

文章编号: 1001-2486(2011)02-0157-06

一种基于分块下三角分解的子空间 GNSS 抗干扰方法^{*}

石斌斌^{1,2}, 王 展¹, 钱林杰¹, 程 翥¹, 皇甫堪¹

(1. 国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;
2. 空军雷达学院 空天基预警监视装备系, 湖北 武汉 430019)

摘要:通过 SVD 获得子空间的方法, 适合于多变环境和较少数据样本情况, 但计算量很大, 限制了该方法的实时应用。在不降低性能的条件下, 将 SVD 弱化为分块下三角分解, 减少了提取子空间的复杂度, 并给出基于 Givens 旋转的实现结构, 具有结构简单, 便于并行实现的优点。将该方法应用于 GNSS 抗干扰仿真实验, 验证了其有效性。

关键词:全球卫星导航系统; 子空间投影; Givens 旋转; QR 分解; 奇异值分解

中图分类号: TN911.7; TN957.52 **文献标识码:** A

Interference Suppression by Subspace Projection Technique Based on Block Triangularize Decomposition in GNSS Receiver

SHI Bin-bin, WANG Zhan, QIAN Lin-jie, CHENG Zhu, HUANGFU Kan

(1. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Department of Air/space-based Early Warning Surveillance Equipment, Airforce Radar Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: Subspace obtained by SVD is fit for complex interference and few sample, but computation of this method is large. A new subspace projection approach was proposed. It relaxed the requirement of the diagonal matrix in SVD to block lower triangular matrix and reduced the computation while the anti-jammer performance was not affected. The block lower triangular matrix can be computed by Givens rotation. Givens rotation has modular structures and is suitable for parallel computation. Based on the characters of GNSS signal, noise and jammers, it is applied to interference suppression in GNSS receiver. The numerical simulation demonstrates that the performance is effective.

Key words: GNSS; subspace projection; givens rotation; QR decomposition; SVD

典型的自适应算法分为两类, 一是闭环算法, 二是开环算法。Widrow 等人提出了在最小均方误差准则下实现的 LMS 算法^[1]。Frost 和 Griffiths 又进一步将 LMS 算法推广应用于线性约束自适应波束形成^[2]。LMS 算法实现简单、不需要数据存储、计算量很小, 但收敛速度取决于其输出协方差阵的特征值分布情况, 在其特征值散布度较大时, 算法的收敛速度很慢。在 GNSS (Global Navigation Satellite System) 干扰场景中, 由于主动干扰策略多变, 同时又可能有非平稳的非主动干扰源, 形成了信号环境的复杂性。因此闭环算法作为抗干扰算法会受到应用场景的制约。

开环算法是在最小平方误差准则下, 将自适应波束形成问题化为求解超定线性方程组的最小二乘解问题, 开环算法的优越性在于只需要较少的数据, 就能准确地描述外部环境 从而提供在复

杂干扰环境中抑制干扰的方向图, 而性能与特征值的分布无关^[3]。开环算法目前被认为是实现自适应处理的最佳途径。

开环算法又分为均方域算法和数据域算法^[3]。由 Reed 等人提出的样本协方差阵直接求逆 (DMI, Direct Matrix Inversion) 的方法^[4]就属于均方域算法。DMI 算法还有其他的实现形式, 如逆矩阵递推算法^[5]、权矢量递推算法等。均方域算法需要显式地计算样本协方差矩阵, 相当于对样本数据进行了平方运算, 大大地增加了数据处理字长, 并且在缺秩情况下, 使得许多实际情况下的协方差矩阵出现病态, 严重影响了算法的数据特性。此外, 均方域算法结构不利于并行实现, 算法的运算量严重限制自适应权矢量的更新速度, 使自适应阶数不可能很高。数据域算法目前主要有 Gram Schmidt 正交化算法, 多级嵌套维纳滤波

^{*} 收稿日期: 2010-07-05

作者简介: 石斌斌(1980—), 男, 博士生。

(MSNWF, Multistage Nested Wiener Filter)算法^[6]和基于 Givens 旋转的 QR 分解算法^[7-8]。Givens 旋转的方法,具有模块化结构并且可以采用 CORDIC (Coordinate Rotation Digital Computer)方法实现^[9],能够避免乘法器的使用。数据域算法的主要优点在于不需要显式地计算样本协方差矩阵,因而数值性能优于均方域算法;算法结构便于并行实现。

