

文章编号: 1001 - 2486(2011)03 - 0169 - 06

## 尾数细分计数逻辑对捷联惯导系统姿态误差的影响\*

王旭, 罗兵, 练军想, 李万里

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 为了提高激光陀螺的检测分辨率, 采用了尾数细分计数逻辑新方法, 并分析了此方法对捷联惯导系统姿态误差的影响。首先分析了常规四倍频细分计数逻辑的原理与特点, 得出其分辨率约为  $\frac{1}{4}$  周期的结论; 然后对比分析了基于常规四倍频的尾数细分计数逻辑的原理、实现方法及其特点, 分析与试验表明, 此方法能够进一步大幅度提高检测分辨率。基于以上结论, 利用 Simulink 仿真对比分析了两种细分计数方法结果对姿态解算误差的影响, 仿真结果表明, 采用尾数细分计数逻辑相对于采用常规四倍频细分计数逻辑, 可以在一定程度上改善导航精度, 因此尾数细分计数逻辑对高精度的导航系统具有实际的理论与工程应用价值。

**关键词:** 尾数细分计数逻辑; 导航解算; 姿态误差; 四倍频细分; 激光陀螺

中图分类号: U666.1 文献标识码: A

## Mantissa Subdivision Method Influence on the Accuracy of the Strapdown Inertial Navigation System

WANG Xu, LOU Bing, LIAN Jun-xiang, LI Wan-li

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In order to improve measurement resolution of RLG (Ring laser gyroscope), the mantissa subdivision method was used and its influence on the accuracy of the strapdown inertial navigation system was analyzed. Firstly, the analysis of the traditional four sub-frequency subdivision method shows that its measurement resolution is a quarter period. Secondly, the principle, realization and characteristics of the mantissa subdivision method which is based on four sub-frequency subdivision method were contrastively analyzed. It drew a conclusion that the new method can obviously improve the measurement resolution of RLG. Based on the conclusion above, influences on the accuracy of the strapdown inertial navigation system of the two methods are analyzed by Simulink. The simulation indicates that the mantissa subdivision method can improve the navigation accuracy comparing with the traditional four sub-frequency subdivision method. Therefore, the mantissa subdivision method is meaningful to both theoretic study and engineering applications of high precision navigation system.

**Key words:** mantissa subdivision method; navigation computation; attitude error; four sub-frequency subdivision method; ring laser gyroscope

激光陀螺是迄今为止在惯性技术领域唯一真正获得了卓有成效的实际应用的非机电式高精度仪表。激光陀螺是角增量陀螺, 输出脉冲信号的频率对应被测角速度, 将脉冲信号进行计数就得到了等效的角增量信息。对陀螺脉冲信号计数需要使用计数器逻辑单元, 简单的计数器无法获得方向信息, 而且对脉冲个数计数的量化误差为  $\pm 1$  个脉冲, 由此产生了四倍频细分逻辑计数方法。四倍频细分技术同时利用了相位差互为  $90^\circ$ , 频率相同的 A、B 两路脉冲信号进行计数, 解决了双向计数的问题, 而且对脉冲个数的量化误差减

小到原来量化误差的  $1/4$ , 大大提高了激光陀螺的测量精度。

为进一步提高激光陀螺角度测量精度, 出现了尾数细分计数逻辑新方法<sup>[1]</sup>, 其原理是利用高频系统时钟对常规四倍频逻辑计数中的尾数部分进行计数, 估算出不足  $1/4$  周期的尾数部分相对于完整  $1/4$  周期脉冲的相对时间, 从而获得尾数部分的大小。

本文分析了常规四倍频计数逻辑和尾数细分计数逻辑的计数原理, 对比了两种计数逻辑的精度。利用半实物仿真的方法, 对比分析了两种计

\* 收稿日期: 2010 - 09 - 27

基金项目: 国家 863 高技术资助项目 (2006AA06A202)

