

文章编号: 1001 - 2486(2011)02 - 0130 - 06

竞争失效场合仿真基加速试验优化设计方法^{*}

谭源源, 张春华, 汪亚顺, 陈 循

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 竞争失效场合加速试验技术是加速试验由简单结构产品向复杂结构产品推广应用的基础, 而如何设计试验方案使统计结果最准确、代价最小, 是其中的主要研究内容之一。针对传统解析优化方法推导过程比较复杂的问题, 提出了一种基于 Monte Carlo 仿真的竞争失效场合加速试验优化设计方法。在备选方案较多的情况下, 通过引入曲面拟合进行间接优化, 这样可以大量减少进行仿真的试验方案个数, 进而在保证较高精度的同时, 使得计算量大大减小。通过两个算例分别演示仿真基加速试验方案设计的直接优化和间接优化方法, 表明方法易于流程化、适合工程应用。最后, 敏感性分析结果表明该方法具有一定的鲁棒性。

关键词: 加速试验; 优化设计; 竞争失效; Monte Carlo 仿真

中图分类号: TB114.3 文献标识码: A

Study on Simulation Based Optimal Design Method for Accelerated Testing with Competing Failure Modes

TAN Yuan-yuan, ZHANG Chun-hua, WANG Ya-shun, CHEN Xun

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The technology of accelerated testing with competing failure is the foundation of application extending from products with simple structure to products with complex structure. Designing optimal test plans, which obtains better result with lower cost, is one of the main research points in the technology. Traditional analytical optimization has some shortcomings, such as complexity of deduce process. To overcome these shortcomings, this study presents a new method of Monte Carlo simulation based optimal designs for accelerated testing with competing failure. When the candidate plans are too many, curve fitting can be introduced to decrease the amount of calculation by reducing the number of test plans for simulation. Two cases of simulation based optimal designs are demonstrated by direct and indirect optimization respectively, which shows that the proposed method is suitable for application. Results of sensitivity analysis show that this method is robust.

Key words: accelerated testing; optimal design; competing failures; Monte Carlo simulation

加速试验可以在较短的时间内获得产品在高应力水平下的失效数据或性能退化数据, 通过一定的模型和方法对这些数据进行建模分析, 外推得到产品在正常应力水平下的可靠性特征。在工程应用中, 许多产品可能存在多种失效模式, 甚至突发型失效和退化型失效并存。任何一种失效模式发生均可导致产品失效, 即产品失效是多失效模式竞争的结果。对于此类竞争失效场合, 如何对产品加速试验方案进行优化设计, 是加速试验工程应用中面临的一个重要问题。

目前已有相关文献[1-4]对竞争失效场合加速试验优化设计进行研究, 均采用解析优化方法, 即通过基于先验的约束极值问题求解得到最优方

案。但解析优化方法存在许多缺陷, 如推理过程复杂、最优解的封闭形式可能很难得到^[5]。针对解析优化方法的缺陷, Nelson 研究了采用 Monte Carlo 仿真对给定的加速寿命试验方案进行评价的方法^[6], 汪亚顺等提出了仿真基恒定、步降应力加速寿命试验优化设计方法^[5,7]。上述仿真优化方法可用于产品存在单一失效模式的场合, 但对多失效模式并存的竞争失效场合并不适用。针对这一问题, 本文提出了竞争失效场合仿真基加速试验优化设计方法。首先建立竞争失效场合加速试验模型, 在此基础上研究仿真基竞争失效场合加速试验优化设计方法, 最后通过算例验证方法的有效性, 并对方案进行敏感性分析。

^{*} 收稿日期: 2010 - 09 - 21

基金项目: 国家部委资助项目(203020102)

作者简介: 谭源源(1982—), 男, 博士生。

1 竞争失效场合加速试验模型

1.1 竞争失效场合加速试验数据

设产品竞争失效场合具有 $\{1, \dots, M\}$ 共 M 种失效模式,其中包括 $\{1, \dots, M_H\}$ 共 M_H 种突发型失效模式和 $\{M_H + 1, \dots, M\}$ 共 M_S 种退化型失效模式, $M = M_H + M_S$ 。现对该类产品进行恒定应力加速试验。试验的 E 个加速应力水平为 $S_i, i = 1, \dots, E$ 。在 S_i 下抽样 n_i 个样品进行试验。则突发型失效模式的失效数据表示为

$$\mathbf{x}_H = \{x_{Hij} | x_{Hij} = (t_{ij}, z_{Hij}), i = 1, \dots, E; j = 1, \dots, n_i\} \quad (1)$$

