文章编号:1001-2486(2011)03-0052-04

分数域图像混合噪声盲复原方法。

刘 莉^{1,2},谭吉春³

(1. 国防科技大学光电学院,湖南长沙 410073; 2. 长沙学院 电子与通信工程系,湖南长沙 410003;
3. 国防科技大学理学院,湖南长沙 410073)

摘 要:提出了一种在分数傅里叶变换域中对图像进行复原的新方法。对于模糊且含有高斯噪声和啁啾 噪声的图像进行分数傅里叶变换,利用各种噪声在分数域中的性质估计出复原图像的分数谱,再通过逆分数 傅里叶变换返回空域,获得复原图像。在图像受到多种因素导致退化的情况下,以及在无任何先验知识的前 提下,此方法可以简化复原过程,进行图像盲复原。

关键词:分数傅里叶变换;噪声谱;图像复原

中图分类号:0438.1 文献标识码:A

A New Method of Mixed Noise Image Restoration in Fractional Fourier Transform Domain

$\ensuremath{\textit{LIU}}\xspace{\ensuremath{\textit{Li}}\xspace{\ensuremath{\textit{n}}\xspace{\ensuremath{n}\xspace{\ensuremath{n}\xspace{\ensuremath{n}\xspace{\ensuremath{n}}\xspace{\ensuremath{n}\xspace$

(1. College of Optoelectrics, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Department of Electronics and Communications Engineering, Changsha University, Changsha 410003, China;

3. College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A new method of image restoration based in Fractional Fourier Transform (FRT) domain is presented. The blurred image including higher intensity Gaussian noise and chirp noise is transformed into FRT domain. Only when the noise FRT spectrum is well estimated, the required image FRT spectrum can be well separated and return to the space domain with the inverse ransformation. As a result, we find that the method simplifies the process of restoration and the blind restoration will be obtained when we know nothing about the degradation process affected by various factors.

Key words: fractional fourier transform; noise spectrum; image restoration

20世纪 90 年代, Ozaktas 和 Erden 等^[1-3]在分 数傅里叶域利用多阶最优滤波算法在最小均方误 差意义下对退化的图像进行了恢复,取得了较好 的效果,但是该方法需要获得一些先验知识。 2001 年和 2003 年, 严佩敏等^[4]、张怡霄^[5]在分数 域对含 chirp 噪声的图像进行了恢复。2007年,王 静^[6]利用自适应滤波算法在分数域对含高斯噪声 的图像进行去噪,但计算繁琐,只适用于较小的图 像。在实际情况中,有时各种噪声都可能存在,单 用一种方法很难获得较满意的复原图片,针对这 种情况,本文设计了含模糊"噪声"、啁啾噪声和高 强度高斯噪声的退化图像,为了叙述方便,本文将 模糊因素也视为一种引起图像退化的"噪声"。因 为分数傅里叶变换是傅里叶变换的深化和扩展, 在分析各种信号时可根据信号性质转化到不同阶 数的分数域上进行处理,有很大的扩展和通用性,

因此本文在分析三种噪声在分数傅里叶域的性质 的基础上,在分数域对噪声进行去除或估计,实现 图像复原。

1 分数傅里叶域的图像恢复方法

1.1 分数傅里叶变换的定义及与本算法相关的 基本性质

一维函数 g(x)的分数傅里叶变换的定义为 (将自变量改为二维矢量就可以直接推广到二维 情况):

$$G(u) = F_{\alpha} \{g(x)\} = \left\{ \frac{\exp\left[-j\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right]}{2\pi \sin\alpha} \right\}^{1/2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\frac{j(u^2 + x^2)}{2\tan\alpha} - \frac{jux}{\sin\alpha}\right]g(x)dx$$
(1)

^{*} 收稿日期:2011-03-05 作者简介:刘莉(1980—),女,博士生。

· 53 ·

式中 G(u)称为 g(x)的分数傅里叶谱, α 称为分 数傅里叶变换的阶,可为任意实数。 F_0, F_π 通过 极限过程定义, $F_{-\alpha}$ { } } 是 F_{α} { } } 的逆变换。 α 和 P的关系为 $\alpha = P\pi/2$,因此 α 阶广义傅里叶变换还 可表为 $F^{(P)}$ { g(x) }, 其主值区间为 $\alpha \in$ $(-\pi,\pi]$ 或 $P \in (-2,2]_{\circ}$

分数傅里叶变换是线性变换,即有

$$F^{(\alpha)}\left\{Ag(x) + Bh(x)\right\}$$

$$= AF^{(\alpha)} \{ g(x) \} + BF^{(\alpha)} \{ h(x) \}$$
(2)