作者简介: 王旭 (1983—), 男, 博士生。

数方法的量化效果。最后利用 Simulink 仿真分析了两种计数逻辑的不同量化效应在锥运动环境下对导航姿态解算误差的影响。

### 1 基于四倍频细分计数逻辑的尾数细分计数逻辑

传统常规四倍频细分计数逻辑原理如图 1、图 2 所示,当 A 相脉冲超前 B 相脉冲 90° 时代表载体朝顺时针方向旋转,当 B 相脉冲超前于 A 相脉冲时,则代表载体朝逆时针方向旋转。对陀螺输出进行计数,如图 2,依据是 A, B 相高低电平的变化,即状态间的转化。当 A, B 相状态发生改变时,计数器加一或者减一<sup>[2]</sup>。图 2 内环是计数器正向 +1 的情形。载体转动速率与脉冲频率成正比,旋转速率越快,则单位时间内陀螺输出脉冲越多。

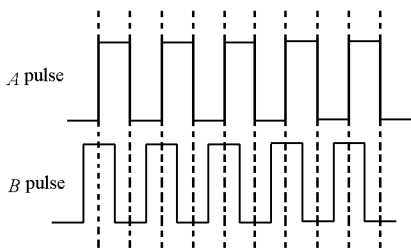


图 1 A 相脉冲超前 B 相脉冲  
Fig. 1 A pulse phase before B pulse phase

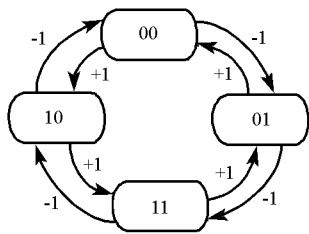


图 2 A 四倍频计数  
Fig. 2 Four sub-frequency subdivision method

尾数细分计数逻辑是在四倍频细分逻辑的基础上对其被量化掉的脉冲尾数部分进行计数的一种细分逻辑,其基本原理是用高频系统时钟测量不足一个脉冲宽度的尾数部分时间,然后估算出脉冲尾数的长度。

尾数细分计数逻辑方法的结构框图如图 3 所示,主要由高频时钟计数器,陀螺脉冲锁存器,高频脉冲锁存器以及锁存脉冲发生器组成<sup>[3]</sup>。高频脉冲由数据采集系统的系统时钟充当,其频率可达 100MHz。

尾数细分计数逻辑的原理图如图 4 所示,对陀螺原始 A、B 相脉冲进行四细分处理,得到四倍频的陀螺细分脉冲,陀螺脉冲锁存器通过定时采

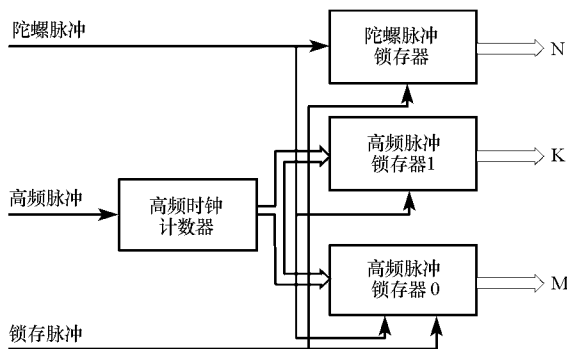


图 3 尾数细分计数逻辑方法结构图

Fig. 3 The structure of mantissa subdivision method

样脉冲触发得到定时时间内的脉冲整数 N,此值即为常规四倍频细分计数逻辑所得的计数值;当有下一个陀螺细分脉冲到来时,高频脉冲锁存器 1 存储两个陀螺细分脉冲之间的高频脉冲数 K,高频锁存器 0 存储定时采样触发脉冲和它之前的一个陀螺细分脉冲之间的高频脉冲数 M,则脉冲尾数长度由公式  $M/K$  计算得到。一个计数周期内的开始处的脉冲小数部分为 1 减去上一次计数的脉冲尾数长度。这样在每一个采样周期得到精确的陀螺脉冲个数为