其中, t_{ij} 为 S_i 下第 j 个样品在失效或者截尾时的观测时间, $z_{Hij} = (z_{Hij}^{(1)}, \dots, z_{Hij}^{(M_H)})$ 为 t_{ij} 的突发型失效模式标记符。 $\forall d \in \{1, \dots, M_H\}$,若 t_{ij} 为失效时间且由突发型失效模式 d 引起,则 $z_{Hij}^{(d)} = 1$;若 t_{ij} 为失效时间且不是由突发型失效模式 d 引起,或者 t_{ij} 为截尾时间,则 $z_{Hij}^{(d)} = 0$ 。

对于退化型失效模式 d ,可以得到其退化量的观测数据为

$$\mathbf{y}^{(d)} = \{y_{ij}^{(d)}(t_{i,k}) | i = 1, \dots, E; j = 1, \dots, n_i; d \in \{M_H + 1, \dots, M\}; k = 1, \dots, K_i\} \quad (2)$$

其中,在 S_i 应力下共监测 K_i 次, $t_{i,k}$ 为第 k 次观测时间, $\{y_{ij}^{(d)}(t_{i,k}) | k = 1, \dots, K_i\}$ 为 S_i 应力下样品 j 退化型失效模式 d 的退化量观测值。

1.2 模型假设

(1)竞争失效模型。产品的失效是且仅是由 M 种失效模式 $\{1, \dots, M\}$ 之一引起,各失效模式的发生时间统计独立。产品失效时间 $t_{ij} = \min(t_{ij}^{(1)}, \dots, t_{ij}^{(M)})$,其中 $t_{ij}^{(d)}, d \in \{1, \dots, M\}$ 表示失效模式 d 的发生时间。

(2)各失效模式的失效分布模型。任一失效模式 $d, d \in \{1, \dots, M\}$ 的失效时间服从某一特定的分布,如指数、Weibull、对数正态等。

(3)退化型失效模式的退化模型。 S_i 应力下样品 j 退化型失效模式 d 的理论退化量 $D_{ij}^{(d)}(t)$ 通常可以使用以下几种线性模型^[8]来进行拟合

$$\begin{cases} D_{ij}^{(d)}(t) = \alpha_{ij}^{(d)} + \beta_{ij}^{(d)} \cdot t; \\ \ln[D_{ij}^{(d)}(t)] = \alpha_{ij}^{(d)} + \beta_{ij}^{(d)} \cdot t; \\ \ln[D_{ij}^{(d)}(t)] = \alpha_{ij}^{(d)} + \beta_{ij}^{(d)} \cdot \ln t \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\alpha_{ij}^{(d)}$ 和 $\beta_{ij}^{(d)}$ 为未知参数,其估计值可通过退化数据 $\{y_{ij}^{(d)}(t_{i,k}) | k = 1, \dots, K_i\}$ 进行分析获得。

则退化量 $D_{ij}^{(d)}(t)$ 的观测值 $y_{ij}^{(d)}(t_{i,k})$ 可表示

为

$$y_{ij}^{(d)}(t_{i,k}) = D_{ij}^{(d)}(t_{i,k}) + \varepsilon_{ij}^{(d)}(t_{i,k}) \quad (4)$$

其中, $\varepsilon_{ij}^{(d)}$ 为测量误差,相互独立且服从正态分布 $\varepsilon_{ij}^{(d)} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon}^{(d)2})$ 。

设退化型失效模式 d 的失效阈值为 $D_f^{(d)}$,则可通过求取 $D_{ij}^{(d)}(t)$ 反函数获得伪失效寿命时间

$$t_{ij}^{(d)} = (D_{ij}^{(d)})^{-1}(D_f^{(d)}) \quad (5)$$

(4)加速模型。在 S_i 应力下,失效模式 d 的加速模型为

$$\ln \eta_i^{(d)} = \gamma_0^{(d)} + \gamma_1^{(d)} \cdot \varphi(S_i) \quad (6)$$

其中, $\eta_i^{(d)}$ 、 $\gamma_0^{(d)}$ 和 $\gamma_1^{(d)}$ 分别为失效模式 d 的可靠性特征量及加速模型参数, $\varphi(S_i)$ 为 S_i 的已知函数,当 $\varphi(S_i) = 1/S_i$ 时,模型为Arrhenius模型;当 $\varphi(S_i) = \ln S_i$ 时,模型为逆幂律模型。

