

文章编号: 1001-2486(2011)04-0006-06

## 探月飞行器定点返回轨迹特性分析\*

沈红新, 李海阳, 彭祺肇, 杜 昕

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**对探月飞行器返回到预期着陆点的轨迹特性进行了研究,着重分析了月球定点返回着陆点和再入点位置的变化规律。分析了返回轨迹特征点的相对位置特性,包括月球反垂点、再入点、近地点,得到了再入点速度、纬度具有变化较稳定的规律。在特征点位置特性研究的基础上,给出了着陆点和再入点位置分析近似方法;基于月相原理研究了着陆点光照条件和月球返回窗口的关系,定性给出了基本结论。基于双二体模型进行轨迹仿真计算,验证了利用该理论模型分析月球定点返回轨迹的有效性。

**关键词:**月球探测;定点返回;轨迹特性;月球反垂点;返回窗口

**中图分类号:** V412.4 **文献标识码:** A

## Point Return Trajectory Characteristics Analysis for a Lunar Spacecraft

*SHEN Hong-xin, LI Hai-yang, PENG Qi-bo, DU Xin*

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The point return orbit characteristics for a vehicle from a lunar mission were studied, and how the landing point and reentry point vary was focused upon. Firstly, analysis of some characteristic points was presented, and lunar antipode, reentry point and perigee were included. Then the stabilization property of the latitude and velocity at reentry point was achieved. Furthermore, based on the characteristics of the foregoing three points, approximate method for the theoretical relation of landing point and reentry point was proposed. In addition, relation of lighting condition at landing point and lunar return window was analyzed by using lunar phase law, and the basic conclusions was attained qualitatively. Finally, the orbit simulation was established with double two-body model, which shows the feasibility of this theoretical model in predicting the lunar point return orbit.

**Key words:** moon exploration; point return; orbit characteristics; lunar antipode; return window

对从月球返回的飞行器来说,设计者希望它能够在预定着陆区着陆。返回到预期着陆位置称为“定点返回”<sup>[1]</sup>。由于回收和营救的需要,定点返回技术不可避免地成为了月球探测中必须解决的关键技术。目前针对从地球发射的地月转移轨道设计已经比较成熟<sup>[2-6]</sup>,而从月球返回地球的探测器轨道设计公开可见的文献却较少。为了将用于回收的资源最小化,NASA<sup>[7]</sup>在“星座计划”中提出精确返回预先设计的位于美国主大陆陆地着陆场的目标,描述了月球轨道射入(Trans-Earth Injection, TEI)的大气进入界面瞄准参数,比较了直接进入和跳跃式进入的过程约束特性。高玉东<sup>[8-9]</sup>采用双二体模型研究了从月球停泊轨道返回地球停泊轨道的轨道设计方法,并分析了出口点的参数特性。

定点返回轨道和轨道倾角、航程大小、再入点(即返回轨道和大气层边界的交点)经纬度以及着陆点经纬度相关,具有不同于地月转移轨道的新的特性,月球定点返回轨道返回的着陆点还受到月球运动规律的限制,在精确轨道设计之前有必要对其相关特性进行分析。本文研究了一套分析月球定点返回轨道的近似方法,分析了月球定点返回轨道特性,着重于返回轨道的再入点参数特性和着陆位置特性,对我国无人探月和未来的载人登月任务的返回轨道设计参数选择、着陆场选择,测控网的布置等有一定的理论意义和应用价值。

### 1 基本近似关系

首先引入两个基本近似关系,作为后续分析

\* 收稿日期:2010-10-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10902121)

作者简介:沈红新(1986—),男,博士生。

的基础。

(1)返回轨道近地点和反垂点位置较接近,其距离和飞行时间有关。

称月地轨道射入时刻的月心和地心连线为月球对映线,近似分析中假设返回轨迹总是通过TEI时刻背离月球一侧的对映线<sup>[7,10]</sup>,这里称返回轨迹和对映线在背离月球一侧的交点为反垂点,如图1所示。

