

文章编号: 1001 - 2486(2011)03 - 0048 - 04

## 亚波长割线对结构的太赫兹共振特性\*

孙琳, 袁建民

(国防科技大学理学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:**利用有限元方法模拟了以亚波长周期排列的金属割线对(cut-wire pair)结构在太赫兹频域的透射谱。以单色平面波正入射该结构,透射谱出现很强的共振峰,其线宽随着金属几何线宽增加而增加,且在频域上出现红移。通过理论建模和数值仿真相结合分析,证明了这种随金属线宽增加而增强变宽的共振峰是法布里-珀罗(Fabry-Pérot)干涉和金属偶极子共振共同作用的结果。

**关键词:**亚波长;割线对;法布里-珀罗干涉

**中图分类号:** O439; O436.1; O441.4; O451 **文献标识码:** A

## The Resonance of Subwavelength Cut-wire Pair Arrays in Terahertz Regime

SUN Lin, YUAN Jian-min

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Transmission properties of periodic structured subwavelength cut-wire pairs in terahertz regime were investigated numerically using finite element method. Under the normal incidence, the resonant peak in transmission spectra was found with red shift by increasing width as the metal wire width increases. In comparison with the analytical model, it is shown that this phenomenon results from the coupling of Fabry-Pérot resonance and dipole resonance.

**Key words:** subwavelength; cut-wire pair; Fabry-Pérot interference

负折射率材料从它的理论提出到实验上第一次实现经历了几十年的时间<sup>[1-2]</sup>,因为其在超透镜、隐身衣、通信天线和亚波长光刻技术中的独特应用引起了科学家的研究兴趣<sup>[3-6]</sup>。近些年,超材料的共振特性研究已从微波延伸至太赫兹和可见光,出现了诸如渔网结构<sup>[7]</sup>、十字架结构<sup>[8]</sup>和“工”字结构<sup>[9]</sup>等。2005年,Shalaev在实验上首次用纳米尺寸的金属割线对结构实现了在光通信波段的折射率约为-0.3的负折射率材料<sup>[10]</sup>。这种结构因为制作简单、共振性质较强而被广泛应用<sup>[11-13]</sup>,但其透射共振原理一直是人们争议的话题,有人认为是金属表面等离子激元引起的<sup>[14-15]</sup>,也有实验表明这种增透是由膺式法布里-珀罗(Fabry-Pérot)共振引起的<sup>[16]</sup>。

本文主要从理论上对亚波长金属割线对结构在太赫兹的透射共振特性进行分析和探讨,研究了结构中金属线宽和线栅间距对共振性质的影响,并通过周期矩量法获得了与仿真一致的解析结果,证明透射共振谱是金属线内的偶极子共振

和双层金属线栅间的膺式法布里-珀罗干涉的结果。

### 1 仿真模型和结果

如图1亚波长金属割线对阵列的单元结构几何示意图,出于对问题的简化设计,选用空气(折射率为1)作为双层金属结构的层间介质。图中所示为周期结构的一个单元,此单元在 $x-y$ 平面内按周期 $D_x = D_y = 200\mu\text{m}$ 矩形排列,每个单元由上、下对齐的两片金属线组成,金属线长 $l = 180\mu\text{m}$ ,厚度 $t = 2\mu\text{m}$ ,宽度为 $w$ ,间距为 $s$ ,入射波矢 $\mathbf{k}$ 沿 $z$ 轴负方向,电场 $\mathbf{E}$ 平行于 $y$ 轴。以金作为金属材料,其介电常数使用Drude模型计算<sup>[17]</sup>。使用以有限元法为基础的商业软件COMSOL Multiphysics进行三维仿真,平行于 $z$ 轴的四个面设置为周期边界,垂直于 $z$ 轴的两个面,一个设置为匹配边界,另一个设置为有源边界。以单色平面波沿 $-z$ 轴方向正入射到结构表面,偏振方向沿 $y$ 向,通过 $S$ 参数计算透射率和反射率,

\* 收稿日期:2011-03-07

基金项目:国家自然科学基金重点项目(10734140)

