杂多分量信号解调分析和瞬时特征计算的方法。数值仿真和实验数据验证了该改进方法的有效性。

关键词: Hilbert 变换; 经验 AM-FM 解调; 改进算法; 经验模式分解; 瞬时频率; 瞬时幅值

中图分类号: TH114 **文献标识码:** A

Instantaneous Characteristics Analysis Method for Complicated Signals Based on Improved Empirical AM-FM Demodulation

HU Hai-feng, HU Niao-qing, QIN Guo-jun

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Some limitations of the Hilbert transform (HT) for computing instantaneous characteristics of complicated mono-component signals were analyzed. As an enhancement of the HT, an algorithm named empirical AM-FM (amplitude and frequency modulation) demodulation was investigated and then improved. Firstly, the weighted smoothing phase-difference method was applied to this demodulation algorithm to increase the precision of instantaneous frequency for noisy signals. Secondly, by combining the Empirical Mode Decomposition (EMD) and the improved empirical AM-FM demodulation algorithm, a method suitable for instantaneous characteristics extraction of complicated multi-component signals was proposed. The validity of the improvements was confirmed by numerical simulations and experimental signals.

Key words: Hilbert transform; empirical AM-FM demodulation; improved method; empirical mode decomposition; instantaneous frequency; instantaneous amplitude

机械设备中存在故障时, 其测试信号多表现为非线性、非平稳特征, 这些非线性、非平稳信号包含了丰富的故障信息。利用时频分析方法对这些信号进行处理, 分析其幅值和频率随时间的变化规律, 是检测和诊断故障的有效方法^[1]。与短时 Fourier 变换、Wigner-Vile 分布、小波变换等时频分析方法相比, Hilbert-Huang 变换^[2] (Hilbert-Huang Transform, HHT) 具有时频分辨率高、分解过程具有自适应性等优点, 在旋转机械故障诊断、结构损伤检测等领域得到了成功应用^[3-4]。

HHT 分为两个步骤, 首先利用经验模式分解 (Empirical Mode Decomposition, EMD) 将信号分解为若干个固有模态函数 (Intrinsic Mode Function, IMF) 之和, 每个 IMF 都满足如下两个条件: (1) 在

整个数据段内, 极值点的个数和过零点的个数必须相等或相差最多不超过一个; (2) 在任意时刻, 由局部极大值点形成的上包络线和由局部极小值点形成的下包络线的平均值为零。每个 IMF 都是一个单分量信号, 代表了一个简单的振动模态。第二步对各个 IMF 进行 Hilbert 变换得到瞬时频率和瞬时幅值, 从而得到信号的 Hilbert 谱, Hilbert 谱表示了信号完整的时间 - 频率分布。

针对 HHT 在应用过程中存在的问题, 目前已提出了多种改进方法, 这些方法大多数是针对 EMD 过程的, 如对端点效应和模态混叠的处理^[5-6], 而对 Hilbert 变换存在的问题则较少涉及。事实上, 并非任何单分量信号都可以用 Hilbert 变换得到有意义的瞬时频率, 对复杂调制信号,

* 收稿日期: 2010 - 09 - 07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50675219); 湖南省杰出青年科学基金资助项目 (08JJ1088)

作者简介: 胡海峰 (1980—), 男, 博士生。

Hilbert 变换会得出无法解释的结果。针对这一问题, Huang 等提出了一种称为经验 AM-FM 解调的算法^[7], 适合对复杂调制信号的解调和瞬时特征分析。本文对这一算法进行了研究, 针对其易受噪声影响的不足, 提出了一种改进措施, 并用仿真数据和实验数据进行了验证。

1 Hilbert 变换及其存在的不足

满足 IMF 定义的单分量信号可以表示为

$$c(t) = A(t) \cos \varphi(t) \quad (1)$$

$c(t)$ 的 Hilbert 变换定义为

$$\hat{c}(t) = H[c(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{c(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (2)$$

构造解析信号

$$z(t) = c(t) + j\hat{c}(t) = A(t) e^{j\varphi(t)} \quad (3)$$

于是得到信号 $c(t)$ 的瞬时幅值和瞬时相位, 分别为

$$A(t) = \sqrt{c^2(t) + \hat{c}^2(t)} \quad \varphi(t) = \arctan \frac{\hat{c}(t)}{c(t)} \quad (4)$$