SVD 方法,可以准确估计子空间,但计算量很大,限制了该方法的实时应用。本文提出了一种子空间投影 GNSS 抗干扰方法,该方法通过 Givens 旋转的方式将 SVD 的分解方法简化为分块下三角分解,减少了运算量,同时抗干扰性能不受影响。该算法属于开环算法,适合多变环境和较少数据样本情况。Givens 旋转可以利用 CORDIC 方法实现,计算精度可以得到很大提高,因此具有较高的数值稳定性。并且该方法具有模块化的结构,这个特点使得该算法易于映射为 Systolic 阵列,便于进行快速并行实时处理。

1 子空间投影抗干扰

阵元数为 M 的天线阵列, n 时刻的观测矢量记为:

$$\mathbf{x}(n) = [x_1(n) \quad x_2(n) \quad \cdots \quad x_M(n)]^T$$

$$\text{信号矩阵 } \mathbf{A}(N) = [\mathbf{x}(1) \quad \cdots \quad \mathbf{x}(N)]^T,$$

后文的推导中将 $\mathbf{A}(N)$ 简记为 \mathbf{A} 。

M 维向量 \mathbf{w} 表示处理器的权矢量。则

$$\mathbf{w} = [w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_M]^T$$

接收信号可另外表示为:

$$\mathbf{x}(n) = s\mathbf{s}(n) + \sum_{i=1}^r \mathbf{a}_i j_i(n) + \mathbf{n}(n) \quad (1)$$

其中, $s(n)$ 、 \mathbf{s} 分别表示 GNSS 信号及其方向矢量; $j_i(n)$ 、 \mathbf{a}_i 表示第 i 个干扰及其方向矢量; $\mathbf{n}(n)$ 表示接收噪声矢量。 $\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{E}(\mathbf{x}\mathbf{x}^H)$ 为接收数据协方差矩阵。抗干扰处理器可以描述成为一个有约束的最优化问题

$$\min \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \quad \text{Subject to } \mathbf{w}^H \mathbf{c} = 1 \quad (2)$$

可以推出最优解为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = (\mathbf{c}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{c})^{-1} \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{c} \quad (3)$$

其中, \mathbf{c} 为约束矢量。在 GNSS 抗干扰中,经过简化,最优权值可以表示为^[10]:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{P}_{A_j}^\perp \mathbf{c} = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{A_j}) \mathbf{c} \quad (4)$$

抗干扰最佳权值的求解问题最终归结为干扰子空间投影矩阵 \mathbf{P}_{A_j} 或与其正交子空间投影矩阵 $\mathbf{P}_{A_j}^\perp$ 的求解即噪声子空间的估计问题。求解干扰子空间的投影矩阵 \mathbf{P}_{A_j} , 可以通过对观测矩阵 \mathbf{A}

的 SVD 分解来得到。

$N \times M$ 维观测矩阵 \mathbf{A} 的 SVD 分解为: $\mathbf{A} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_2 \end{bmatrix} \mathbf{V}^H$, 其中 Σ_1 中的奇异值远大于 Σ_2 中的奇异值, $\mathbf{V}^H = [\mathbf{V}_S \quad \mathbf{V}_N]^T$, Σ_1 对应的右奇异矢量为 \mathbf{V}_S , Σ_2 对应的右奇异矢量为 \mathbf{V}_N 。分别张成 \mathbf{A} 的信号子空间和噪声子空间,在 GNSS 抗干扰中,有用信号比噪声还要微弱,这里的信号子空间实际上是指抗干扰处理中的干扰形成的子空间,后文中都称 \mathbf{V}_S 张成 \mathbf{A} 的干扰子空间。于是有

$$\mathbf{P}_{A_j} = \mathbf{V}_S \mathbf{V}_S^H \quad (5)$$

$$\mathbf{P}_{A_j}^\perp = \mathbf{V}_N \mathbf{V}_N^H \quad (6)$$

从(5)、(6)两式中可以看出,干扰子空间和噪声子空间均与 \mathbf{U} 无关。

2 分块下三角分解子空间方法

假设 $N \times M$ 维矩阵 \mathbf{A} , 可以分解成 $\mathbf{A} = \mathbf{U}_A \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_2 & \mathbf{C} \end{bmatrix} \mathbf{V}_A^H$ 的形式, 其中, \mathbf{U}_A 和 \mathbf{V}_A 均为酉矩阵, \mathbf{C} 与 Σ_2 具有相同的维数。矩阵 $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}$ 的细