因为变换关于 α 具有周期性, 周期为 2π , M 是整数,所以

$$F^{(p\frac{\pi}{2})} \{g(x)\} = F^{(a)} \{g(x)\}$$



(a) lena原图









(e) 原图在阶数分别为0.25、0.5、0.75、1时的DFRFT幅值谱



(f) 模糊图像在阶数分别为0.25、0.5、0.75、1时的DFRT幅值谱

40







(h) 含啁啾噪声图像在阶数分别为0.25、0.5、0.75、1时的DFRT幅值谱

图 1 各种图像及其对应的分数谱

Fig.1 The various images and the corresponding DFRT amplitude spectrum

$$=F^{(p+4M)\frac{\pi}{2})}\{g(x)\}$$
 (3)
分数傅里叶域的性质

我们采用 512×512 像元的 lena 灰度图,如图 1(a) 所示, 其在分数阶分别为 0.25、0.5、0.75、1 时 的离散分数傅里叶变换(Disperse Fractional Fourier transform, DFRT)幅值谱如图 1(e)所示。

 $= F^{(\alpha + 2M\pi)} \{ \varphi(x) \}$

对原图像添加了水平移动 50 个像素,角度旋 转45°的模糊噪声,如图1(b)所示,其在分数阶分 别为 0.25、0.5、0.75、1 时的 DFRT 幅值谱如 图 1(f)所示,可见在分数傅里叶域幅值谱也有明 显的偏移。



1.2 各种噪声在

(c) 添加高斯噪声的lena图像









对原图像添加均值为0、方差为0.2 幅度的高 斯噪声,如图1(c)所示,其在分数阶分别为0.25、 0.5、0.75、1 时的 DFRT 幅值谱如图1(g)所示,随 着分数变换阶次 a 值增加,图像分数傅里叶变换 域的能量逐渐表现出聚集性,而分数阶傅里叶变 换对白噪声没有能量聚焦的性质^[8],只有在1 阶 (或周期阶数)分数域,即普通傅里叶变换域中,将 与信号频谱交叠集中。因此可以在图像的高阶分 数傅里叶变换中,对大部分高斯噪声进行去除。

把图像分为4块,每块加入一个形式为f(x,y)= $\frac{1}{2}e^{-i\pi[(x^2+y^2)-2x-2y]}$ 的加性噪声如图 1(d)所示。 图 1(h)为含啁啾噪声图像在分数阶分别为 0.25、 0.5、0.75、1 时的 DFRT 幅值谱波形。可见在特定 阶数,图像信息和此加性噪声信息分得很开,但越 靠近 1 阶(即普通傅里叶变换域),两者耦合得越 厉害。

1.3 图像复原过程

设含噪图像可以表示为

g(x,y) = s(x,y) + n(x,y) (4) 其中 s(x,y)表示原始图像,n(x,y)表示干扰噪 声。根据分数傅里叶变换的叠加原理^[7],对于两 个相互独立的加性混合信号的分数傅里叶变换等 于它们各自的分数傅里叶变换之和。因此对上式 两边同时作分数傅里叶变换可得

 $G^{(p)}(x,y) = S^{(p)}(x,y) + N^{(p)}(x,y)$ (5) 其中, $G^{(p)}(x,y) \, S^{(p)}(x,y) \, N^{(p)}(x,y)$ 分别表示 图像信号 $g(x,y) \, s(x,y) \, n(x,y)$ 的分数傅里





(b) 去除毛刺状高斯噪声分数谱

叶变换, p 表示分数阶傅里叶变换的阶数。当 p =1 时, 上式退化为普通的傅里叶变换。

对于含有混合噪声的图像进行分数傅里叶变换,含噪图像分数谱 $G^{(p)}(x,y)$ 减去估计噪声分数谱 $\hat{N}^{(p)}(x,y)$ 就是复原图像的估计分数谱 $\hat{S}^{(p)}(x,y)$, 再通过逆分数傅里叶变换返回空域,获得复原图像。