进一步对瞬时相位求微分, 得到 $c(t)$ 的瞬时频率

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (5)$$

尽管 Hilbert 变换具有较高的时频分辨率, 但并非所有的单分量信号都可以由 Hilbert 变换得到有意义的瞬时频率。IMF 的定义只是利用 Hilbert 变换的必要条件, 并不是充分条件。信号除需要满足单分量要求之外, 还需要考虑 Bedrosian 定理^[8]和 Nuttall 定理^[9]的限制。

设一个单分量信号可以表示成式(1)的形式, Bedrosian 定理给出了一个 Hilbert 变换更为广泛意义上的必要条件

$$H[A(t) \cos \varphi(t)] = A(t) H[\cos \varphi(t)] \quad (6)$$

上式要求信号是单分量的, 而且必须是窄带的, 包络信号 $A(t)$ 和载波信号 $\cos \varphi(t)$ 的频谱必须完全分离。即若 $A(t)$ 的 Fourier 变换为 $A(f)$, $\cos \varphi(t)$ 的 Fourier 变换为 $B(f)$, 则存在常数 $f_0 > 0$, 当 $|f| > f_0$ 时, $A(f) = 0$; 当 $|f| \leq f_0$ 时, $B(f) = 0$ 。EMD 过程只能保证得到的 IMF 是单分量的, 但并不一定是窄带的。因此利用 HHT 计算某些信号的瞬时频率时, 会产生无法解释的现象。

式(6)给出的仍然是 Hilbert 变换的必要条件。事实上, 要使式(4)、(5)计算的瞬时频率等于信号真实的瞬时频率, 式(3)中解析信号的虚部 $\hat{c}(t)$ 应等于原信号 $c(t)$ 的正交信号 $c_q(t)$ ($c_q(t)$ 与 $c(t)$ 存在 90° 的相位差)。但 Nuttall 指出, $c(t)$

的 Hilbert 变换 $\hat{c}(t)$ 只是 $c_q(t)$ 的近似, 只有在 $c(t)$ 较为简单的情况下, 二者才相等; 当 $c(t)$ 比较复杂时, $\hat{c}(t)$ 与 $c_q(t)$ 存在差异。这一差异可以通过下述能量误差指标来衡量

$$\Delta E = \int_{-\infty}^{+\infty} [\hat{c}(t) - c_q(t)]^2 dt = 2 \int_{-\infty}^0 F_q(\omega) d\omega \quad (7)$$

其中 $F_q(\omega)$ 是 $c_q(t)$ 的 Fourier 变换。

Bedrosian 定理和 Nuttall 定理说明, 应用 Hilbert 变换计算信号的瞬时特征时, 其应用范围是受限的。对复杂调制信号, 需要寻找更为有效的瞬时特征计算方法。

2 复杂信号瞬时特征分析算法

2.1 经验 AM-FM 解调

从上述分析过程可知, 计算复杂信号瞬时特征的关键在于如何有效分离其包络信号 $A(t)$ 和载波信号 $\cos \varphi(t)$, 并正确计算其正交信号 $c_q(t)$ 。Huang 等提出的经验 AM-FM 解调算法正是基于这一原理的, 即首先利用一个经验归一化过程将信号 $c(t)$ 分解为包络信号 $A(t)$ 和幅值为 1 的载波信号 $\cos \varphi(t)$, 然后利用直接正交法 (Direct Quadrature, DQ) 计算信号的瞬时相位和瞬时频率。其过程如下^[7]:

(1) 对于给定的单分量信号 $c(t)$, 求其绝对值, 然后找出 $|c(t)|$ 的所有局部极大值点, 并用三次样条曲线将这些局部极大值点连接起来, 形成经验包络信号 $e_1(t)$ 。

(2) 用 $e_1(t)$ 对信号 $c(t)$ 进行归一化

$$y_1(t) = c(t) / e_1(t) \quad (8)$$

如果 $y_1(t) \leq 1$, 归一化过程结束。

(3) 反之, 如果 $y_1(t)$ 中存在绝对值大于 1 的点, 将 $y_1(t)$ 作为原始信号, 按步骤(1)求出其经验包络信号 $e_2(t)$, 重复归一化步骤(2), 并以此类推

$$\begin{cases} y_2(t) = y_1(t) / e_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) = y_{n-1}(t) / e_n(t) \end{cases} \quad (9)$$