SVD 分解^[11]为: $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{B_1} \\ \mathbf{U}_{B_2} \end{bmatrix} \tilde{\Sigma}_1 \mathbf{V}_B^H$, 其中 $\tilde{\Sigma}_1 = \text{diag}(\tilde{\sigma}_1, \dots, \tilde{\sigma}_r)$, $\tilde{\sigma}_1 \geq \tilde{\sigma}_2 \geq \dots \geq \tilde{\sigma}_r$ 。矩阵 \mathbf{C} 的 SVD 分解为: $\mathbf{C} = \mathbf{U}_C \tilde{\Sigma}_2 \mathbf{V}_C^H$, $\tilde{\Sigma}_2 = \text{diag}(\tilde{\sigma}_{r+1}, \dots, \tilde{\sigma}_M)$, $\tilde{\sigma}_{r+1} \geq \tilde{\sigma}_{r+2} \geq \dots \geq \tilde{\sigma}_M$, 且 $\tilde{\sigma}_r \gg \tilde{\sigma}_{r+1}$ 。

记 $\tilde{\mathbf{U}}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{B_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{U}_{B_2} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$, 将 $\tilde{\mathbf{U}}_B$ 做 SVD 分解, $\tilde{\mathbf{U}}_B = \mathbf{U}_{TB} \Sigma_{UB} \mathbf{V}_{TB}^H$, 则

$$\tilde{\mathbf{U}}_B \tilde{\mathbf{U}}_B^H = \mathbf{U}_{TB} \Sigma_{UB} \Sigma_{UB}^H \mathbf{U}_{TB}^H \quad (7)$$

故

$$(\Sigma_{UB}^{-1} \mathbf{U}_{TB}^H \tilde{\mathbf{U}}_B) (\Sigma_{UB}^{-1} \mathbf{U}_{TB}^H \tilde{\mathbf{U}}_B)^H = \mathbf{I} \quad (8)$$

记酉矩阵:

$$\mathbf{U}_B = \Sigma_{UB}^{-1} \mathbf{U}_{TB}^H \tilde{\mathbf{U}}_B \quad (9)$$

则有

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_A \Sigma_{UB} \mathbf{U}_{TB} \mathbf{U}_B \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\Sigma}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_C^H \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_B^H & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{V}_A^H = \mathbf{U}_A \mathbf{U}_{TB} \mathbf{U}_B \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_C^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_B^H & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{V}_A^H \quad (10)$$

式(10)为 A 的奇异值分解。其中 $\begin{bmatrix} \Sigma_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_2 \end{bmatrix} = \Sigma_{UB} \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\Sigma}_2 \end{bmatrix}$, $\Sigma_1 = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r$, $\Sigma_2 = \text{diag}(\sigma_{r+1}, \dots, \sigma_M)$, $\sigma_{r+1} \geq \sigma_{r+2} \geq \dots \geq \sigma_M$ 。

若 $\tilde{\sigma}_r \gg \tilde{\sigma}_{r+1}$ 成立,则必然有 $\sigma_r \gg \sigma_{r+1}$ 。故当 C 的奇异值远小于 A 的主奇异值时 $\sigma_r \gg \sigma_{r+1}$ 成立,右奇异矢量构成的酉矩阵 V 可以分为两个部分,它们张成的子空间分别为数据阵 A 的干扰子空间和噪声子空间,即 $V^H = [V_S \ V_N]^T$, $\text{col}(V_S)$ 为数据阵 A 的干扰子空间, $\text{col}(V_N)$ 为数据阵 A 的噪声子空间。

$$V^H = \begin{bmatrix} V_B^H & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & V_C^H \end{bmatrix} V_A^H \quad (11)$$

$$V_A^H = \begin{bmatrix} V_B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & V_C \end{bmatrix} V^H \quad (12)$$