$$N + \frac{M}{K} - \frac{M_{last}}{K_{last}} \quad (1)$$

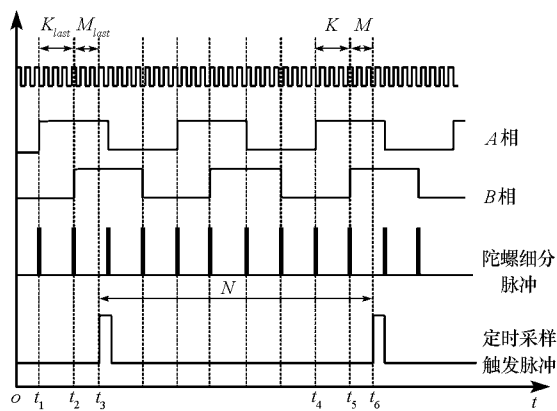


图 4 尾数细分计数逻辑的原理图

Fig. 4 The principle chart of mantissa subdivision method

### 2 四倍频细分计数逻辑与尾数细分计数逻辑误差分析

四倍频细分计数逻辑计数误差最大值  $\Delta N$  为  $\pm 1$  个细分脉冲(对应 1/4 原始脉冲周期)。下面分析尾数细分逻辑的分辨率。假设激光陀螺细分脉冲比例因子(测量分辨率)为 0.46"/脉冲,此分辨率为常用 90 型高精度激光陀螺的分辨率。

对于尾数细分计数逻辑,在一次测量中, M 和 K 的计数值最多相差一个高频脉冲,即最大误差  $\max\{|\Delta M, \Delta N|\} < 1$ ,根据相对误差公式:

$$\delta = \left| \frac{M + \Delta M}{K - \Delta K} - \frac{M}{K} \right| < \left| \frac{M + 1}{K - 1} - \frac{M}{K} \right| < \left| \frac{M + 2}{K} - \frac{M}{K} \right| = \frac{2}{K} \quad (2)$$

假设陀螺细分脉冲的周期为  $T$ , 则频率为  $f = \frac{1}{T}$ ; 高频脉冲信号周期为  $T_h$ , 频率为  $f_h = \frac{1}{T_h}$ 。

由此可以得到  $K = \frac{T}{T_h} = \frac{f_h}{f}$ , 从而得到

$$\delta < 2 \frac{f}{f_h} \quad (3)$$

激光陀螺原始脉冲信号频率大约为 125kHz, 则细分脉冲的频率大约为 500kHz<sup>[1]</sup>, 高频计数时钟频率一般采用 100MHz, 代入式(3)计算得到  $\delta < 0.01$  脉冲。90 型激光陀螺细分脉冲的比例因子为 0.46"/脉冲, 则尾数细分计数逻辑的角分辨率为  $0.46" \times 0.01 = 0.0046"$ 。因此从理论上分析可以看出, 角度测量分辨率已经得到大幅度提高。下面进行半实物仿真验证。

### 3 半实物仿真验证

半实物仿真中用信号发生器产生预设频率的脉冲来模拟陀螺的原始输出脉冲, 分别采用常规四细分计数逻辑和尾数细分计数逻辑, 利用 FPGA 进行数据采集, 来验证两种细分逻辑的性能。仿真试验的结构原理图如图 5 所示。



图 5 仿真试验流程图  
Fig.5 Flow chart of simulation

试验条件: 用信号发生器产生预设频率的两

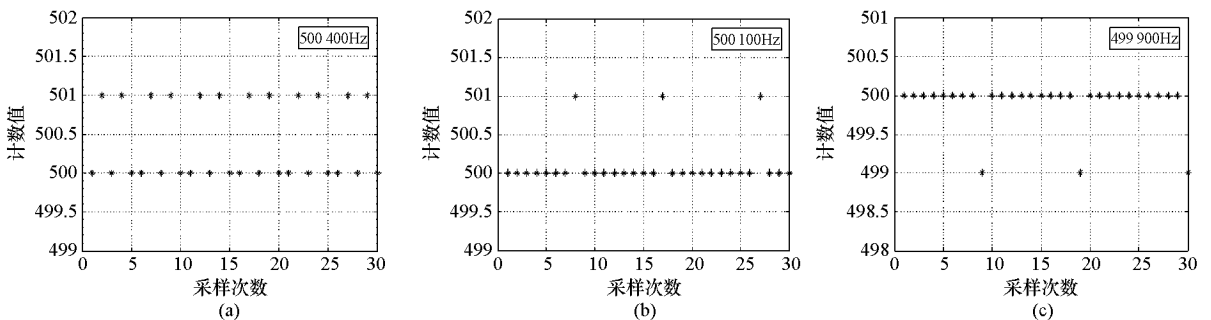


图 7 四倍频细分计数逻辑数据  
Fig.7 Data fragment of four sub-frequency subdivision method

路信号, 其占空比为 50%, 相位相差 90°, 在 FPGA 中将两路信号进行四细分计数; FPGA 的系统时钟作为高频脉冲, 其频率为 100MHz; 定时采样触发脉冲频率为 1kHz。