经 n 次循环后, $y_n(t)$ 中的所有数据都满足 $|y_n(t)| \leq 1$, 归一化过程结束。则 $y_n(t)$ 即为信号 $c(t)$ 的 FM 分量, 可以表示为

$$F(t) = y_n(t) = \cos \varphi_e(t) \quad (10)$$

$c(t)$ 的 AM 分量为

$$A_e(t) = e_1(t) \cdots e_n(t) \quad (11)$$

根据归一化解过程,信号 $c(t)$ 可以表示为 AM 分量和 FM 分量乘积的形式

$$c(t) = A_e(t)F(t) = A_e(t)\cos\varphi_e(t) \quad (12)$$

$A_e(t)$ 即为信号 $c(t)$ 的瞬时幅值,瞬时频率则进一步由 DQ 法求解。

(4) 根据式(10),计算 FM 分量的正交信号

$$\sin\varphi_e(t) = \pm\sqrt{1 - \cos^2\varphi_e(t)} = \pm\sqrt{1 - F^2(t)} \quad (13)$$

式中的正负号根据不同象限内余弦信号与正弦信号的相互关系确定。则瞬时相位 $\varphi_e(t)$ 可以表示为

$$\varphi_e(t) = \arctan \frac{\pm\sqrt{1 - F^2(t)}}{F(t)} \quad (14)$$

$F(t)$ 的瞬时频率,也即 $c(t)$ 的瞬时频率为

$$f_e(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_e(t)}{dt} \quad (15)$$

数值计算时,式(15)中的微分一般用有限差分法实现,如中心有限差分法

$$f_e(n) = \frac{f_s}{4\pi} [\varphi_e(n+1) - \varphi_e(n-1)] \quad (16)$$

其中 f_s 为采样频率。

下面通过数值仿真说明经验 AM-FM 解调过程,并对比其与 Hilbert 变换的瞬时频率计算结果。仿真信号为一个振幅指数衰减、频率周期调制的信号

$$s(t) = \exp(-t/2) \sin[4\pi t + 0.3\cos(3\pi t)] \\ t \in [0, 9]$$

采样频率 100Hz。显然,该信号满足 IMF 的定义。利用经验归一化算法对仿真信号进行 AM-FM 解调,结果如图 1 所示,其中粗实线为仿真信号,细实线为解调后的 AM 分量,点线为幅值归一化的 FM 分量。进一步利用 DQ 法计算 FM 分量的瞬时频率,结果如图 2 所示。为便于比较,图中同时给出了瞬时频率的真实值,可以看出,计算结果与真实值重合得较好。

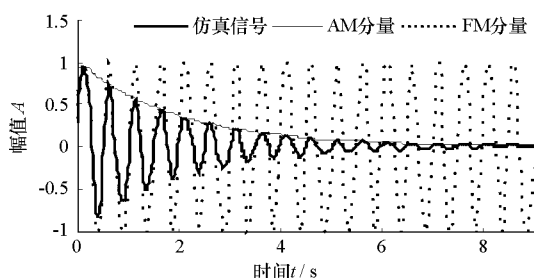


图1 仿真信号及其 AM 分量和 FM 分量

Fig.1 Simulated signal, its AM and FM components

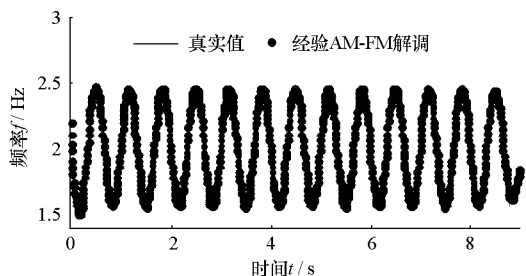


图2 经验 AM-FM 解调算法得到的仿真信号瞬时频率
Fig.2 Instantaneous frequency of simulated signal calculated through the empirical AM-FM demodulation method

图 3 给出了 Hilbert 变换计算的瞬时频率,由于仿真信号不满足 Bedrosian 定理的条件,以及 Hilbert 变换的近似误差,在靠近端点处计算结果产生了严重畸变,失去了应有的物理意义。

