

文章编号: 1001 - 2486(2011)03 - 0005 - 05

小行星探测多脉冲交会轨道多目标优化*

李九天, 罗亚中, 唐国金

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 现有的小行星探测交会轨道研究多集中于二脉冲最优燃料研究, 本文则研究了小行星探测多脉冲交会轨道多目标优化问题。基于 Lambert 交会算法建立了包含地球逃逸轨道和日心转移轨道的多脉冲交会轨道优化模型, 以燃料消耗最小和转移时间最短为两个优化目标函数。采用一类典型的多目标进化算法——NSGA-II 用于 Pareto 最优解的确定。求解了 2 个小行星探测任务用于验证模型与方法的有效性。结果表明本文方法可以快捷有效地揭示小行星探测任务的出发时刻、转移时间和燃料消耗等特征参数之间的关系, 分析不同脉冲数目对最优轨道的影响, 以及评价对比不同小行星探测的任务特征。所提出方法在小行星探测任务概念设计中具有较好的应用价值。

关键词: 小行星探测; 多脉冲交会; 多目标优化

中图分类号: V11 **文献标识码:** A

Multi-objective Optimization of Multi-impulse Rendezvous Trajectory for Exploring Asteroids

LI Jiu-tian, LUO Ya-zhong, TANG Guo-jin

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The current studies on optimal rendezvous trajectories for exploring asteroids always concentrate on the fuel-optimal two-impulse rendezvous, while the aim of this paper is aimed to investigate the multi-objective optimization problem of multiple-impulse rendezvous for exploring asteroids. A multiple-impulse rendezvous optimization model using Lambert algorithm for exploring asteroids including earth departure and heliocentric transfer phases was established, which utilized minimum-fuel cost and minimum-time transfer as two objective functions. The NSGA-II algorithm, a very representative multi-objective evolutionary algorithm, was employed to obtain the Pareto solution set. The effectiveness of the proposed optimization model and algorithm was testified by solving two asteroids mission design problems. The results show that the proposed method can effectively and efficiently demonstrate the relations among the mission characteristic parameters such as launch time, transfer time and total fuel cost, and analyze the influences of different impulse numbers, and also compare and evaluate different exploration missions. The proposed method has good application value for preliminary mission design for asteroid exploration.

Key words: exploring asteroids; multiple-impulse rendezvous; multi-objective optimization

随着美国、日本和欧空局等一系列小行星探测任务的成功实施, 小行星探测已经成为 21 世纪深空探测的一个新热点和未来世界航天发展的一个新方向, 带动了新型轨道设计理论和推进技术的蓬勃发展^[1-2]。在小行星探测任务中, 星际转移轨道设计优化是其中一个重要的技术, 国内外许多学者开展了小行星探测轨迹优化方面的研究工作^[1-5]。正是以深空小行星探测任务为背景, 从 2005 年至今, 国际上已成功组织了五届全球轨迹优化大赛, 国内也组织了两次竞赛, 更是推动了小行星探测轨迹优化技术研究的蓬勃开展^[2]。

小行星探测任务通常采用小推力推进系统, 但在进行概念任务分析与优化时, 人们往往是首先基于脉冲推力形式, 进行探测目标的可接近性评价、发射窗口分析、多颗星探测序列和引力辅助机动方案确定等, 从而确定脉冲最优飞行方案, 在此基础上再转化为小推力变轨形式。因此最优脉冲变轨研究在小行星探测任务优化研究中占有非常重要的位置。在现有的研究中, 多数是采用二脉冲最优研究^[3-5], 根据脉冲最优交会理论, 二脉冲在多数条件下并非是最优轨道方式。

此外, 现有的小行星探测脉冲轨迹优化研究

* 收稿日期: 2010 - 11 - 26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10902121); 国防科技大学科研计划项目(JC09 - 01 - 01)