作者简介:孙琳(1980—),女,博士生。

扫描不同的单色波频率,得到透射谱和反射谱。

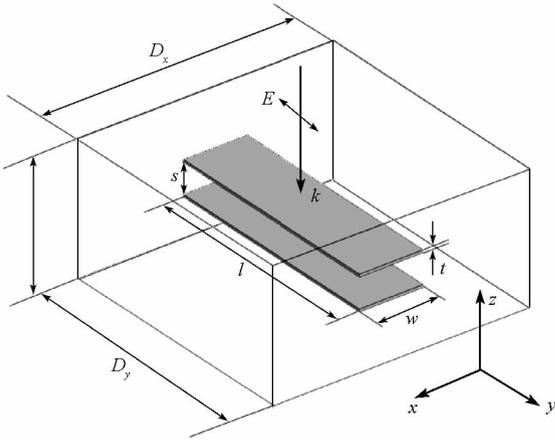
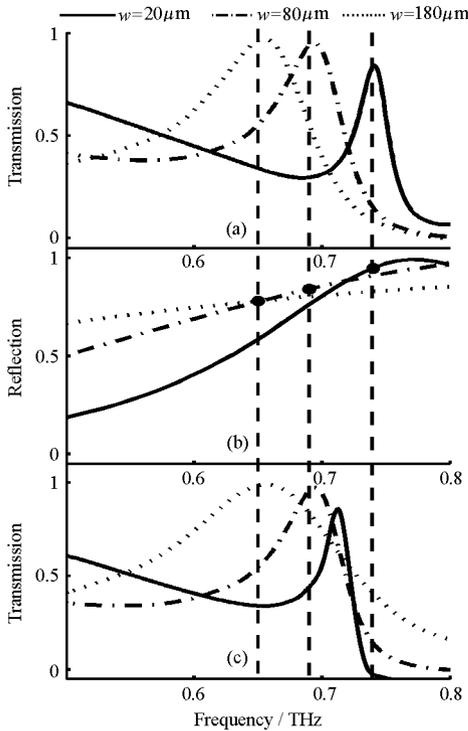


图1 亚波长金属割线对阵列的单元结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of an element in subwavelength metal cut-wire pairs arrays

设置层距  $s = 25\mu\text{m}$ ,对宽度  $w$  分别为  $20\mu\text{m}$ 、 $80\mu\text{m}$  和  $180\mu\text{m}$  的双层结构进行仿真,得到对应的透射谱,如图2(a)所示,在  $0.5 \sim 0.8\text{THz}$  的频率范围内,随金属线宽度的增加,透射共振峰出现红移,并且峰形变宽,透射性增强。

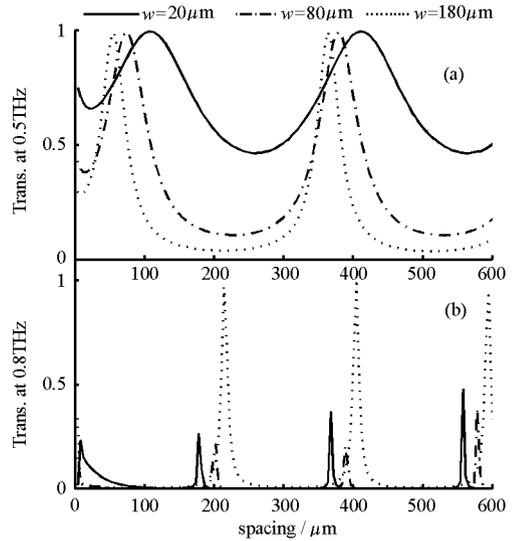


(a)由仿真获取的双层结构透射谱,层距  $s = 25\mu\text{m}$ ;  
(b)和(c)由解析模型获取的单层结构反射率和  
双层结构透射率

图2 亚波长金属割线对阵列的透射共振谱和单层金属结构的反射谱

Fig.2 Numerical and analytical results of transmission through double-layer and reflection from a single-layer structure as the function of frequency

为进一步研究引起这一现象的原因,观察单一频率平面波( $0.5\text{THz}$  和  $0.8\text{THz}$ )对不同宽度的金属割线阵列的透过率关于距离  $s$  的变化依赖关系,见图3。显然,不管结构的金属线宽如何, $0.5\text{THz}$  和  $0.8\text{THz}$  的透过率均随着距离增加周期性地出现共振峰。从整体来看, $0.5\text{THz}$  的共振峰较为宽平, $0.8\text{THz}$  的共振峰较为细锐,且进一步观察发现, $0.5\text{THz}$  的共振峰随金属线宽度增加变细锐, $0.8\text{THz}$  的情况则相反。