FPGA 数据采集板如图 6 所示。FPGA 芯片采用 Xilinx 公司的 VIRTEX-4 系列的 XC4VFX12 芯片, 其主频可以达到 100MHz。代码在 ISE Design Suit 11.1 环境下采用硬件描述语言 Verilog 实现。

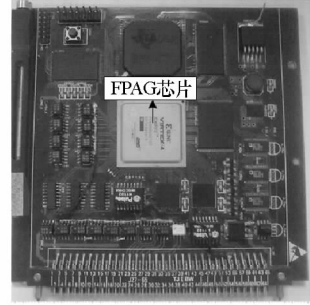


图 6 数据采集 FPGA 板  
Fig.6 Data sampling FPGA board

图 7(a) 是 FPGA 板对信号发生器产生的 125 100Hz 频率脉冲进行计数的结果, 经过四细分后频率为 500 400Hz。理想条件下, 每次经过 1kHz 信号锁存所得到的脉冲个数应该为 500.4 个; 四细分计数逻辑存在  $\pm 1$  量化误差, 数据片段如表 1 所示, 脉冲个数为两个数值: 501 或 500。此量化误差不同于 AD 采样的量化误差, AD 采样的量化误差是不满 AD 最小分辨率而被丢弃的部分。而脉冲计数的量化误差是会累积的, 并不会因为一次计数的忽略而消失, 计数脉冲会将信号脉冲当前周期内的量化误差转到下一个周期<sup>[4]</sup>。如第一个周期内计数值为 500, 则 0.4 个脉冲被量化掉, 此尾数脉冲被计入下一个采样周期, 下一个周期计数值仍然为 500 个脉冲, 因为此时有 0.8 个脉冲被量化掉; 再下一时刻, 多个尾数脉冲的累积将大于一个整数脉冲, 此时的采样计数值即达到 501 个脉冲。

表 1 四倍频细分计数逻辑数据片段

Tab.1 Data fragment of four sub-frequency subdivision method

500	501	500	501	500	500	501	500	501	500	.....
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-------

采用尾数细分计数逻辑所采集的数据如图 8(a)所示,数据片段见表 2。数据基本在 500.4 个脉冲附近波动。波动误差基本在 1%以内,方差

为  $1.2284 \times 10^{-4}$ ,明显小于常规四倍频细分计数逻辑的数据方差。两种细分计数逻辑所得到的数据属性如表 3 所示。

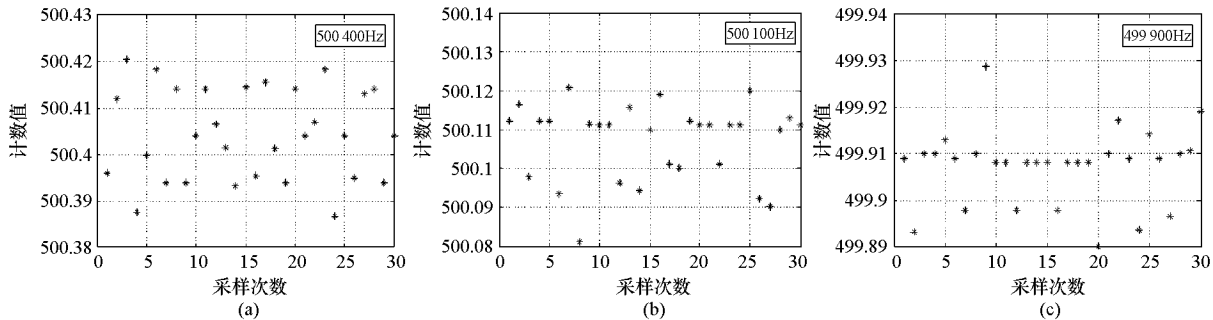


图 8 尾数细分计数逻辑数据

Fig.8 Data fragment of mantissa subdivision method

表 2 尾数细分计数逻辑数据片段

Tab.2 Data fragment of mantissa subdivision method

500.396	500.412	500.420	500.387	500.399	500.418	500.393	500.414	500.393	500.414	.....
---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	-------