酉矩阵 V 可以分为数据阵 A 的干扰子空间和噪声子空间,即 $V^H = [V_S \ V_N]^T$, 将其代入式(12),得到

$$V_A = [V_S V_B^T \ V_N V_C^T]^T \quad (13)$$

若记 $\tilde{V}_N = V_N V_C^T$, 由于 \tilde{V}_N 是 V_N 经过右酉变换得到的, 不难得出结论, \tilde{V}_N 与 V_N 张成的子空间是一致的。

若数据矩阵 A , 可以分解成 $A = U_A \begin{bmatrix} B_1 & \mathbf{0} \\ B_2 & C \end{bmatrix} V_A^H$ 的形式, 且 C 的维数等于 A 的噪声子空间维数, 并满足 C 的奇异值远小于主奇异值, 则可以通过右边的酉矩阵 V_A 获得信号子空间和噪声子空间, 从而不需要将分块下三角阵 $\begin{bmatrix} B_1 & \mathbf{0} \\ B_2 & C \end{bmatrix}$ 继续分解成对角阵。这就使得子空间分离算法从 SVD 分解弱化成带条件的分块下三角分解。

3 基于 Givens 的分块下三角分解

将矩阵 A 分解成 $U_A \begin{bmatrix} B_1 & \mathbf{0} \\ B_2 & C \end{bmatrix} V_A^H$ 的形式, 可以采用 Givens 旋转的方法。

第一步先将 A 通过 Givens 旋转做 QR 分解。

n 时刻的数据矩阵 QR 分解后的 R 阵可以表示成

$$R(n) =$$

$$\begin{bmatrix} r_{11}(n) & r_{12}(n) & \dots & r_{1M}(n) \\ 0 & r_{22}(n) & \dots & r_{2M}(n) \\ \vdots & 0 & \dots & \vdots \\ \ddots & & r_{M-1, M-1}(n) & r_{M-1, M}(n) \\ 0 & \dots & 0 & r_{MM}(n) \end{bmatrix} \quad (14)$$

对 $A_M(n)$ 采用 Givens 旋转进行 QR 分解, 可以用时间递推 Givens 算法来进行计算^[7], 其计算流程如表 1 所示。

表 1 基于 Givens 的 QR 分解时间递推算法

Tab.1 Recursive QR decomposition algorithm based on Givens rotation

$(n=0)$ 的初始化
$r_{ii}(0) = o, i = 1, 2, \dots, M$, 其中 o 为一个极小的正数。
$r_{ij}(0) = 0, i = 1, 2, \dots, M, j = i + 1, \dots, M$
对于每个 n 时刻的初始化
$x_i^{(1)}(n) = x_i(n), i = 1, 2, \dots, M$
do $i = 1, 2, \dots, M$
$r_{ii}(n) = [r_{ii}^2(n-1) + x_i^{(i)}(n) ^2]^{\frac{1}{2}}$
$c_i = \frac{r_{ii}(n-1)}{r_{ii}(n)}$
$s_i = \frac{x_i^{(i)}(n)}{r_{ii}(n)}$
do $j = i + 1, i + 2, \dots, M$
$r_{ij}(n) = c_i r_{ij}(n-1) + s_i x_j^{(i)}(n)$
$x_j^{(i+1)}(n) = c_i x_j^{(i)}(n) - s_i^* r_{ij}(n)$

表 1 所描述的时间递推形式的 QR 分解过程, 可以用图 1 描述。

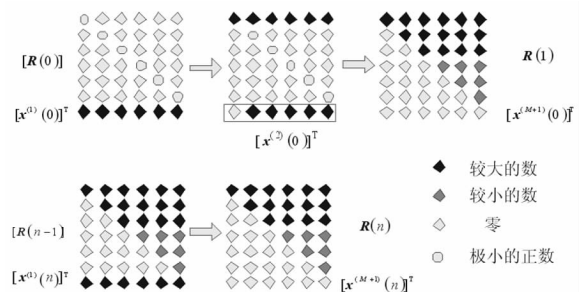


图 1 基于 Givens 的 QR 分解时间递推算法示意图
Fig.1 Sketch of the recursive QR decomposition algorithm based on Givens rotation

图 1 为 Givens 旋转计算 QR 分解的示意图, Givens 基本运算单元是可以采用流水形式的 CORDIC 来实现的, CORDIC 方法结构简单, 并能完成较高计算精度的旋转运算。输入信号按照时间顺序依次从上方输入, 对每行新来的数据, R 阵的计算结果在图 3 中有明确的显示。