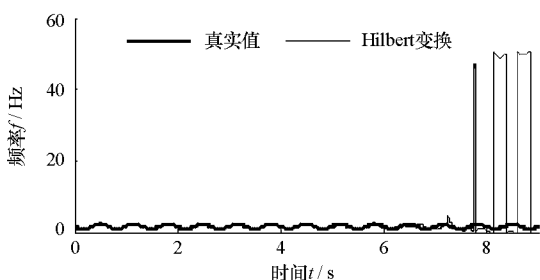


图3 Hilbert 变换得到的仿真信号瞬时频率
Fig.3 Instantaneous frequency of simulated signal calculated through the Hilbert transform

2.2 瞬时频率的加权平滑估计

经验 AM-FM 解调算法采用对相位微分来求解瞬时频率,尽管这种方法具有很高的时间精度,但当信号被噪声污染时,计算结果会产生很大的误差。由于不存在完全理想的去噪方法,对计算结果进行平滑是一种有效的手段。这里采用 DQ 法和加权平滑相位差分法^[10]相结合来抑制噪声的影响,并称之为改进的 DQ 法,其表达式为

$$\hat{f}_{\text{smooth}}(n) = \frac{f_s}{2\pi} \sum_{i=0}^{L-1} h(i) [\varphi_e(n-i) - \varphi_e(n-i-1)] \quad (17)$$

其中 φ_e 表示由 DQ 法得到的瞬时相位, $h(i)$ 为加权平滑窗, L 为窗长。即利用 n 时刻前面的 L 个数据,通过控制加权系数 $h(i)$ 的权值来逼近 n 时刻真实的瞬时频率。 $h(i)$ 可以由参数估计方法如最小二乘估计或极大似然估计得到, L 则根据噪声强度调整。

当噪声分布未知时,假设其服从高斯分布是工程上常用的方法。高斯分布下的最优平滑窗为^[10]

$$h(i) = \frac{1.5N}{N^2 - 1} \left\{ 1 - \left[\frac{i - (N/2 - 1)}{N/2} \right]^2 \right\} \quad (18)$$

其中 $N = L + 1, i \in \{0, 1, \dots, L - 1\}$ 。

仍以上述仿真信号为例,向其中加入噪声项 $v(t)$,即

$$s(t) = \exp(-t/2) \sin[4\pi t + 0.3\cos(3\pi t)] + v(t)$$

$$t \in [0, 9]$$

其中 $v(t)$ 是均值为0、方差为0.0001的高斯白噪声。

首先利用 EMD 算法对信号进行分解。由于噪声幅值非常小,以及 EMD 迭代停止准则的限制,分解结果仅包含一个 IMF,与仿真信号相同。然后用经验归一化算法对 IMF 进行 AM-FM 解调,

并利用 DQ 法计算 FM 分量的瞬时频率,结果如图 4(a)所示。由图可知,即使在信噪比非常高的情况下,DQ 法求得的瞬时频率也存在很大误差。图 4(b)给出了改进的 DQ 法计算的瞬时频率,平滑窗长取 $L = 4$,可以看出,加权平滑方法较好地抑制了噪声的影响,计算结果与理论值基本一致。

需要指出的是,经验 AM-FM 解调算法在计算信号的 AM 分量时,使用了三次样条插值拟合,这种方法本身具有一定的平滑效应,具有一定的抗噪能力。因此在计算信号的瞬时幅值时,可以不进行平滑处理。

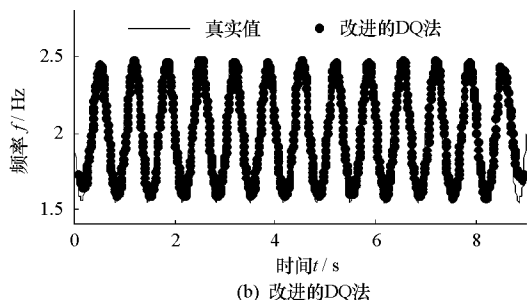
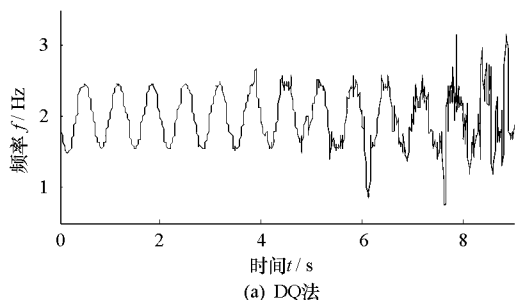