(a) $0.5\text{THz}$  的透过率,(b) $0.8\text{THz}$  的透过率

图3 单色波对双层金属结构的透过率关于层距的变化

Fig.3 Simulation results of transmission of cut-wire pair arrays at  $0.5\text{THz}$  and  $0.8\text{THz}$  as the function of spacing

## 2 解析模型和结果

共振峰随距离的周期性变化暗示着法布里-珀罗干涉的作用<sup>[18]</sup>。为了验证这一假设,用解析建模的办法计算透射谱。首先,由入射波在阵列单元引起的负载感应电压<sup>[19]</sup>

$$V = E_i \cdot yP^i \quad (1)$$

和由终端电流引起的散射场

$$E(R) = -\frac{V}{Z_A + Z_L} \frac{Z}{2D_x D_y} g \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-j\beta R \cdot r_{\pm}}}{r_z} [\perp n_{\perp} P + \rho n_{\parallel} P] \quad (2)$$

可以计算单层的金属割线结构的反射系数  $\Gamma_r$  和透射系数  $\Gamma_t$ 。正入射情况下,散射波单位波矢量  $r$  在  $z$  向的分量  $r_z = \sqrt{1 - \left(k \frac{\lambda}{D_x}\right)^2 - \left(n \frac{\lambda}{D_y}\right)^2}$ ,因为二维无限大阵列的排布周期远小于波长,只有零级反射可以传播,所以反射系数的无限级数中只考虑  $k = n = 0$  的情况,反射系数  $\Gamma_r$  可以表示为

$$\Gamma_r = \frac{E_r(0)}{E_i(0)} = -\frac{1}{Z_A + Z_L} \frac{Z}{2D_x D_y} \frac{1}{r_z} \perp P \perp P' \quad (3)$$

其中,  $Z_A$  是单层金属割线阵列的自阻抗

$$Z_A = \frac{Z}{2D_x D_y} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-j\beta r_z}}{r_z} g[\perp P \perp P' + \rho P \rho P'] \quad (4)$$

$Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$  是波阻抗,  $Z_L$  是单元的负载阻抗, 由 Hallen 模型计算<sup>[19]</sup>。

$$\begin{aligned} \perp P &= (\mathbf{y} \cdot \perp \mathbf{n}) P \\ \perp P' &= (\mathbf{y} \cdot \perp \mathbf{n}) P' \end{aligned} \quad (5)$$

$P$  和  $P'$  分别是金属结构阵列发射模式和传播模式下的型函数, 当金属结构为窄线状时, 型函为线积分, 当金属结构为宽片状时, 型函为面积分。注意到当  $r_z$  为虚数时,  $Z_A$  的指数项随着  $k$  和  $n$  的增加迅速衰减, 因此  $Z_A$  的值也只需要计算有限的几项。同理可算得单层金属割线阵列的透射系数  $\Gamma_t$ 。

再结合法布里 - 珀罗干涉模型, 可以得到亚波长金属割线对结构的透过率<sup>[20]</sup>

$$T = (1 - \frac{A}{1-R})^2 (1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \delta)^{-1} \quad (6)$$

其中反射率  $R = |\Gamma_r|^2$ , 损耗  $A = 1 - |\Gamma_r|^2 - |\Gamma_t|^2$ , 相位因子  $\delta = 2\pi n's/\lambda - \arg(\Gamma_r)$ 。

### 3 结果分析与讨论

解析结果见图 2(b) 和 (c)。竖直划线标示了图 2(a) 中三个共振峰的中心频率, 很明显,  $w = 20\mu\text{m}$  时图 2(c) 的共振峰中心频率比图 2(a) 有较大的偏移, 约 0.02THz。另外, 根据法布里 - 珀罗干涉理论, 条纹的精细度  $N = \pi\sqrt{R/(1-R)}$ , 当反射率  $R \rightarrow 1$  时, 条纹会变得愈来愈细。见图 2(b) 中 0.5THz 和 0.8THz 对应三个不同宽度的单层反射率, 发现, 随着金属线宽的增加, 0.5THz 的反射率由 18% 增加到 66%, 0.8THz 的反射率则由 96% 降为 85%, 这能很好地解释在图 3 中观察到的条纹宽细变化规律。另外, 图 2(b) 中用黑点标出的各共振中心频率对应的单层结构反射率显示, 反射率较高的中心频率对应的共振峰线型较窄, 这也是与法布里 - 珀罗干涉理论的结果一致的。