采用 Givens 旋转做 QR 分解的过程, 是将数据阵 A 不断左乘 Givens 旋转矩阵的过程。

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} I & & & \mathbf{0} \\ & c & \mathbf{0} & s \\ & \mathbf{0} & I & \mathbf{0} \\ & -s^* & \mathbf{0} & c \\ \mathbf{0} & & & I \end{bmatrix} \begin{matrix} \vdots \\ i \\ \vdots \\ j \\ \vdots \end{matrix} \quad (15)$$

$$\prod_{i=1}^{N-1} \prod_{j=i+1}^N G_{ij} A = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

由于 G_{ij} 是酉矩阵, 故 $G = \prod_{i=1}^{N-1} \prod_{j=i+1}^N G_{ij}$ 也是酉矩阵

$$A = G^H \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (17)$$

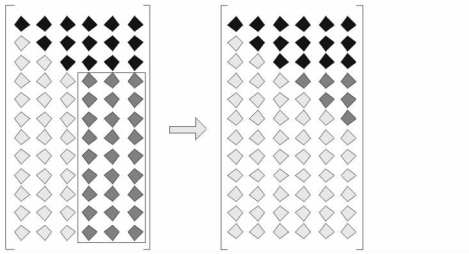


图2 Givens 旋转进行 QR 分解的部分过程
Fig.2 Part of the QR decomposition based on Givens rotation

图2所示的右下方框内的 Givens 旋转过程, 可以用式(18)表示。

$$\prod_{i=r+1}^{N-1} \prod_{j=i+1}^N G_{ij} A^{(r+1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{(M-r)} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$A^{(r+1)}$ 表示如图2所示的右下方框中的数据阵。

$$A^{(r+1)} = \begin{bmatrix} x_{r+1}^{(r+1)}(r+1) & \cdots & x_M^{(r+1)}(r+1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{r+1}^{(r+1)}(N) & \cdots & x_M^{(r+1)}(N) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$R_{(M-r)} = \begin{bmatrix} r_{r+1,r+1}(n) & r_{r+1,r+2}(n) & \cdots & r_{r+1,M}(n) \\ 0 & r_{r+2,r+2}(n) & \cdots & r_{r+2,M}(n) \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & r_{M-1,M-1}(n) & r_{M-1,M}(n) \\ 0 & \cdots & 0 & r_{MM}(n) \end{bmatrix} \quad (20)$$

由于 G_{ij} 为酉矩阵, 故

$$\begin{aligned} & \|R_{(M-r)}\|_2 \\ &= \left\| \prod_{i=r+1}^{N-1} \prod_{j=i+1}^N G_{ij} A^{(r+1)} \right\|_2 = \|A^{(r+1)}\|_2 \end{aligned} \quad (21)$$

在表1描述的计算过程中, 如果令 $\sqrt{\delta_i(n)} \equiv r_{ii}(n), i=1, \dots, M$ 。 $r_{ij}(n) = \sqrt{\delta_i(n)} \tilde{r}_{ij}(n)$, 定

$$\text{义 } \alpha_0(n) = 1, \alpha_i(n) = \frac{\alpha_{i-1}(n)\delta_i(n-1)}{\delta_i(n)}。$$

则可以把表1中的 $x_j^{(i)}(n)$ 表示成:

$$x_j^{(i)}(n) = \sqrt{\alpha_{i-1}(n)} \tilde{x}_j^{(i)}(n), j=i+1, \dots, M \quad (22)$$

$\tilde{x}_j^{(i+1)}(n)$ 可以视为 j 阵元在 n 时刻的先验误差。

$$x_j^{(i)}(n) = \sqrt{\alpha_{i-1}(n)} \tilde{x}_j^{(i)}(n), 0 < \sqrt{\alpha_{i-1}(n)} \leq 1 \quad (23)$$

在快拍数较多时, $\sqrt{\alpha_{i-1}(n)}$ 为接近于1的数。

故 $A^{(r+1)}$ 可视为误差阵。因此

$\|A^{(r+1)}\|_2 = \tilde{\sigma}_{r+1}$, 于是有:

$$\|R_{(M-r)}\|_2 = \|A^{(r+1)}\|_2 = \tilde{\sigma}_{r+1} \ll \tilde{\sigma}_r \quad (24)$$