图4 含噪声仿真信号的瞬时频率计算结果

Fig.4 Instantaneous frequency of simulated noisy signal calculated through

2.3 复杂多分量信号瞬时特征分析方法

上述改进的经验 AM-FM 解调算法仅适用于单分量信号的瞬时频率和瞬时幅值求解,对多分量信号,首先采用 EMD 算法将信号分解为若干个 IMF,每个 IMF 都是一个单分量信号,然后再利用改进的经验 AM-FM 解调算法计算每个 IMF 分量的瞬时频率和瞬时幅值,其流程如图 5 所示。与

HHT 相比,该方法具有以下优点:(1) 不使用 Hilbert 变换,从而避开了 Bedrosian 定理和 Nuttall 定理的限制,更适合复杂信号的解调分析;(2) 通过引入加权平滑相位差分法,瞬时频率计算过程对噪声具有一定的抑制作用,并且平滑窗长可调,对不同的噪声强度具有良好的适应性。

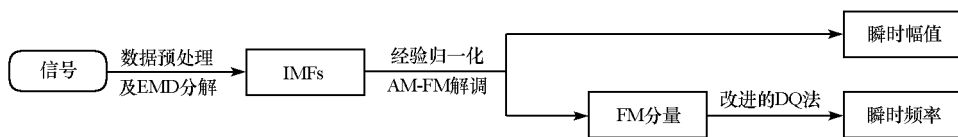


图5 复杂信号瞬时频率/幅值分析流程

Fig.5 Instantaneous frequency/amplitude analysis process for complicated signals

3 应用案例

下面以非线性振动声调制 (Vibro-Acoustic Modulation, VAM)实验信号为例,验证本文方法在金属结构无损评价的应用。VAM 是一种基于非线性声学现象的无损检测方法,对接触类损伤(如闭合裂纹、脱粘、剥离等)具有比线性超声方法更高的检测灵敏度,其基本原理如下^[11-12]:向被监测结构中同时输入高频(f_c)超声波和低频(f_m)振动信号,如果结构中无损伤存在,则响应信号为两个激励信号的线性叠加;反之,如果存在结构损

伤,则两个激励信号产生非线性耦合——高频超声波被低频振动信号调制。在频域,这种调制表现为超声频率两侧($f_c \pm n f_m, n = 1, 2, \dots$)出现包含振动频率分量的边频带。目前,产生这种调制现象的物理机理还不明确,振动信号与超声波是如何相互耦合的还存在争议,如文献[11]认为两者之间的调制类型为幅值调制,而文献[12]则认为两者之间为频率调制。不同的调制类型假设导致了不同的损伤评价特征,给基于 VAM 方法的损伤定量评估带来了困难。大多数关于 VAM 方法的文献都采用了基于频谱分析的信号处理方法,

但仅从频谱无法判断两个激励信号之间是如何调制的。

这里以文献[13]中的 VAM 实验信号为对象,利用本文所提出的信号解调和瞬时特征计算方法,判断铝板中存在疲劳裂纹时两个激励信号是如何相互耦合的。实验中振动激励频率选择为 662.8Hz,超声激励频率为 60kHz,采样频率 1MHz,疲劳裂纹长度为 58mm。信号的功率谱如图 6 所示,在 60kHz 周围出现了明显的调制边频。在信号处理过程中发现,由于 VAM 信号的频率成分复杂,直接进行 EMD 分解会产生模态混叠和过多的虚假 IMF 分量。这里采用 FIR 带通滤波器作为预处理方法,消除模态混叠及减少 IMF 分量的个数。由于通常所关注的是超声频率基频两侧的调制现象,这里取滤波器通带范围为 [45kHz, 75kHz]。

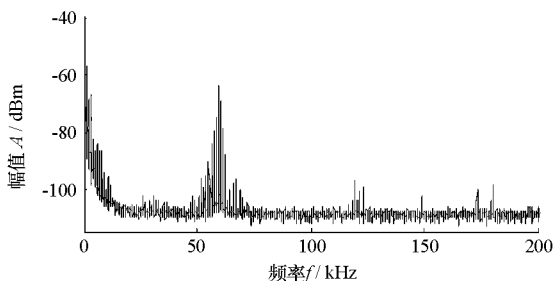


图 6 铝板中存在裂纹时 VAM 信号的功率谱
Fig.6 Power spectrum of the VAM signal when the aluminum plate is cracked