2 优化问题描述

2.1 优化目标

方案优化设计的目标是得到产品正常应力水平 S_0 下可靠度的精确统计结果。竞争失效场合加速试验采用 U 作为结果精确程度的评价准则。

$$U = \sum_{p \in \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}} |\hat{t}_p - t_p| \quad (7)$$

U 即为 S_0 应力下可靠度分别为0.1、0.3、0.5、0.7、0.9时的可靠寿命绝对误差之和。其中, \hat{t}_p 和 t_p 分别为 S_0 应力下可靠度为 p 的可靠寿命估计值和真值。 U 越小,说明估计值与真值误差越小,统计结果越好;反之则反。因此方案优化设计的目标实际上就是要设计出 U 尽可能小的试验方案。

2.2 设计变量

恒定应力加速试验方案要素包括:①样本总量 $N = n_1 + \dots + n_E$;②应力水平数 E ;③应力水平 S_i ;④样品的分配比例 π_i ;⑤ S_i 应力下的失效截尾数 r_i ;⑥ S_i 应力下的截尾时间 τ_i ;⑦ S_i 应力下的退化量监测时间间隔 T_i ,监测次数 K_i ;等等。因此,备选设计方案可记为 $\mathbf{P} = \{N, E, S_i, \pi_i, r_i, \tau_i, T_i, K_i; i = 1, \dots, E\}$ 。

在应用中可首先根据已有信息或经验进行方案的基本设计(如确定样本量 N 、应力水平数 E 等),再对少量变量(如样品的分配比例 π_i)进行优化设计。这样在优化设计时可以使设计变量少,以减少寻优的搜索维数,简化优化问题,例如取 $\mathbf{P} = \{S_i, \pi_i, i = 1, \dots, E\}$ 或 $\mathbf{P} = \{\pi_i, i = 1, \dots, E\}$ 。

2.3 约束条件

约束条件主要用于构建备选方案,使得备选方案满足约束条件,如:①样本总量 N 满足 $0 < N \leq N_{\max}$, N_{\max} 为试验允许的最大试验样本;②应力水平数 E 满足 $E < N$;③样品的分配比例需满足 $\sum \pi_i = 1$, 且 $0 < \pi_i < 1, i = 1, \dots, E$;④试验费用约束;等等。在应用中应根据实际情况拟定约束条件。

3 竞争失效场合仿真基加速试验优化设计

3.1 基本思路

仿真基优化设计的基本思路如图 1 所示,首先根据约束条件确定备选方案,然后利用 Monte Carlo 仿真模拟竞争失效场合加速试验过程生成试验数据,对仿真试验数据进行统计分析得到可靠性指标,然后选取合理的评价准则,使得评价准则最优的试验方案即为最优方案,最后对最优方案进行敏感性分析。优化方法可分为直接优化和间接优化两种,下面对这两种方法和步骤进行详细分析。

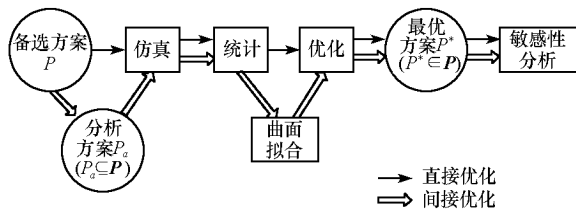


图 1 仿真基加速试验优化设计基本思路
Fig.1 The outline of simulation based optimal designs for accelerated testing

3.2 直接优化的方法和步骤

若设计变量为离散的,由于备选方案较少,因此可采用枚举法寻优,即直接对备选方案 P 中的全部方案进行仿真、统计和优化,使得 U 最小的即为最优方案。直接优化的主要方法和步骤如下:

步骤 1 根据约束条件构造备选方案 P 。

步骤 2 在 P 中选取一个方案 $P(P \in P)$ 。

步骤 3 根据先验知识 $(\gamma_0^{(d)}, \gamma_1^{(d)}, m^{(d)}, \sigma_\epsilon^{(d)}, \alpha^{(d)})$, $d = 1, \dots, M$, 通过 Monte Carlo 仿真产生竞争失效场合加速试验数据,仿真次数为 N_{mc} , 对于每次仿真,其步骤如下:

步骤 3-1 将先验 $\gamma_0^{(d)}, \gamma_1^{(d)}$ 和应力水平 S_i 代入式(6),得到各应力水平下的寿命特征量 $\eta_i^{(d)}$;

步骤 3-2 通过抽样 $t_{ij}^{(d)} \sim Weibull(m^{(d)}, \eta_i^{(d)})$,

$d = 1, \dots, M$, 并得到每个样品的失效时间 $t_{ij} = \min(t_{ij}^{(1)}, \dots, t_{ij}^{(M)})$ 和其对应的失效模式;

步骤 3-3 从步骤 3-2 产生的数据中分离出突发型失效模式的失效数据 $\mathbf{x} = \{x_{ij} | x_{ij} = (t_{ij}, z_{ij})\}$;

步骤 3-4 从步骤 3-2 产生的数据中分离出退化型失效模式 $d, d \in \{M_H + 1, \dots, M\}$ 的伪失效数据 $\{t_{ij}^{(d)}\}$, 然后对每一个 $t_{ij}^{(d)}$, 根据式(3)、先验知识 $\alpha^{(d)}$ 和失效阈值 $D_f^{(d)}$ 获取 $D_{ij}^{(d)}(t_{i,k})$; 抽样 $\epsilon_{ij}^{(d)}(t_{i,k}) \sim N(0, \sigma_\epsilon^{(d)2})$ 得到 $\epsilon_{ij}^{(d)}(t_{i,k})$; 根据式(4)得到退化型失效模式的退化量观测值 $\{y_{ij}^{(d)}(t_{i,k})\}$ 。

步骤 4 对产生的仿真数据进行统计分析,对于每次统计,其步骤如下:

步骤 4-1 采用 \mathbf{x}_H 对所有突发型失效模式的参数模型进行统计,计算其似然函数

$$L = \prod_{i=1}^E \prod_{j=1}^{n_i} L_{ij} = \prod_{i=1}^E \prod_{j=1}^{n_i} \prod_{d=1}^{M_H} [h_i^{(d)}(t_{ij}) \cdot \prod_{v=1}^{M_H} R_i^{(v)}(t_{ij})]^{z_{Hij}^{(d)}} \quad (8)$$

对 L 极大化可得 $(\hat{\gamma}_0^{(d)}, \hat{\gamma}_1^{(d)}, \hat{m}^{(d)})$, 进而得到正常应力下的可靠度估计 $\hat{R}_0^{(d)}(t)$, $d = 1, \dots, M_H$;

步骤 4-2 分离出退化型失效模式 d 的退化量观测数据 $\mathbf{y}^{(d)} = \{y_{ij}^{(d)}(t_{i,k})\}$, 根据其退化规律选取合适的退化模型,采用 $\mathbf{y}^{(d)}$ 对退化模型进行最小二乘估计得到 $(\hat{\alpha}^{(d)}, \hat{\beta}^{(d)})$, $d = M_H + 1, \dots, M$, 再通过式(5)求取伪失效数据 $\{t_{ij}^{(d)}\}$, 对 $\{t_{ij}^{(d)}\}$ 进行极大似然估计得到正常应力下的可靠度估计 $\hat{R}_0^{(d)}(t)$, $d = M_H + 1, \dots, M$;

步骤 4-3 根据竞争失效模型,产品正常应力下的可靠度估计为

$$\hat{R}_0(t) = \prod_{d=1}^M \hat{R}_0^{(d)}(t) = \prod_{d=1}^{M_H} \hat{R}_0^{(d)}(t) \prod_{d=M_H+1}^M \hat{R}_0^{(d)}(t) \quad (9)$$

步骤 5 根据式(7)计算一次仿真的 U 值。

步骤 6 重复步骤 3 至步骤 5 进行 N_{mc} 次仿真,得到方案 P 情况下 U 的 N_{mc} 次仿真平均值 \bar{U}_P 。

步骤 7 返回步骤 2 选取另一个不同的方案 $P(P \in P)$ 重复步骤 2 至步骤 6。

步骤 8 选取 \bar{U}_P 作为目标函数,使目标函数值最小的方案 $P^*(P^* \in P)$ 即为最优方案

$$P^* = \arg \min_P \{\bar{U}_P\} \quad (10)$$

3.3 间接优化的方法和步骤

由于 Monte Carlo 仿真方法重复模拟试验的次数 N_{mc} 要足够大,仿真结果才比较准确。如果备选方案非常多(如设计变量为连续变量),采用直接优化的计算量非常庞大。针对这一问题,可充分利用 \bar{U}_p 的连续性,采取曲面拟合进行间接优化,减少计算量。间接优化的主要方法和步骤如下:

步骤1 根据约束条件构造备选方案 \mathbf{P} ,从 \mathbf{P} 中选取分析方案 \mathbf{P}_a ($\mathbf{P}_a \subseteq \mathbf{P}$)。 \mathbf{P}_a 为离散方案集合,通常等间隔选取,其规模应适中,因为太少则曲面拟合精度不高,太多则计算量偏大。例如, $\mathbf{P} = [0, 1]$, 可选择 $\{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0\}$ 作为 \mathbf{P}_a 。

步骤2~7 与3.2节中步骤2~7相似,不同之处是从分析方案 \mathbf{P}_a 中选取方案 P ($P \in \mathbf{P}_a$),而不是从备选方案 \mathbf{P} 中选取。

步骤8 采用曲面拟合的方法,对点集 (P, \bar{U}_p) , $P \in \mathbf{P}_a$ 进行拟合得到回归曲面 $\bar{U}(P)$, $P \in \mathbf{P}$ 。本文采用最小二乘支持向量机(Least Squares Support Vector Machine, LS-SVM)进行曲面拟合,主要基于以下几方面考虑:①SVM 非常灵活,适用于拟合各类线性非线性模型;②SVM 采用结构风险最小化,具有出色的学习泛化能力;③目前已开发出 Matlab 的 SVM 工具包,易于实现。④LS-SVM 将传统支持向量机的二次规划问题转化为线性方程求解问题,提高了效率^[9]。基于 LS-SVM 的曲面拟合步骤如下:

步骤8-1 LS-SVM 参数选取。由于径向基对非线性拟合效果较好,因此本文方法采用径向基核函数实现 LS-SVM 拟合,其主要参数是超参数 γ 和径向基核函数参数 σ 。这两个参数在很大程度上决定了 LS-SVM 的拟合效果,必须根据相应的准则和方法选取合理的参数^[10]。根据 LS-SVM 原理,最大取值范围是 $\gamma \in [0.1, 10000]$, $\sigma \in [0.01, 10000]$ ^[10]。在最大取值范围内选取参数值,构建备选参数对 (γ_u, σ_v) , $u = 1, \dots, N_u$; $v = 1, \dots, N_v$ 。在实际操作中通常根据经验缩小 γ 和 σ 的取值范围,以减少计算量。

采用 (γ_u, σ_v) 进行 LS-SVM 学习和预测。设整个点集 (P, \bar{U}_p) , $P \in \mathbf{P}_a$ 的前、后两半部分分别为 $(P, \bar{U}_p)_L$ 和 $(P, \bar{U}_p)_R$ 。其中 $(P, \bar{U}_p)_L$ 用来训练学习机器(即输入和输出的映射关系),采用训练好的学习机器对 (P, \bar{U}_p) 进行拟合,拟合结果为

$(P, \bar{U}(P))|_{(\gamma_u, \sigma_v)}$ 。设 $(P, \bar{U}_p)_L$ 和 $(P, \bar{U}_p)_R$ 对应的拟合值分别为 $(P, \hat{\bar{U}}_p)_L|_{(\gamma_u, \sigma_v)}$ 和 $(P, \hat{\bar{U}}_p)_R|_{(\gamma_u, \sigma_v)}$, 均方误差分别记为 $MSEL_{uw} = MSE((P, \hat{\bar{U}}_p)_L|_{(\gamma_u, \sigma_v)})$, $MSER_{uw} = MSE((P, \hat{\bar{U}}_p)_R|_{(\gamma_u, \sigma_v)})$ 。

某参数对 (γ_u, σ_v) 的拟合效果评价量 H_{uw} 由标准化均方误差 HL_{uw} 和 HR_{uw} 两部分组成,分别衡量该参数下 LS-SVM 的学习能力和预测能力, $HL_{uw}, HR_{uw} \in [0, 1]$ 。 H_{uw} , $u = 1, \dots, N_u$; $v = 1, \dots, N_v$ 中最小值相对应的参数 $(\gamma_u, \sigma_v)|_{\min(H_{uw})}$ 即为点集 (P, \bar{U}_p) , $P \in \mathbf{P}_a$ 的最优拟合参数。