另外, 在时间递推的 QR 分解中

$$r_{ii}(n) = \left(\sum_{n=i}^N |x_i^{(i)}(n)|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

当 $i > r$ 时, $[r_{ii}(n)]^2$ 实际上可以视为噪声功率, 于是在信噪比较大的情况下, 有

$$r_{r,r}(n) \gg r_{r+1,r+1}(n) \quad (26)$$

根据式(26)可以判断出 A 的信号子空间和噪声子空间维数。

第二步, 将上三角阵 $R(n)$ 向下增广一个单位阵, 依然使用 Givens 旋转进行列变换, 使上三角矩阵化为下三角矩阵, 能量向左聚集, 同时单位阵跟随进行列变换, 形成矩阵 V_A 。

使用 Givens 旋转进行列变换, 是将 $R(n)$ 右乘 Givens 旋转矩阵的过程, 可以表示成

$$\begin{bmatrix} B_1 & \mathbf{0} \\ B_2 & C \end{bmatrix} = R(n) \tilde{G}, \tilde{G} = \prod_{i=1}^r \prod_{j=i+1}^M \tilde{G}_{ij} \quad (27)$$

$$[B_2 \ C] = [\mathbf{0} \ R_{M-r}] \tilde{G} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \|B_2 \ C\|_2 &= \|R_{M-r} \tilde{G}\|_2 = \|R_{M-r}\|_2 \\ &= \left\| \prod_{i=r+1}^{N-1} \prod_{j=i+1}^N G_{ij} A^{(r+1)} \right\|_2 = \|A^{(r+1)}\|_2 \\ &= \tilde{\sigma}_{r+1} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\|C\|_2 < \|B_2 \ C\|_2 = \tilde{\sigma}_{r+1} \quad (30)$$

故满足 C 的奇异值远小于 A 的主奇异值的条件。这就证明了通过上述 Givens 旋转过程可以得到符合条件的分块下三角分解。这种右乘 Givens 旋转矩阵的过程可以通过表1和图2几乎完全一致的计算过程进行计算。

4 仿真实验

仿真实验采用的天线阵列为 4×4 的16阵元方阵, 相邻阵元间的距离为半波长 $\frac{\lambda}{2}$ 。期望卫星信号入射角(俯仰角) $\varphi = 70^\circ$ 。

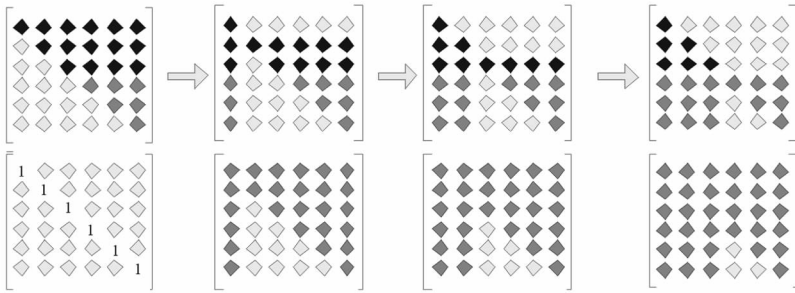


图 3 计算 V_A 的示意图

Fig.3 Sketch of the computation of V_A

在卫星导航信号中, GPS 信号是最为典型的。因此, 仿真中卫星信号采用 GPS 的 L1 频率 C/A 码信号, 根据 ICD-GPS-200 标准^[12], 在单位增益 RHCP(右旋圆极化)天线上用户的最低接收功率为 -159.6dBW , 实际通常为 -157dBW , 热噪声密度为 -205dBW/Hz , 以码片 4 倍速率采样, 则 C/A 码接收机处理带宽为 4MHz , 带内热噪声功率约为 -139dBW , 信噪比 $\text{SNR} \approx (-159.6) - (-139) = -20.6\text{dB}$ 。

设干扰功率为 1W 的干扰机, 可以通过无线信道链路公式计算出, 干扰机距接收机的直线距离为 10km 时, 干信比 ISR 可达到 40.6dB 。仿真中取干噪比 INR 为 20dB , 干扰数目为两个窄带干扰, 一个宽带干扰。