对滤波后的信号进行 EMD 分解,共得到 6 个 IMF 分量 c_1, \dots, c_6 和残余分量 res 。图 7 给出了前 2 阶 IMF,并将 c_3, \dots, c_6, res 求和后标记为 c_3 显示在图中,单位为 mV。比较不同 IMF 分量的幅值大小和频率,发现信号的信息主要集中在 c_1 , 因此选择 c_1 进一步分析。

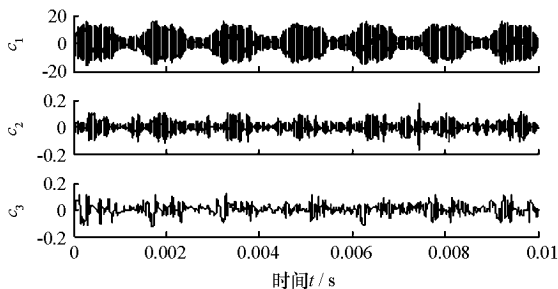


图 7 VAM 信号带通滤波后的 EMD 分解结果
Fig.7 EMD results of the VAM signal after band-pass filtered

利用本文所提出的方法计算 c_1 的瞬时幅值和瞬时频率,结果如图 8 所示,平滑窗长取 $L = 10$ 。从图可知, c_1 的瞬时频率在 60kHz 附近波动,瞬时幅值也以一定的周期变化。进一步计算瞬时

幅值的功率谱,结果如图 9 所示,其主要频率成分为振动频率的各次倍频。这说明当铝板中存在裂纹时,振动信号与超声波之间既存在频率调制,也存在幅值调制,并且调制波为振动激励的各次谐波。

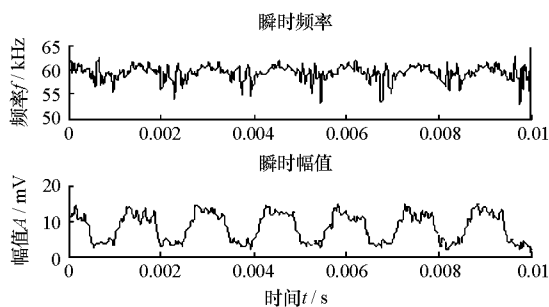


图 8 c_1 的瞬时频率和瞬时幅值
Fig.8 Instantaneous frequency and amplitude of c_1

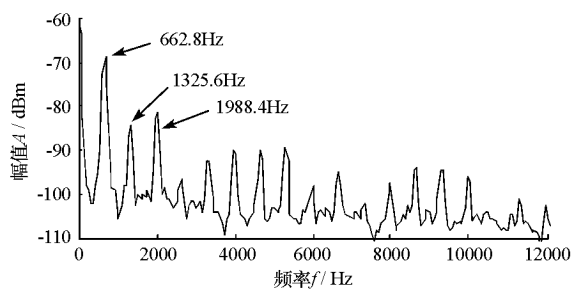


图 9 c_1 瞬时幅值的功率谱
Fig.9 Power spectrum of c_1 's instantaneous amplitude

如果用 Hilbert 变换对 c_1 进行解调,得到的瞬时频率如图 10 所示。从图中可以看到许多冲击现象,并且瞬时频率的变化范围超出了滤波器的通带范围,说明 Hilbert 变换解调结果存在较大误差。这是因为 c_1 的包络信号在 60kHz 附近存在小幅值的频率分量(图 11),即 c_1 不满足 Bedrosian 定理的条件,并且 c_1 的瞬时频率和瞬时幅值变化复杂,从而导致了 Hilbert 变换存在较大的计算误差。这一结果也说明了本文的方法比 HHT 更适合于复杂信号的解调和瞬时特征分析。