$$H_{uw} = HL_{uw} + HR_{uw}$$

$$\begin{aligned} & MSEL_{uw} - \min_{\substack{u=1, \dots, N_u \\ v=1, \dots, N_v}} (MSEL_{uw}) \\ = & \frac{\max_{\substack{u=1, \dots, N_u \\ v=1, \dots, N_v}} (MSEL_{uw}) - \min_{\substack{u=1, \dots, N_u \\ v=1, \dots, N_v}} (MSEL_{uw})}{MSE_{uw} - \min_{\substack{u=1, \dots, N_u \\ v=1, \dots, N_v}} (MSE_{uw})} \\ & + \frac{\max_{\substack{u=1, \dots, N_u \\ v=1, \dots, N_v}} (MSE_{uw}) - \min_{\substack{u=1, \dots, N_u \\ v=1, \dots, N_v}} (MSE_{uw})}{MSE_{uw} - \min_{\substack{u=1, \dots, N_u \\ v=1, \dots, N_v}} (MSE_{uw})} \end{aligned} \quad (11)$$

步骤8-2 采用选取的参数 $(\gamma_u, \sigma_v)|_{\min(H_{uw})}$ 对 (P, \bar{U}_p) , $P \in \mathbf{P}_a$ 进行训练,并根据训练好的学习机器进行预测得到回归曲面 $\bar{U}(P)$, $P \in \mathbf{P}$ 。使目标函数值 $\bar{U}(P)$ 最小的方案 P^* ($P^* \in \mathbf{P}$) 即为最优方案。

4 应用算例

4.1 直接优化算例

假设某产品存在两种失效模式:突发型、退化型。拟对该产品进行加速试验以预测其工作寿命,现对该试验进行方案设计及优化。试验方案的基本设计如下:应力水平数 $E = 4$;正常应力 $S_0 = 20^\circ\text{C}$ (293K),加速应力分别为 $S_1 = 60^\circ\text{C}$ (333K)、 $S_2 = 130^\circ\text{C}$ (403K)、 $S_3 = 210^\circ\text{C}$ (483K) 和 $S_4 = 300^\circ\text{C}$ (573K);各应力水平下试验采用定数截尾,当失效为 n_i 的一半,则试验截止。

在基本设计的基础上进行优化设计,试验方案的优化设计为样本量分配问题,即在约束条件为 $n_1 = n_4 = 20$, $n_2 + n_3 = 40$ 的情况下,如何对 n_2 和 n_3 进行样本分配。问题的设计变量为 $\pi_2 = n_2/(n_2 + n_3)$,拟定的备选方案为 $\pi_2 = \{0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, 0.50, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90\}$ 。

设根据该产品先验知识的分析,两种失效模式的失效分布均服从 Weibull 分布,加速模型为 Arrhenius 模型。模型先验值如下:①突发型失效模式, $\gamma_0^{(1)} = 3, \gamma_1^{(1)} = 2100, m^{(1)} = 2$ 。②退化型失效模式, $\gamma_0^{(2)} = 3.5, \gamma_1^{(2)} = 1900, m^{(2)} = 4$ 。设以某性能参数的百分比作为退化量,初始值 $D_{ij}^{(2)}(0) = 1$,失效阈值 $D_f^{(2)} = 0.5$ 。退化模型为线性模型,则 $\alpha^{(2)} = D_{ij}^{(2)}(0) = 1$,测量误差 $\sigma_\epsilon^{(2)} = 0.01$ 。

由于备选方案 π_2 是离散的且较少,采用本文的仿真基直接优化方法进行方案优化,仿真次数 $N_{mc} = 500$,方案优化结果如图 2 所示。最优试验方案为 $\pi_2^* = 0.65, \bar{U}_{\min} = 1354.3$ 。即 $n_2^* = 40\pi_2^* = 26, n_3^* = 40 - n_1^* = 14$ 。即当 S_2 和 S_3 应力下的样本量分别为 26 和 14 时,试验获得的统计结果最精确。