表 3 数据属性

Tab.3 Character of the data

500 400Hz 输入	最大值	最小值	方差
四倍频细分计数逻辑	501	500	0.2411
尾数细分计数逻辑	500.4388	500.3591	$1.2284 \times 10^{-4}$

图 7(b)和图 7(c)是输入频率为 500 100Hz 和 499 900Hz 时四倍频细分计数逻辑所采集的数据;图 8(b)和图 8(c)是尾数细分逻辑的计数结果。可以看出,四倍频计数逻辑的数据量化误差有类似于“野值”的点,这是由于被量化的脉冲小数部分逐渐累积到一定程度的结果。尾数细分逻辑不存在这种“野值”的情况,所采集的数据基本在一个基准值周围波动。但是由图 8(b)和图 8(c)可以发现,数据并不是在 500.1 个脉冲和 499.9 个脉冲周围波动,这是由信号发生器的系统时钟频率和 FPGA 数据采集板的系统时钟频率存在偏差造成的。这两种时钟并不是同源时钟,所以它们两者的额定标称频率不会严格一致,以至于造成这种基准的偏移。

由以上分析可知,尾数细分计数逻辑可以使得计数结果在真实值周围很小的范围内波动,从根本上消除了  $\pm 1$  量化误差。该计数逻辑存在的量化误差因子取决于系统时钟频率,如果提高系统时钟频率,则可以进一步减小量化误差因子。

### 4 仿真试验与姿态误差分析

下面分析两种细分计数逻辑在载体做高频运动,即在有圆锥运动的条件下,两种计数逻辑的量化误差对载体姿态角误差的影响。

圆锥运动是动态环境下的固有运动,当载体的两个互相垂直的输入轴有同频但不同相位的正弦角振动输入时,与它们垂直的第三轴就会产生圆锥运动<sup>[5]</sup>,如图 9 所示。对捷联惯导姿态更新算法来说,圆锥运动是最恶劣的环境条件,它会诱发数学平台的严重漂移<sup>[4]</sup>。所以在验证导航解算算法和数据采集系统的性能时,常以锥运动作为

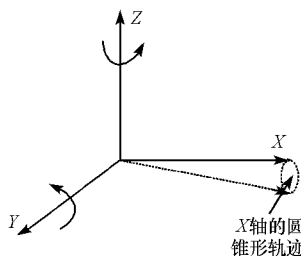


图 9 圆锥运动示意图

Fig.9 Illustration of coning motion

环境条件。

为了验证两种细分逻辑在锥运动环境下对导航性能的影响,设计如下仿真试验:

刚体做锥运动,角频率 50Hz,姿态更新周期为 10ms,量化因子分别取 0.46"和 0.0046",即分别为常规四倍频细分计数逻辑和尾数细分计数逻辑所对应的量化误差因子。以解析四元数微分方程作为比较基准,比较在两种计数逻辑不同量化因子的条件下三子样导航解算的姿态误差。具体仿真算法如下:

给定载体运动的角速率为

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} -2W\sin^2(\frac{a}{2}) - W\sin a \cdot \sin Wt \\ W\sin a \cdot \cos Wt \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中锥运动半径角  $a = \pi/180\text{rad}$ ,锥运动角频率  $W = 50\text{Hz}$ 。姿态更新算法<sup>[6]</sup>如下:

设  $t_{k-1}$ 时刻至  $t_k$ 时刻的载体坐标系分别为  $b(k-1)$ 和  $b(k)$ ,表征  $b(k-1)$ 至  $b(k)$ 的旋转四元数为  $q(h)$ ,在  $[t_{k-1}, t_k]$ 内载体运动引起的  $b$ 系的旋转矢量为  $\Phi$ ,则  $\Phi$ 满足方程:

$$\dot{\Phi} = \mathbf{w} + \frac{1}{2}\Phi \times \mathbf{w} + \frac{1}{\Phi^2} \left[ 1 - \frac{\Phi \sin \Phi}{2(1 - \cos \Phi)} \right] \Phi \times (\Phi \times \mathbf{w}) \quad (5)$$