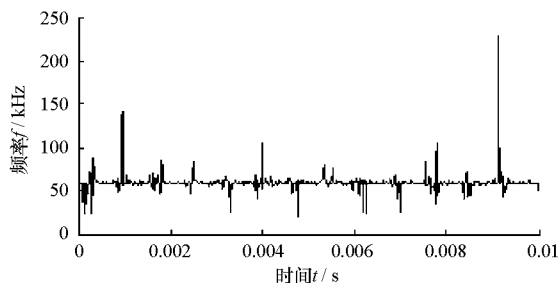


图 10 Hilbert 变换得到的 c_1 的瞬时频率
Fig.10 Instantaneous frequency of c_1 calculated through the Hilbert transform

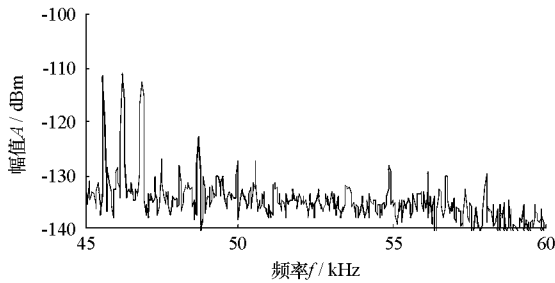


图 11 c_1 瞬时幅值的功率谱(高频段)

Fig. 11 Power spectrum of c_1 's instantaneous amplitude (high frequency)

4 结论

应用 Hilbert 变换对信号进行解调时,其应用范围需满足 Bedrosian 定理和 Nuttall 定理的条件,不适合复杂信号的瞬时特征分析。而经验 AM-FM 解调算法通过归一化过程和 DQ 法计算信号的瞬时幅值和瞬时频率,避免了使用 Hilbert 变换,从而绕开了 Bedrosian 定理和 Nuttall 定理的限制。针对 DQ 法对噪声比较敏感的缺点,提出了采用加权平滑相位差分法来抑制噪声的影响。结合 EMD 方法和改进的经验 AM-FM 解调算法,提出了一种计算复杂多分量信号瞬时特征的方法。数值仿真和振动声调制实验数据验证了该方法的有效性。

参考文献:

- [1] 何正嘉,等. 机械设备非平稳信号的故障诊断原理及应用[M]. 北京:高等教育出版社,2001.
- [2] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The Empirical Mode

Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis [C]//Proceedings of Royal Society London A, 1998, 454(1): 902 - 995.

- [3] 程军圣. 基于 Hilbert-Huang 变换的旋转机械故障诊断方法研究[D]. 长沙:湖南大学,2005.
- [4] 李书进,虞晖,瞿伟廉. 基于 Hilbert-Huang 变换的结构损伤诊断[J]. 武汉理工大学学报,2004,26(8):44 - 47.
- [5] 盖强,马孝江,张海勇,等. 一种消除局域波法中边界效应的新方法[J]. 大连理工大学学报,2002,42(1):115 - 117.
- [6] Wu Z H, Huang N E. Ensemble Empirical Mode Decomposition—A Noise-assisted Data Analysis Method [R]. Calverton: Center for Ocean-land-atmosphere Studies, 2005.
- [7] Huang N E, Wu Z H, Long S R. On Instantaneous Frequency[C]//Workshop on the Recent Developments of the Hilbert-huang Transform Methodology and Its Applications, Taipei, China, March 15 - 17, 2006.
- [8] Bedrosian E. A Product Theorem for Hilbert Transform [C]//Proceedings of IEEE, 1963, 51: 868 - 869.
- [9] Nuttall A H. On the Quadrature Approximation to the Hilbert Transform of Modulated Signals [C]//Proceedings of IEEE, 1966, 54: 1458 - 1459.
- [10] Kay S. A Fast and Accurate Single Frequency Estimator [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(12): 1987 - 1990.
- [11] Duffour P, Morbidini M, Cawley P. A Study of the Vibro-acoustic Modulation Technique for the Detection of Cracks in Metals[J]. Acoustical Society of America, 2006, 119(3): 1463 - 1475.
- [12] Parsons Z, Staszewski W J. Nonlinear Acoustics with Low-profile Piezoceramic Excitation for Crack Detection in Metallic Structures[J]. Smart Materials and Structures, 2006, 15(4): 1110 - 1118.
- [13] Laird T R, Staszewski W J, Hu H F, et al. Damage Detection in Metallic Structures with Integrated Piezoceramic Transducers and Advanced Signal Processing [C]//20th International Conference on Adaptive Structures and Technologies, October 20 - 22, 2009, Hong Kong.