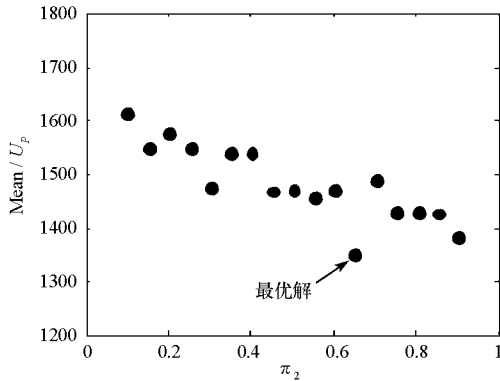


图 2 直接优化算例优化结果

Fig.2 Optimal results of the case of direct optimization

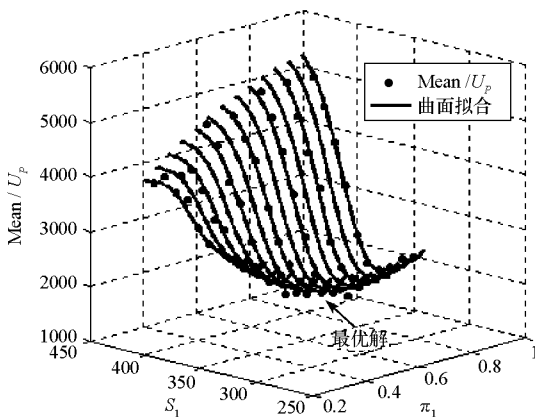


图 3 间接优化算例优化结果

Fig.3 Optimal results of the case of indirect optimization

4.2 间接优化算例

间接优化算例采用 4.1 节所述产品,试验方案的基本设计如下:应力水平数 $E = 4$;正常应力 $S_0 = 20^\circ\text{C}$ (293K),加速应力分别为 $S_2 = 130^\circ\text{C}$ (403K)、 $S_3 = 210^\circ\text{C}$ (483K) 和 $S_4 = 300^\circ\text{C}$ (573K);各应力水平下试验采用定时截尾,截尾时间分别

为 $\tau_1 = 6500\text{h}, \tau_2 = 2500\text{h}, \tau_3 = 1000\text{h}, \tau_4 = 500\text{h}$ 。

设试验的优化设计为双变量优化问题,设计变量为 S_1 和 π_1 ,其中 $\pi_1 = n_1 / (n_1 + n_2)$ 。约束条件为 S_1 介于 S_0 和 S_2 之间, $n_3 = n_4 = 10, n_1 + n_2 = 20$ 。拟定的备选方案为 $S_1 = \{S_1 \mid S_1 \in [293\text{K}, 403\text{K}]\}, \pi_1 = \{0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, 0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80\}$ 。

模型先验值与 4.1 节相同。由于备选方案过多,所以这里采用间接优化方法。选取的分析方案为 $S_{a1} = \{303\text{K}, 313\text{K}, 323\text{K}, 333\text{K}, 343\text{K}, 353\text{K}, 363\text{K}, 373\text{K}, 383\text{K}, 393\text{K}\}, \pi_{a1} = \{0.20, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.80\}$ 。

采用本文的仿真基间接优化方法进行方案优化,即先计算分析方案 $P_a = (S_{a1}, \pi_{a1})$ 的优化目标值 $\{\bar{U}_p \mid P \in P_a\}$,仿真次数 $N_{mc} = 500$;然后采用 LS-SVM 对点集 $(P, \bar{U}_p), P \in P_a$ 进行拟合得到回归曲面 $\bar{U}(P), P \in P$,回归曲面中使得 \bar{U}_p 最小的 $P, P \in P$ 即为最优方案。方案优化结果如图 3 所示,最优试验方案为 $(S_1^*, \pi_1^*) = (329.9\text{K}, 0.70)$,对应的 $\bar{U}(P)$ 最小值 $\bar{U}_{\min} = 2058.3$ 。 $n_1^* = 20\pi_1^* = 14, n_2^* = 20 - n_1^* = 6$ 。