 $\hat{S}^{(p)}(x,y) = G^{(p)}(x,y) - \hat{N}^{(p)}(x,y) \quad (6)$

2 计算机模拟

为了检验本文基于分数傅里叶变换域图像恢 复的有效性,用 Matlab 语言编程对含噪图像进行 了复原实验。

2.1 含高斯噪声图像的复原实验

对于含有高斯噪声的图像,可以在含噪图像 的高阶分数傅里叶变换中,对大部分高斯噪声进 行去除。图 2(a)为含高斯噪声图像图 1(c)的 0.95 阶分数傅里叶变换,图 2(b)为对图 2(a)去除 毛刺状高斯噪声分数谱后的情形,图 2(c)为利用 图 2(b)进行逆分数傅里叶变换复原出的图像,图 2(d)为传统的 Butterworth 滤波器滤波的去噪效 果。因为传统的去噪将图像的边缘和细节这些高 频项也进行了部分去除,而分数域则是只去除了 大部分的噪声项,对图像的边缘和细节这些高频 项影响不大,因此可以注意到,在分数傅里叶域滤 波得到的去噪图片较傅里叶域滤波获得的图片轮 廓更加清晰。



(c) 对(b)进行逆分数傅里叶变换 复原出的图像



(d) 用FFT域butterwoth滤波器 去噪的结果



2.2 含运动模糊噪声图像的复原实验

对运动模糊图像,我们发现,若只考虑0到1 范围内的阶数,当阶数小于0.5时的分数傅里叶 变换,原图与模糊图像的分数谱差值分布基本相 同,图3(a)为阶数为0.1时模糊噪声谱与原图谱 相减得到的DFRFT幅值谱,图3(b)为阶数为0.25 时模糊噪声谱与原图谱相减得到的 DFRFT 幅值 谱。对模糊图像再次进行模糊,利用再次模糊图 像与模糊图像的分数谱的差值对模糊噪声的分数 谱 $\hat{N}_{\mbox{\it k}\mbox{\it q}\mbox{\it w}}^{(p)}(x,y)$ 进行估计,得到的复原图像如图 3(c)。



(a) 阶数为0.1时模糊噪声谱与原图谱相减 得到的DFRFT幅值谱



(b) 阶数为0.25时模糊噪声谱与原图谱相减 得到的DFRFT幅值谱



(c) 估计分数谱得到的去噪结果



2.3 含高斯噪声和运动模糊噪声图像的复原实验

对含有高斯噪声的模糊图像如采用 2.2 节的 方法效果不堪,此时利用傅里叶域的巴特沃斯的 低通和高通滤波器对图像进行处理,返回空域获 得低通图像和高通图像,低通图像 $g_{\text{KM}}(x,y)$ 包 含了模糊噪声和图像背景的大部分信息,高通图 像 $g_{\text{GM}}(x,y)$ 包含了高斯噪声和图像边缘细节的 大部分信息,利用(7)式计算出待复原图像的分数 谱 $\hat{S}^{(p)}(x,y)$ 。 $G_{\text{KM}}^{(p)}(x,y)$ 为 $g_{\text{KM}}(x,y)$ 为 p阶 分数傅里叶变换, $G_{\text{GM}}^{(p)}(x,y)$ 为 $g_{\text{GM}}(x,y)$ 的 p阶分数傅里叶变换。

$$\hat{S}^{(p)}(x,y) = G^{(p)}(x,y) - \{ [G^{(p)}(x,y) - G^{(p)}_{\text{div}}(x,y) + [G^{(p)}(x,y)] + [G^{(p)}(x,y)] \}$$



图 4(a)为含模糊和高斯噪声的图像,图 4(b) 为对图像(a)进行巴特沃斯低通滤波后的图像,图 4(c)为对图像(a)进行巴特沃斯高通滤波后的图 像。

我们把退化图像看做由复原图像+模糊"噪声"+高斯噪声的三个加性图,图4(d)为利用高 通图像和低通图像在空域中得到的恢复图,图(e) 为在0.5阶分数域利用估计出的混合噪声谱即模 糊"噪声"+高斯噪声谱,计算出复原图像分数谱, 并对其进行逆分数傅里叶变换得到的复原图。可 见,分数域相比空域,噪声能够被更好地滤除。



(e)分数傅里叶域中噪声估计 得到的复原图



图 5 含模糊、高斯噪声和啁啾噪声图像的复原过程 Fig.5 The restoration of blurred, Gaussian and chirp noisy image

高通滤波后图像

2.4 含模糊、高斯噪声和啁啾噪声图像的复原实验

(a) 含模糊和高斯噪声的图像 (b) 对图像(a)进行巴特沃斯 (c) 对图像(a)进行巴特沃斯

低通滤波后图像

图 5(a)为含模糊、高斯噪声和啁啾噪声图像,图 5(b)为对图 5(a)进行分数阶为 0.5 的



(a) 含模糊、高斯噪声和啁啾 噪声的图像



(b) 含模糊、高斯噪声和啁啾噪声的 图像在阶数为0.5时的DFRFT幅值谱

DFRT 幅值谱,图 5(c)为在图 5(b)去除啁啾尖峰的 DFRT 幅值谱,对图 5(b)按 2.3 节的过程进行恢复,图 5(d)为最终复原结果。

(d) 空域中噪声估计

得到的复原图



(c) 去除啁啾尖峰的DFRT幅值谱



(d) 最终恢复结果

· 55 ·



4 结论

本文提出了基于 P2P 的大规模 MANET 分层

(上接第55页)