式中,  $\Phi = |\Phi|$ ,  $\mathbf{w}$ 为载体转动的角速度矢量。由于姿态更新周期很短,  $\Phi$ 很小,  $\Phi$ 的高次项可略去不计,得到工程上常用的近似方程:

$$\dot{\Phi} = \mathbf{w} + \frac{1}{2}\Phi \times \mathbf{w} + \frac{1}{12}\Phi \times (\Phi \times \mathbf{w}) \quad (6)$$

为求解方程(6),采用抛物线拟合角速度  $\mathbf{w}$ ,得到旋转矢量的三子样优化算法:

$$\Phi = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 + \Delta\theta_3 + \frac{9}{20}\Delta\theta_1 \times \Delta\theta_3 + \frac{27}{40}\Delta\theta_2 \times (\Delta\theta_3 - \Delta\theta_1) \quad (7)$$

其中,  $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3$ 分别为  $[t_k, t_k + \frac{h}{3}]$ ,  $[t_k + \frac{h}{3}, t_k + \frac{2h}{3}]$ ,  $[t_k + \frac{2h}{3}, t_{k+1}]$ 时间段内的角增量。

确定出旋转矢量  $\Phi$ 后,表征  $b(k-1)$ 至  $b(k)$ 的旋转四元数  $q(h)$ 按下式确定

$$q(h) = \cos \frac{\Phi}{2} + \frac{\Phi}{\Phi} \sin \frac{\Phi}{2} \quad (8)$$

$q(h)$ 确定后,则载体坐标系  $b(k-1)$ 和  $b(k)$ 所对应的旋转四元数更新公式为

$$Q(t_k) = Q(t_{k-1}) \odot q(h) \quad (9)$$

式中  $\odot$ 表示四元数乘法,  $Q(t_{k-1})$ 和  $Q(t_k)$ 分别为  $t_{k-1}$ 和  $t_k$ 时刻载体姿态所对应的四元数。

在仿真程序中,给定初始的姿态角,经过 1000s 的姿态更新后,将两种细分计数逻辑计算的姿态角与理想情况下的姿态角进行对比,得出姿态误差角。

图 10 是仿真 1000s 的结果,误差大小如表 4 所示,可以看出:当量化因子取为一个脉冲当量,即 0.46"时,三子样导航解算姿态中偏航角最大误差为  $2.3038 \times 10^{-6}$  rad,当量化因子减少到 0.0046",也即取尾数细分计数逻辑可以达到的量化精度时,三子样导航解算姿态中偏航角最大误差减小到  $4.1788 \times 10^{-8}$  rad。其它两个姿态角误差也有不同程度的减小。因此,尾数细分计数逻辑与传统的四倍频细分逻辑相比,可以提高导航解算的精度,减小导航解算过程中的姿态误差。