作者简介: 李九天(1975—), 男, 在职博士生。

通常选择燃料消耗作为单一优化指标,燃料消耗无疑是航天任务设计中最重要性能指标之一,但并非是唯一指标,飞行时间、交会轨迹安全性等也是重要的评价指标^[6-8],特别是对于多颗小行星系列探测任务,飞行时间也是重要的约束与评价指标。近年来,国内外学者在多目标航天器轨迹优化方面开展了一定的研究工作,Coverston-Carroll等^[6]和Lee等^[7]研究星际飞行小推力轨道多目标优化方法,Luo等^[8]研究了近距离交会考虑轨迹安全性的多目标优化。全球轨迹优化大赛和国内深空轨道优化大赛的题目多是包含了多个目标函数,一个是主要目标,另外是次要目标,最终的目标函数为一个加权后的单目标优化函数。目前在小行星探测多目标交会轨道设计优化方面的研究工作还很少,本文尝试开展了此方面的研究工作,建立了包含地球逃逸段和日心转移段轨道的多目标优化模型,采用多目标进化算法用于Pareto最优解的确定,通过结果的分析对小行星探测任务特征参数进行分析和评价。

1 小行星探测深空转移轨道机动问题

通常在星际轨道转移研究过程,利用引力球的概念,将星际飞行轨道划分为三段,即逃逸轨道、日心转移轨道(或者日心过渡轨道)和遭遇与捕获轨道段。由于行星引力作用球远远小于太阳引力作用球,所以逃逸轨道和遭遇与捕获轨道的飞行路径和飞行时间比日心转移轨道的要小很多,因此在星际飞行轨道的初步设计中首要的任务就是确定日心转移轨道。在研究日心转移轨道时,通常把出发行星和目标星在空间中用两点表示。本文研究中将地球逃逸段简化为一个瞬时施加冲量过程,不考虑目标小行星对探测器的遭遇与捕获过程。

1.1 逃逸段设计问题

本文研究的是从地球出发探测小行星,忽略地球逃逸段的飞行过程,假定探测器从地球的出发时刻为 t_0 (待设计变量), V_∞, u, v 用于确定双曲线逃逸速度矢量 \mathbf{v}_∞ 的待设计变量

$$\begin{cases} \theta = 2\pi u \\ \varphi = \arccos(2v - 1) - \pi/2 \\ \mathbf{v}_\infty / V_\infty = \cos\varphi \cos\theta \mathbf{i} + \cos\varphi \sin\theta \mathbf{j} \\ \quad + \sin\varphi \mathbf{k} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别为日心惯性坐标系 x, y, z 三个方向的单位矢量, V_∞ 是逃逸速度大小, $u \in [0, 1]$ 和 $v \in [0, 1]$ 是确定逃逸方向的变量。

令 $\mathbf{r}_E(t_0), \mathbf{v}_E(t_0)$ 为地球的日心位置和速度矢量,则探测器进入日心转移轨道的初始位置为 $\mathbf{r}(t_0)$ 、初始速度为 $\mathbf{v}(t_0)$ 。

$$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_E(t_0), \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_E(t_0) + \mathbf{v}_\infty \quad (2)$$

1.2 日心转移段设计问题

日心转移过程采用二体动力学模型,用如下方程描述

$$\begin{cases} \dot{x} = v_x \\ \dot{y} = v_y \\ \dot{z} = v_z \\ \dot{v}_x = -\frac{\mu x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} + a_x \\ \dot{v}_y = -\frac{\mu y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} + a_y \\ \dot{v}_z = -\frac{\mu z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} + a_z \end{cases} \quad (3)$$

式中, x, y, z 分别为探测器在 x, y, z 轴上的位置分量, v_x, v_y, v_z 分别为探测器在 x, y, z 轴上的速度分量, a_x, a_y, a_z 分别为发动机推力在 x, y, z 轴上的加速度分量, μ 是太阳引力常数。