3 结束语

本文以分数傅里叶变换的理论为基础,提出 了一种基于分数傅里叶变换结合噪声估计的去噪 方法,并用计算机模拟进行了验证。

对于高斯噪声,主要在高阶分数傅里叶域中 直接将其剔除;对于模糊噪声,利用原图与模糊图 像的分数谱差值分布的稳定性,对模糊噪声进行 估计后将图像复原;对于啁啾噪声,也主要在分数 傅里叶域直接将其剔除;对于混合噪声,根据巴特 沃斯低通和高通滤波器得到的信息在分数域中估 计出复原图像的分数谱,再通过逆分数傅里叶变 换返回空域,获得复原图像。因为本方法对噪声 谱只能大致估计,所以恢复效果与估计的准确度 有关。在图像受到多种因素导致退化的情况下, 以及在无任何先验知识的前提下,此方法可以对 各种加性噪声进行图像盲复原。 共享路由模型,通过引入基于网络实际拓扑的分 层机制和 P2P 分布式共享策略,将路由信息在不 同层上进行发布和共享,有效地解决了绕路问题, 提高了 MANET 路由性能。

参考文献:

- Gerla M. From Battlefields to Urban Grids: New Research Challenges in ad Hoc Wireless Networks [J]. Pervasive and Mobile Computing, 2005:77 – 93.
- [2] 欧中洪,宋美娜,战晓苏,等.移动对等网络关键技术[J]. 软件学报,2008,(2).
- [3] Ding G, Bhargava B. Peer-to-peer File-sharing Over Mobile ad Hoc Networks[C]//Proc. of the 2nd IEEE A Nnual Conference on Pervasive Computing and Communication Workshops. Washington: IEEE Computer Society, 2004: 104 – 108.
- [4] 李祖鹏,黄建华. P2P 网络路由模型研究及其在 MANET 路 由协议设计中的拓展[D].郑州:中国人民解放军信息工程 大学,2004.
- [5] Zahn T, Schiller J H. Designing Structured Peer-to-peer Overlays as a Platform for Distributed Network Applications in Mobile ad Hoc Networks[J]. Computer Communications, 2008, 31(3):643 – 654.
- [6] Qiu T Q, Chen G H, Ye M, et al. Towards Location-aware Topology in Both Unstructrued and Structured P2P Systems [C]//Proc. Of the 2007 Int'l Conf. on Parallel Processing. Washington: IEEE Computer Society, 2007.
- [7] 曲大鹏, 王兴伟, 黄敏. 基于 MANET 的 P2P 网络跨层方法 综述[J]. 计算机科学, 2010, 37(2):31-37.

参考文献:

- Erden M F, Ozaktas H M. Synthesis of General Linear Systems with Repeated Filtering in Consecutive Fractional Fourier Domains[J]. Opt. Soc. Amer. A., 1998, 15: 1647 – 1657.
- [2] Ozaktas H M, Mendlovic D. Fractional Fourier Transforms and Their Optical Implementation: II [J]. J. Opt. Soc. Amer. A., 1993, 10(12):2522 - 2531.
- [3] Ozaktas H M, Barshan B, Mendlovic D, et al. Convolution, Filtering, and Multiplexing in Fractional Fourier Domains and Their Relation to Chirp and Wavelet Transforms [J]. Opt. Soc. Amer. A., 1994, 11(2): 547-559.
- [4] 严佩敏,刘泓.基于分数维变换的图象恢复[J]. 计算机工程, 2001,27(3):21-22,53.
- [5] 张怡霄,杜惊雷,高福华,等.分数域啁啾滤波及其在数字图 像处理中的应用[J]. 激光技术,2003,27(1):78-80.
- [6] 王静.分数阶傅里叶变换在信号处理和图像滤波中的研究[D]. 华东师范大学,2007.
- [7] Ozaktas H M, Arikan O, Kutay M A, et al. Digital Computation of the Fractional Fourier Transform [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1996, 44(9):2141 – 2150.
- [8] 王振力.单/双通道语音增强方法的研究 [D].南京:解放军 理工大学,2006.