5 方案对模型参数先验值偏差的敏感性分析

在进行试验方案优化设计时,无论是解析优化方法还是仿真优化方法,均需要提供模型参数 $(\gamma_0^{(d)}, \gamma_1^{(d)}, m^{(d)}, \sigma_\epsilon^{(d)}, \alpha^{(d)})$, $d = 1, \dots, M$ 的先验值。这些先验值可以通过工程经验、类似产品的信息或摸底试验进行估计。参数的先验值与真实值之间通常存在一定的偏差,本文以 4.2 节的间接优化算例为例讨论方案对模型参数先验值偏差的敏感性。假定模型参数先验值的偏差为 $\epsilon_{\gamma_0}^{(1)}, \epsilon_{\gamma_1}^{(1)}, \epsilon_m^{(1)}, \epsilon_{\gamma_0}^{(2)}, \epsilon_{\gamma_1}^{(2)}, \epsilon_m^{(2)}$,即先验值分别为 $\gamma_0^{(1)}(1 + \epsilon_{\gamma_0}^{(1)}), \gamma_1^{(1)}(1 + \epsilon_{\gamma_1}^{(1)}), m^{(1)}(1 + \epsilon_m^{(1)}), \gamma_0^{(2)}(1 + \epsilon_{\gamma_0}^{(2)}), \gamma_1^{(2)}(1 + \epsilon_{\gamma_1}^{(2)}), m^{(2)}(1 + \epsilon_m^{(2)})$ 。敏感性分析结果如表 1 所示。从表 1 的结果可以看出,当模型参数先验值偏差为 10% 时,最优的应力水平 1 量级 S_1^* 变化不超过 6% (偏差最大的 S_1^* 为 346.6K),最优的应力水平 1 样本量分配比例 π_1^* 变化不超过 15% (偏差最大的 π_1^* 为 0.60),表明采用仿真基优化设计方法,最优试验方案对模型参数先验值具有一定的鲁棒性。

表 1 方案对模型参数先验值偏差的敏感性

Tab.1 Sensitivity of the optimal test plan to the biases of prior values of model parameters

$\epsilon_{\gamma 0}^{(1)}$	$\epsilon_{\gamma 1}^{(1)}$	$\epsilon_m^{(1)}$	$\epsilon_{\gamma 0}^{(2)}$	$\epsilon_{\gamma 1}^{(2)}$	$\epsilon_m^{(2)}$	(S_1^*, τ_1^*)
0	0	0	0	0	0	(329.9K,0.70)
10%	0	0	0	0	0	(319.8K,0.60)
0	10%	0	0	0	0	(315.2K,0.70)
0	0	10%	0	0	0	(334.6K,0.75)
0	0	0	10%	0	0	(346.6K,0.75)
0	0	0	0	10%	0	(343.9K,0.60)
0	0	0	0	0	10%	(327.5K,0.60)

6 结论

本文建立了一种基于 Monte Carlo 仿真的竞争失效场合加速试验优化设计方法,适用于存在多种失效模式,甚至突发型失效和退化型失效并存的复杂结构产品。由于失效模式众多,使得模型参数相应增加,传统解析优化方法的推导过程比较复杂,而本文方法不需要复杂的理论推导,易于流程化。Monte Carlo 方法通过大量的试验仿真得到问题的近似解,仿真次数越多,精度越高,但计算量也越大。通过引入曲面拟合,可以大量减少进行仿真的试验方案个数,进而在保证较高精度的同时,使得计算量大大减小。敏感性分析结果表明,最优试验方案对模型参数先验值具有一定

的鲁棒性。

参考文献:

- [1] Bai D S, Chun Y R. Optimum Simple Step-stress Accelerated Life Tests with Competing Causes of Failure [J]. IEEE Trans, Reliability, 1991, 40(5): 622 - 627.
- [2] 刘立喜,葛广平. 竞争失效产品定时截尾的简单恒加寿命试验的优化设计[J]. 应用概率统计, 1998, 14(3): 301 - 306.
- [3] Pascual F. Accelerated Life Test Planning with Independent Weibull Competing Risks with Known Shape Parameter[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2007, 56(1): 85 - 93.
- [4] Li X, Jiang T. Optimal Design for Step-stress Accelerated Degradation Testing with Competing Failure Modes [C]//Proceedings of Annual Reliability and Maintainability Symposium, 2009: 64 - 68.
- [5] 汪亚顺,张春华,陈循. 仿真基加速寿命试验优化设计方法研究[J]. 宇航学报, 2006, 27(4): 755 - 760.
- [6] Nelson W. Accelerated Testing: Statistical Methods, Test Plans, and Data Analysis [M]. New York: John Wiley & Sons, 1990.
- [7] 汪亚顺,张春华,陈循. 步降应力加速寿命试验(续篇)—优化设计篇[J]. 兵工学报, 2007, 28(6): 691 - 696.
- [8] Meeker W Q, Escobar L A. Statistical Methods for Reliability Data [M]. New York: John Wiley & Sons, 1990.
- [9] Suykens J A, Vandewalle J. Least Squares Support Vector Machine Classifiers[J]. Neural Processing Letters, 1999, 9(3): 293 - 300.
- [10] 朱家元,杨云,张恒喜,等. 基于优化最小二乘支持向量机的小样本预测研究[J]. 航空学报, 2004, 25(6): 565 - 568.