日心转移过程采用多脉冲进行机动,推力加速度矢量 $\mathbf{a} = [a_x, a_y, a_z]^T$ 由 n 个脉冲近似,每个脉冲的脉冲矢量 $\Delta \mathbf{v}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 和作用位置(由脉冲作用时刻 $t_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示)均为待设计变量,终端要求与目标小行星交会,约束满足为

$$\mathbf{r}(t_f) = \mathbf{r}_A(t_f), \mathbf{v}(t_f) = \mathbf{v}_A(t_f) \quad (4)$$

其中, t_f 为探测器与目标小行星交会时刻, $\mathbf{r}_A(t_f)$ 和 $\mathbf{v}_A(t_f)$ 分别为目标小行星在交会时刻的位置和速度矢量。

为避免对式(4)所表示的等式约束条件进行处理,采用Lambert算法建立可行解迭代优化模型,选择的优化变量为脉冲时刻和前 $(n-2)$ 脉冲矢量

$$t_i (i = 1, 2, \dots, n), \Delta \mathbf{v}_i (i = 1, 2, \dots, n-2) \quad (5)$$

其中, $\Delta \mathbf{v}_j = (\Delta v_j^x, \Delta v_j^y, \Delta v_j^z)^T$,后面两个脉冲由求解式(4)确定的Lambert问题确定,在优化迭代过程中,终端交会条件可自行满足。基于Lambert算法的多脉冲交会优化可行解迭代模型的详细描述可参见文献[9]。

2 多目标优化模型与算法

本文综合选择深空转移燃料消耗(以总的速度增量表示)和总的转移时间(以日心转移段飞行时间表示)为优化目标,建立了小行星探测深空多

脉冲交会轨道多目标优化模型。

2.1 优化模型

由于转移时间为优化目标,因此探测器与目标行星的交会时刻 t_f 为设计变量。总的优化变量共包括四个部分: t_0 、 V_∞ 、 u 、 v 、 t_i ($i = 1, 2, \dots, n$)、 Δv_i ($i = 1, 2, \dots, n-2$) 和 t_f 。为有效提高优化性能,对脉冲变轨时刻进行归一化处理。令 $\alpha_i = (t_i - t_0)/(t_f - t_0)$, 并限定 $\alpha_i \leq 1$ 。因此,论文建立的多脉冲优化模型的优化变量 \mathbf{x} 包括:

$$\mathbf{x} = (t_0, V_\infty, u, v, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \Delta v_1, \dots, \Delta v_{n-2}, t_f)^T \quad (6)$$

总的速度增量为第一个优化指标函数

$$\min f_1(\mathbf{x}) = V_\infty + \sum_{i=1}^n |\Delta v_i| \quad (7)$$

日心转移段飞行时间作为第二个优化目标函数

$$f_2(\mathbf{x}) = \min t_f - t_0 \quad (8)$$

约束主要考虑变轨时刻,变轨点时刻满足的约束条件为

$$t_0 \leq t_1 < t_2 \cdots < t_n \leq t_f \quad (9)$$

式(6)~(9)构成了基本的小行星探测交会轨道多目标优化模型。该模型可根据实际任务进行一定的扩充,如考虑由小推力最大值所限制的转移时间和速度增量之间的约束条件;若地球逃逸速度由运载系统提供, V_∞ 在一定约束范围内,可不体现在优化目标函数内。

2.2 优化算法

本文的问题是一个多目标优化问题(Multi-Objective Optimization Problem, MOOP), MOOP 一般不存在单个最优解,而是一个 Pareto 最优集。为了给决策者提供充分的信息,通常要求多目标优化方法能够求得问题的 Pareto 最优集或近似的 Pareto 最优集。传统的求解 MOOP 的方法有加权法、约束法和混合法等,在获得 Pareto 解集方面均有一定的局限性。进化算法能够在一次运行中获取多个 Pareto 最优解,使种群有效逼近多目标问题的整个 Pareto 最优前沿;通过重组操作充分利用解之间的相似性,有望有效节省求解 Pareto 最优集的计算开销;不存在传统方法的缺点和应用的限制,对 Pareto 最优前沿的形状和连续性无要求。因此最近 10 多年,在多目标优化领域,多目标进化算法得到了广泛研究。众多学者提出了一系列多目标进化算法,其中应用较为广泛的包括 NSGA-II (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm)、SPEA2 (Strength Pareto Evolutionary Algorithm)、