图 4 为两个窄带干扰和一个宽带干扰的混合干扰条件下, 解扩后输出 SINR 随采样点数 N 的变化情况。GPS C/A 码码长为 1023 , 故解扩增益约为 30dB 。两个窄带干扰的归一化频率分别为 0.2 和 0.5 , 入射角度为 $(100^\circ, 30^\circ)$ 和 $(160^\circ, 60^\circ)$, 宽带干扰的入射角度为 $(300^\circ, 35^\circ)$ 。可看出本文的分块下三角分解方法与 EVD 方法以及 SVD 方法性能几乎完全相同, 在 $N > 20$ 的情况下, 其抗干扰性能基本达到最优, 适合快变化小样本环境

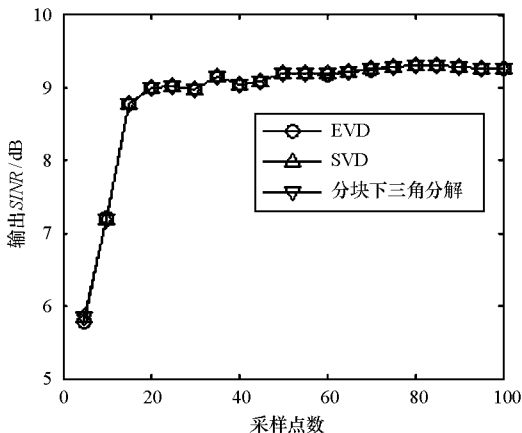
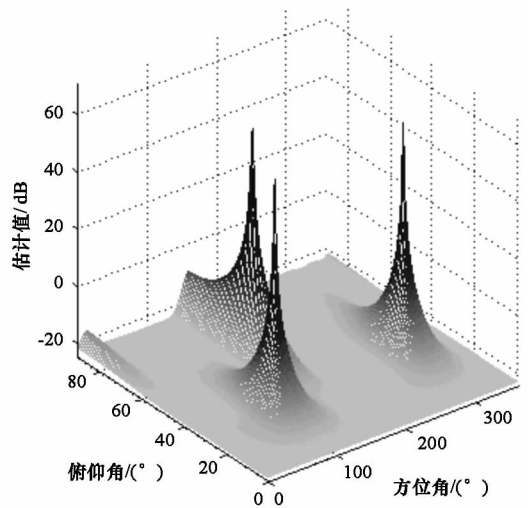


图 4 解扩后的输出 SINR 与采样点数 N 的关系

Fig.4 Output SINR after despread

下的 GPS 接收机抗干扰要求。

分块三角分解法的 DOA 估计



分块三角分解法的 DOA 估计等高线图

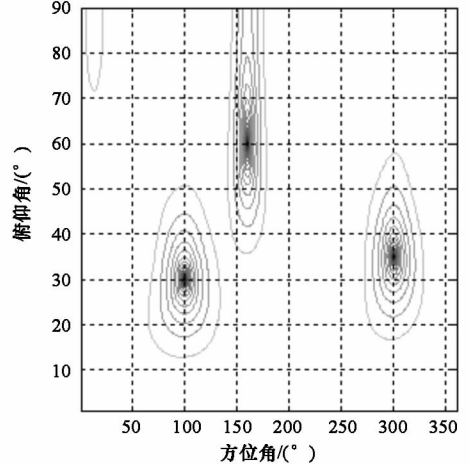


图 5 分块下三角方法 DOA 估计

Fig.5 DOA estimation of block triangularize decomposition

图 5 为相同的混合干扰情况下, 采样点数 $N = 100$ 时, 利用分块下三角分解方法求得的噪声子空间所做的干扰 DOA 估计。可以看出分块下三角分解方法可以得到准确的干扰 DOA 估计, 这从另一方面说明了该方法的有效性。

5 结束语

本文针对 GPS 接收信号特点, 对接收数据矩

阵 QR 分解的物理意义进行深入研究的基础上, 提出用分块下三角分解的方法实现子空间的求取, 并通过子空间投影的方法, 完成抗干扰计算。该方法的主要优势在于具有简单的并行结构, 若采用 CORDIC 方法流水实现 Givens 旋转, 则整个算法过程都只用到加法与移位运算, 并且该算法几乎没有需要存储的中间变量, 对存储器件的需求非常小, 便于硬件实现, 特别适合 FPGA 实现。