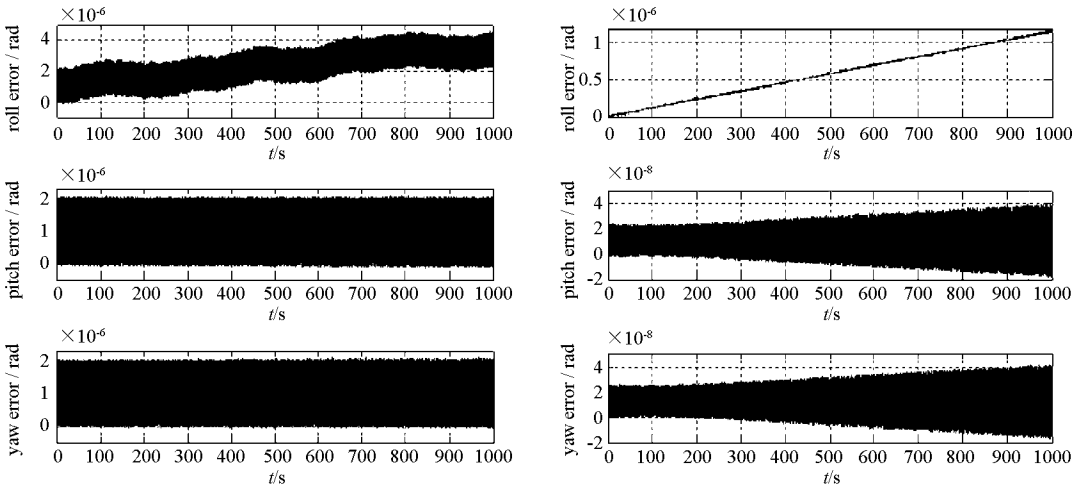


图 10 姿态解算误差  
Fig. 10 Attitude computation error

表4 量化因子对姿态误差的影响

Tab.4 Quantization factors influence on attitude error

姿态误差/rad	常规四倍频计数 逻辑量化因子 0.46"	尾数细分计数 逻辑量化因子 0.0046"
滚动角最大误差	$4.6315 \times 10^{-6}$	$1.1673 \times 10^{-6}$
滚动角误差标准差	$1.0064 \times 10^{-6}$	$3.3053 \times 10^{-7}$
俯仰角最大误差	$2.2497 \times 10^{-6}$	$3.9687 \times 10^{-8}$
俯仰角误差标准差	$6.4313 \times 10^{-7}$	$9.6543 \times 10^{-9}$
偏航角最大误差	$2.3038 \times 10^{-6}$	$4.1788 \times 10^{-8}$
偏航角误差标准差	$6.4515 \times 10^{-7}$	$9.6782 \times 10^{-9}$

## 5 结论

(1) 量化误差本质上是由陀螺脉冲的输出时刻与采样时刻并不同步造成的<sup>[7]</sup>。不考虑陀螺零偏、随机游走等误差项时,不可交换误差(即圆锥误差)和量化误差是捷联姿态算法的两个主要误差<sup>[4]</sup>。采用尾数细分计数逻辑可以减小数据采样时的量化误差,从而在载体做高频运动时,减小姿态解算中的不可交换误差。

(2) 从仿真的效果可以看出,尾数细分计数逻辑能够较大幅度地减少导航解算中姿态解算误差。本文仿真所得的结果中,偏航角和俯仰角误差减小了两个数量级,从  $10^{-6}$  量级减少到  $10^{-8}$  量级,滚动角误差虽然减小不到一个数量级,但也减小到原来的  $\frac{1}{4}$ 。因此对于高精度的惯导系统,尾数细分计数逻辑可以在一定程度上提高其精度性能。

(3) 尾数计数逻辑不仅仅可以用于改善激光陀螺捷联惯导系统的性能,对于其它类似的脉冲输出型惯导器件,如脉冲型加速度计以及其他种

类的脉冲输出型陀螺,也都可以提高它们的应用性能。相对于传统的四倍频计数逻辑而言,尾数细分计数逻辑从根本上消除了  $\pm 1$  量化误差。新的量化误差因子的大小只决定于高频系统时钟,提高系统时钟频率,则可以进一步减小尾数细分计数逻辑的量化误差因子。

## 参考文献:

- [1] 黄宗升,王省书,秦石乔,等. 四频激光陀螺脉冲细分技术[J]. 激光杂志, 2007, 28(3).
- [2] 金锋,卢杨,王文松,等. 光栅四倍频细分电路模块的分析与设计[J]. 北京理工大学学报, 2006, 26(12).
- [3] 贾宏进. 四频激光陀螺平台罗经关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009.
- [4] 练军想,胡德文,胡小平,等. 捷联惯导姿态算法中的圆锥误差与量化误差[J]. 航空学报, 2006, 27(1).
- [5] Hitterton D H, Weston J L. Strapdown Inertial Navigation Technology[M]. 2004.
- [6] 秦永元,张士逸. 捷联惯导姿态更新的四子样旋转矢量优化算法研究[J]. 中国惯性技术学报, 2001, 9(4).
- [7] Savage P G. Analytical Modeling of Sensor Quantization in Strapdown Inertial Navigation Error Equations[J]. AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2002. 25(5): 833 - 842.