PESA-II (Pareto Envelope-Based Selection Algorithm) 和 MOPSO (Multi-objective Particle Swarm Optimization) 等。作者对这些主流的多目标进化算法进行了简单测试对比,发现 NSGA-II 算法求解效果最好。因此在本文的算例中采用了 NSGA-II, 该算法在其他航天器轨迹多目标优化研究已经得到了很好的应用^[6-8]。

3 算例分析

为了验证本文算法有效性,选择多颗小行星进行了测试。这里给出两颗小行星的测试结果。表 1 给出了小行星的轨道要素(日心黄道坐标系)。地球轨道按照星历表 DE405 选取。NSGAI 算法群体规模为 200, 最大进化代数数为 300。表 2 给出了设计变量的上下限区间。对于每颗小行星,分别测试了脉冲数目为 2、3 和 4 三个工况。考虑多目标进化算法的随机性,对每个工况均随机运行了 50 次,将所有的 Pareto 最优解放在一起进行评价,重复的和劣解被剔除掉,更改后的 Pareto 解作为最终解。

表 1 小行星轨道要素

Tab.1 Orbital element of asteroids

	1	2
小行星名称	1999YR14	2340
半长轴 a (AU)	1.65365126892224	0.84421076388332195
偏心率 e	0.40069261757759106	0.44975834146342486
轨道倾角 i (°)	3.7221930161441943	5.8547882390182853
升交点经度 Ω (°)	3.1338963493744654	211.50460158030430
近日点角距 ω (°)	9.4143875285008676	39.994195753797953
平近日角 M (°)	114.73402134869427	240.44827444641544
历元时刻(MJD2000)	3255.0000	3255.000000

表 2 优化变量上下限区间

Tab.2 Upper and lower of optimization variables

变量	上下限区间	单位
t_0	[4000, 10000]	MJD2000
V_∞	[0, 5]	km/s
u	[0, 1]	n/a
v	[0, 1]	n/a
α_i ($i = 1, 2, \dots, n$)	[0, 1]	n/a
$\Delta v_i^x, \Delta v_i^y, \Delta v_i^z$ ($i = 1, 2, \dots, n-2$)	[-4, 4]	km/s
t_f	[100, 1500]	d

图 1 和图 2 分别给出了两颗小行星的 2 脉冲、3 脉冲和 4 脉冲解前沿最优性对比。图 1 和图 2 清晰地揭示出燃料消耗和转移时间之间的关

系,对于任务设计具有较好的参考价值。同时两颗小行星 Pareto 最优前沿表现出不同的特性。对第二颗,当转移时间在 100 ~ 130d 范围变化时,燃料消耗随转移时间的增加而减少比较明显,在其他时间段则变化非常缓慢,因此 Pareto 最优解主要集中在 100 ~ 130d 较窄的区间内。而对第一颗星,当转移时间在 100 ~ 900d 区间内增加时,燃料消耗均有明显下降,因此 Pareto 最优解遍布区间范围较广,但是存在一些间断。

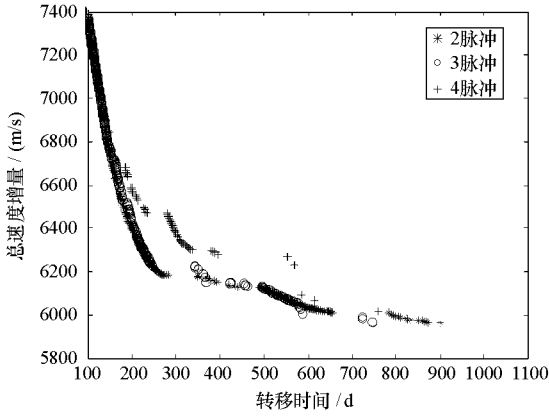


图1 Pareto 前沿对比(第一颗星)