整体而言, 就共振峰的宽度、高度以及共振峰中心频率关于金属线宽度的变化, 解析和仿真给出的结果是一致的。但仔细观察发现,  $w = 20\mu\text{m}$  时, 除了共振峰中心频率的明显偏差以外, 在高频区的透过率, 解析给出的结果与仿真结果也不是

吻合得很好。  $w = 20\mu\text{m}$  时, 解析结果从 0.75 ~ 0.8THz 透过率为零, 仿真结果却有约 5% 的透过率。另外, 考察图 3(b) 的结果发现,  $w = 20\mu\text{m}$  对应的 4 个共振峰 (由图中黑实线表示) 中, 左边第一个共振峰又宽又大, 形状与另外 3 个细小的共振峰完全不一样。这说明金属线宽  $w$  和线距  $s$  都较小的割线对阵列的透射谱在高频区不完全由法布里 - 珀罗干涉影响。

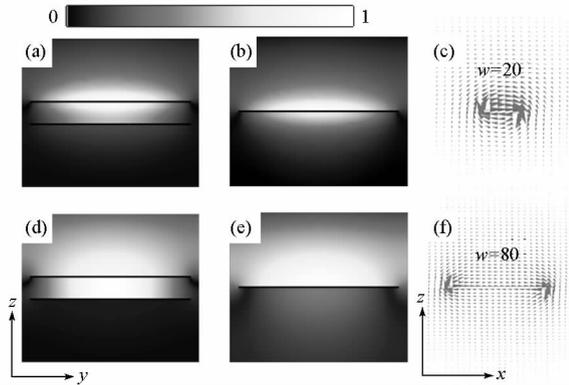


图 4 单元结构在 0.8THz 的磁场分布图  
Fig.4 Simulated spacial distribution of magnetic field in a single element structure at 0.8THz

以 0.8THz 平面波垂直入射, 取金属线宽度  $w = 20\mu\text{m}$  和  $80\mu\text{m}$ , 分别对金属割线单层结构和金属割线双层结构进行仿真, 其单元结构的磁场近场分布如图 4 所示, 入射平面波沿  $-z$  方向传播, 图中色图显示磁场强度的  $x$  分量  $H_x$  在  $z-y$  平面的强度值分布, 色板按各图强度归一化。箭头图显示磁场强度矢量在  $z-x$  平面的分布。(a)、(d) 对应双层结构, 其余各图对应单层结构。首先观察金属割线单层结构箭头分布图, 图 4(c)  $w = 20\mu\text{m}$  时, 强磁场集中在金属线周围, 而图 4(f)  $w = 80\mu\text{m}$  时, 强磁场则集中在金属线两侧, 中间的磁场相对较弱。图 4(b) 和图 4(e) 表明  $w = 20\mu\text{m}$  的金属线在正反两面都有较强磁场, 而  $w = 80\mu\text{m}$  金属线背光面的磁场很弱。再观察金属割线双层结构的磁场分布, 很明显, 图 4(a)  $w = 20\mu\text{m}$  时, 金属层之间的磁场强度在金属表面很强, 沿离开金属表面的方向逐渐减弱, 而图 4(d)  $w = 80\mu\text{m}$  时, 在金属层间分布的磁场则形成了很强的不随  $z$  向变化的共振磁场, 透过结构的磁场迅速衰减至零。

综合分析, 以 0.8THz 单色平面波正入射  $l = 180\mu\text{m}$  的亚波长排列的金属割线结构时, 当金属线宽远小于入射波长, 结构产生强烈的偶极子谐振, 上层偶极子在入射波激励下, 产生强的非均匀的磁场, 场的非均匀性削弱了上下层金属栅之间的膺式法布里 - 珀罗干涉作用, 使金属割线对结

构的透过率随距离  $s$  增加而逐渐减小,如图 3(b)。当金属线宽较大时,偶极子谐振的特性消失,赝式法布里-珀罗干涉占主要作用,这种干涉引起的电磁场强度甚至超过上层金属表面的局域场强度,如图 4(d)所示。