参考文献:

- [1] Widrow B, Mantev P E, Griffiths L J. Adaptive Antenna Systems [C]//Proc. IEEE Dec. 1967, 55(12): 2143-2159.
- [2] Frost O L. An Algorithm for Linear Constrained Adaptive Array Processing[C]//Proc. IEEE 1972, 60(8):926-935.
- [3] 王永良, 彭应宁. 空时自适应信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 175-188.
- [4] Horowitz L L. Controlling Adaptive Arrays with the Sample Matrix Inversion Algorithm[J]. IEEE Trans. AES, 1979, 15(6): 1309-1324.

- [5] Alexander S T, Ghimikar A L. A Method for Recursive Least Squares Filtering Based Upon an Inverse QR Decomposition[J]. IEEE Trans. SP, Jan. 1993, 40(1): 20-30.
- [6] Goldsten J S, Reed I S, Scharf L L. A Multistagerepresentation of the Wiener Filter Based on Orthogonal Projections [J]. IEEE Trans. Information theory, 1998, 44(11): 2943-2959.
- [7] Proakis J G. Algorithms for Statistical Signal Processing[M]. Prentice-Hall, 2002.
- [8] Gomes J, Barroso V. Array-based QR-RLS Multichannel Lattice Filtering [J]. IEEE Trans. Signal Process, 2008, 56(4): 1452-1465.
- [9] Gomes J, Barroso V. A CORDIC-based QR-RLS Multichannel Lattice Filters[C]//Proc. 15th Europ. Signal Process. Conf. (EUSIPCO'07), Poznań, Poland, 2007: 1043-1047.
- [10] 郭艺, 张尔扬, 沈荣俊. GPS 空时抗干扰子空间投影方法[J]. 通信学报, 2007, 28(5): 62-66.
- [11] Golub G H, Vanloan C F. 矩阵计算[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [12] ICD-GPS-200. NAVSTAR GPS Space Segment/Navigation User Interfaces (Public Release Version) [S]. ARINC Research Corporation, 1991.

(上接第 67 页)

参考文献:

- [1] 李德毅, 刘常昱, 杜鹂, 等. 不确定性人工智能[J]. 软件学报, 2004, 15(11): 1583-1594.
- [2] 苗夺谦, 王珏. 粗糙集理论中概念与运算的信息表示[J]. 软件学报, 1999, 10(2): 113-116.
- [3] Dütsch I, Gediga G. Uncertainty Measures of Rough Set Prediction[J]. Artificial Intelligence, 1998, 106(1): 109-137.
- [4] 王国胤, 于洪, 杨大春. 基于条件信息熵的决策表约简[J]. 计算机学报, 2002, 25(7): 759-766.
- [5] Liang J Y, Qian Y H. Information Granules and Entropy Theory in Information Systems[J]. Science in China (Series F), 2008, 51(10): 1427-1444.
- [6] 滕书华, 周石琳, 孙即祥, 等. 基于条件熵的不完备信息系统属性约简算法[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(1): 90-94.
- [7] Slowinski R, Vanderpooten D. A Generalized Definition of Rough Approximations Based on Similarity[J]. IEEE Trans Knowl Data Eng, 2000, 12(2): 331-336.

- [8] 王国胤. Rough 集理论在不完备信息系统中的扩充[J]. 计算机研究与发展, 2002, 39(10): 1238-1243.
- [9] Yao Y Y. Relational Interpretations of Neighborhood Operators and Rough Set Approximation Operators [J]. Information Sciences, 1998, 111(1-4): 239-259.
- [10] 黄兵, 周献中, 史迎春. 基于一般二元关系的知识粗糙熵与粗集粗糙熵[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(1): 93-96.
- [11] 张文修, 吴伟志, 梁吉业. 粗糙集理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [12] Wang J H, Liang J Y, Qian Y H, et al. Uncertainty Measure of Rough Sets Based on a Knowledge Granulation of Incomplete Information Systems [J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based Systems, 2008, 16(2): 233-244.
- [13] Yang Y J, John R. Global Roughness of Approximation and Boundary Rough Sets[C]//Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE 2008 (IEEE World Congress on Computational Intelligence) IEEE International Conference on, 2008: 1106-1111.