Fig.1 Comparisons of pareto solution front (Asteroid 1)

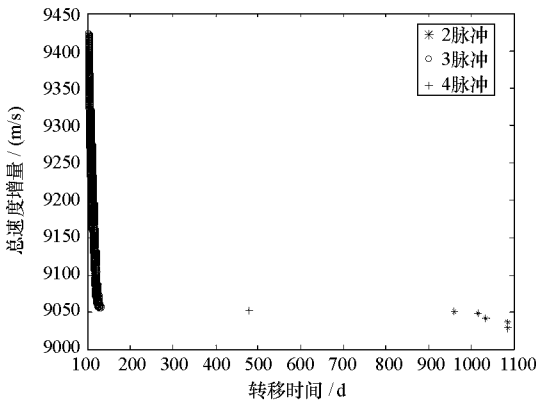


图2 Pareto 前沿对比(第二颗星)

Fig.2 Comparisons of pareto solution front (Asteroid 2)

图1和图2揭示了脉冲次数对燃料消耗的影响,整体而言,脉冲数目对燃料消耗影响不大,由图1知,3脉冲稍好于2脉冲,4脉冲最差。对于第一颗星,我们固定转移时间,单独做燃料最优优化,图3给出了总速度增量随转移时间的变化趋势,由图3知,3脉冲整体上稍好于2脉冲。此外我们发现存在着高能区时间段,如对于2脉冲轨道,当转移时间为300d,总的速度增量约为9.5km/s,同280d的6.2km/s相比,高出了约50%,这也解释了图1中2脉冲 Pareto 前沿在300d附近出现了间断。3脉冲轨道在240d附近出现了高能区,4脉冲轨道在220 ~ 240d 范围内出现高能

区,分别对应于图1中的间断区。高能区的原因还需要进一步探讨。

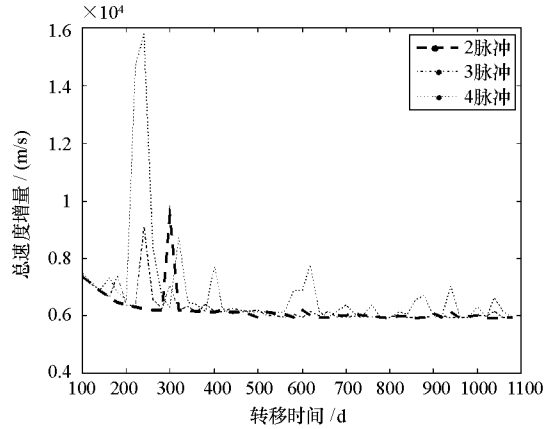


图3 燃料最优解的转移时间和速度增量之间的关系
Fig.3 Relations between transfer time and total characteristic velocity of fuel-optimal solution

在所有设计变量中,地球出发时刻是一个重要设计变量,对任务影响较大,图4给出了第二颗星3脉冲优化结果的地球出发时刻、燃料消耗和转移时间三者之间的关系。由图4知,最优的交会轨道的 Pareto 最优解的地球出发时刻集中于某个特定时段内。对于其它测试工况,结果类似,地球出发时刻集中于一个或几个时间区间内。通过多目标优化,可以确定较优的地球出发窗口。

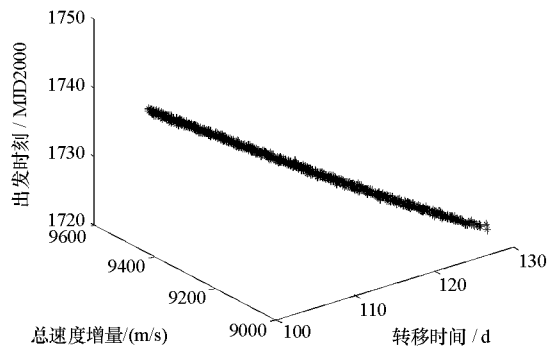


图4 速度增量、转移时间和地球出发时刻三者之间的关系

Fig.4 Relations between total characteristic velocity, transfer time and earth departure time