## 4 结论

以  $0.5\text{THz} \sim 0.8\text{THz}$  的平面波正入射亚波长金属割线对结构,通过 FEM 进行仿真,利用周期矩量法结合多光束干涉理论进行建模,解析结果和仿真结果的一致性证明透射谱的共振性主要源于赝式法布里-珀罗干涉。但当金属线宽较小时,偶极子共振性增强,赝式法布里-珀罗干涉的作用减弱,因此以赝式法布里-珀罗干涉为主要作用机理的解析模型和仿真模型在偶极子共振区出现偏差。最后得出结论:亚波长金属割线对结构的透射共振谱是由赝式法布里-珀罗干涉和偶极子共振共同作用的结果。这一结论对割线对结构在超材料的应用和设计提供了理论依据。

## 参考文献:

- [1] Veselago V G. Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Electrical and Magnetic Permeabilities[J]. Usp. Fiz. Nauk, 1967, 97: 517 - 525.
- [2] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena[J]. IEEE Trans. Microw. Theory Tech, 1999, 47(11): 2075 - 2084.
- [3] Fang N, Lee H, Sun C, et al. Sub-diffraction-limited Optical Imaging with a Silver Superlens[J]. Science, 2005, 308: 534 - 538.
- [4] Schurig D, Mock J J, Justice B J, et al. Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies[J]. Science, 2006, 314: 977 - 980.
- [5] Ziolkowski R W, Erentock A. Metamaterial-based Efficient Electrically Small Antennas[J]. IEEE Trans. Antenn. Propag. 2006, 54(7): 2113 - 2130.
- [6] Xu T, Zhao Y, Ma J, et al. Sub-diffraction-limited Interference Photolithography with Metamaterials[J]. Opt. Express. 2008, 16(18): 13579 - 13584.
- [7] Lam V D, Kim J B, Lee S J, et al. Left-handed Behavior of Combine and Fishnet Structures[J]. J. Appl. Phys. 2008, 103(3): 033107 - 1 - 4.
- [8] Imhof C, Zengerle R. Pairs of Metallic Crosses as a Left-handed Metamaterial with Improved Polarization Properties [J]. Opt. Express. 2006, 14(18): 8835 - 8840.
- [9] Zhou J, Koschny T, Zhang L, et al. Experimental Demonstration of Negative Index of Refraction[J]. Appl. Phys. Lett. 2006, 88(22): 221103 - 1 - 3.
- [10] Shalaev V M, Cai W, Chettiar U K, et al. Negative Index of Refraction in Optical Metamaterials[J]. Opt. Lett. 2005, 30(24): 3356 - 3358.
- [11] Paul O, Imhof C, Reinhard B, et al. Negative Index Bulk Metamaterial at Terahertz Frequencies[J]. Opt. Express. 2008, 16(9): 6736 - 6744.
- [12] Gu J, Han J, Lu X, et al. A Close-ring Pair Terahertz Metamaterial Resonating at Normal Incidence[J]. Opt. Express. 2009, 17(22): 20307 - 20312.
- [13] Aydin K, Li Z, Sahin L, et al. Negative Phase Advance in Polarization Independent, Multi-layer Negative Index Metamaterials[J]. Opt. Express. 2008, 16(12): 8835 - 8844.
- [14] Podolskiy V A, Sarychev A K, Shalaev V M. Plasmon Modes and Negative Refraction in Metal Nanowire Composites [J]. Opt. Express. 2003, 11(7): 735 - 745.
- [15] Chan H B, Marcet Z, Woo K, et al. Optical Transmission through Double-layer Metallic Subwavelength Slit Arrays [J]. Opt. Lett. 2006, 31(4): 516 - 518.
- [16] Li Q, Jiao X, Wang P, et al. Analysis of Novel Optical Properties of Subwavelength Double-layers Metallic Grating[J]. Appl. Phys. B. 2005, 81: 787 - 790.
- [17] Fox M. Optical Properties of Solids[M]. New York: Oxford University Press, 2001: 144.
- [18] Born M, Wolf E. Principles of Optics[M]. Cambridge University Press, 1999.
- [19] Munk B A. Frequency Selective Surfaces Theory and Design[M]. New York: John Wiley&Sons, 2000: 4.
- [20] Baker E A M, Walker B. Fabry-perot Interferometers for Use at Submillimetre Wavelengths[J]. J. Phys. E: Sci Instrum. 1982, 15: 25 - 32.