此外,根据测试结果,由于本文的多脉冲交会问题考虑地球出发时机和出发速度的选择问题,相对于一般意义的多脉冲交会问题,其优化求解的难度更大,图5给出了不加任何处理的50次优化各自的 Pareto 解集的前沿分布(第一颗星2脉冲结果),显然有很多解并非真正的 Pareto 前沿,这说明算法并非每次运行均能有效地获得 Pareto 最优解,问题求解具有较大的难度,优化算法的性能尚需进一步提高。

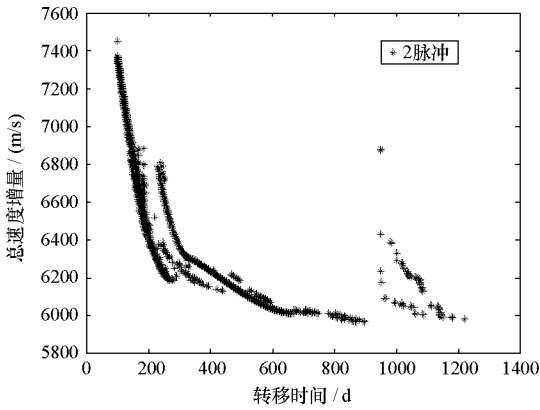


图5 50次运算所有解的前沿分布(第一颗星、2脉冲)
Fig.5 Pareto fronts of all solutions in 50 runs
(Asteroid 1, two-impulse)

50次运算在CPU 3.0G计算机的运行时间约为6min,本文方法可以快捷地揭示星际转移轨道的出发窗口、燃料消耗、转移时间、脉冲次数等任务总体特征参数之间的关系和特性,对小行星探测任务设计具有较好的应用价值。

4 结论

本文研究了小行星探测多脉冲最优交会问题,建立了以最小燃料和最短转移时间为目标函数的多目标优化模型,采用多目标进化算法获得Pareto最优解集。优化结果表明所提出的方法可以快捷地揭示小行星探测任务地球出发时刻、转移时间和燃料消耗等任务特征参数的关系,并对不同小行星探测任务的特征,可为小行星探测

任务设计提供较好的参考价值。研究表明小行星探测多目标优化问题是一类较为难以求解的问题,优化算法的性能尚需进一步提高。对于某些探测任务,存在高能区转移时间段,具体原因尚需进一步分析探讨。

参考文献:

- [1] 李俊峰, 宝音贺西. 深空探测中的动力学与控制[J]. 力学与实践, 2007, 29(4): 1-8.
- [2] 李俊峰, 祝开建. 2005-2009国际深空轨迹优化竞赛综述[J]. 力学与实践, 2010, 32(4): 130-137.
- [3] Hulkower N D, Lau C O, Bender D F. Optimum Two-impulse Transfers for Preliminary Interplanetary Trajectory Design [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1984, 7(4): 458-461.
- [4] 乔栋, 崔祜涛, 崔平远. 小行星探测最优两脉冲交会轨道设计与分析[J]. 宇航学报, 2005, 26(3): 362-367.
- [5] Radice G, Olmo G. Ant Colony Algorithms for Two-impulse Interplanetary Trajectory Optimization [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6): 1440-1443.
- [6] Coverston-Carroll V, Hartmann J W, Mason W J. Optimal Multi-objective Low-thrust Spacecraft Trajectories [J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, 2000, 186: 387-402.
- [7] Lee S, von Allmen P, Fink W, et al. Design and Optimization of Low-thrust Orbit Transfers [C]//IEEE Aerospace Conference Proceedings, 2005.
- [8] Luo Y Z, Tang G J, Lei Y J. Optimal Multi-objective Linearized Impulsive Rendezvous [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30(2): 383-389.
- [9] 唐国金, 罗亚中, 张进. 空间交会对接任务规划[M]. 北京: 科学出版社, 2008.