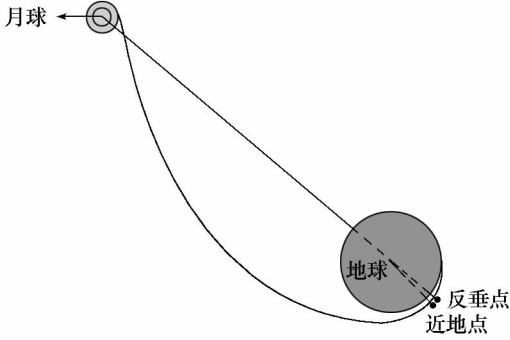


图1 平面返回轨道反垂点示意图

Fig.1 Schematic of antipode in planar return orbit

文献[7]和[10]假设月球返回轨迹应该通过TEI时刻的月球反垂点,然后作近似分析,但没有指出反垂点在轨道上的定位(即和近地点的相对位置关系)。反垂点和近地点的距离较小,如果精度要求不高的情形下,可以认为反垂点和近地点重合,较精确的分析中可以发现二者角距离和飞行时间相关,在第三节仿真分析中将给出具体数值计算。因为反垂点的赤经和赤纬可以很容易通过月球位置获得,通过反垂点的位置来定位近地点,这对分析定点返回轨迹十分有利。

(2)返回轨迹在大气再入点附近的曲线近似为抛物线。

地心段圆锥曲线近地点距小于等于 $(R_e + 122)\text{km}$ ,其中 $R_e$ 是地球赤道半径(6378.137km),122km代表大气层高度,远地点距大于从地心到月球影响球的最小距离,则远地距 $a + c = 38.44 \times 10^4 - 6.62 \times 10^4$ ,近地距 $a - c = 6378 + 122$ ,其中 $a$ 为长半轴, $c$ 为半焦距,月地平均距离为38.44万千米,月球影响球半径为6.62万千米,则偏心率 $e = c/a$ ,所以 $e \approx 0.96$ ,总是和1接近,即曲线形状近似为抛物线。远地距可比前面计算值增大的空间远比近地距可能会比计算值减小的空间大,故在实际轨道中,偏心率一般会比0.96更大,和1更加接近。

## 2 定点返回运动特性

### 2.1 再入点速度特性

再入速度 $v_e$ 的值可以近似估计为

$$v_e = \sqrt{\frac{2\mu_E}{r_e} - \frac{\mu_E}{a}} \quad (1)$$

其中 $r_e$ 为再入点地心距, $\mu_E$ 为地球引力常数,基于双二体假设<sup>[9]</sup>,将 $a$ 看成地心段椭圆长半轴,其焦点在地心,令 $a = d/2$ ,则 $d$ 的大小约为月地距离,因为 $d \gg r_e$ , $r_e \approx R_E$ ,所以

$$v_e = \sqrt{\frac{2\mu_E}{r_e} \left(1 - \frac{r_e}{d}\right)} \approx \sqrt{\frac{2\mu_E}{r_e}} \approx \sqrt{\frac{2\mu_E}{R_E}} \quad (2)$$

当从月球返回时的月地距离越大时,椭圆长半轴 $a$ 越大,则 $v_e$ 越大。由于月球运动轨道偏心率很小,可近似为圆轨道,因此 $v_e$ 总是在第二宇宙速度附近,其大小具有稳定性。

再入轨道一般选择为顺行轨道(和地球旋转方向一致),主要基于下面的考虑:逆行轨道的再入飞行器相对大气的速度比顺行轨道大,如果相对大气速度较大,则再入器的热流密度峰值和受热总量都更大。

### 2.2 再入点纬度特性

近地点和再入点的角距近似为再入角绝对值的两倍。证明如下:

令 $\gamma$ 为再入角的绝对值,过 $e$ 点作 $He$ 、 $eC$ 和 $EF$ 使 $AB \perp eC$ , $EF \perp eO_E$ , $He \parallel CO_E$ ,如图2。所以 $\gamma = \alpha_2$ 。

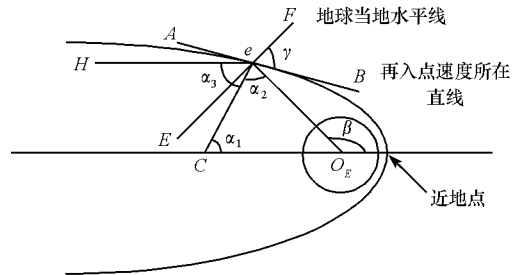


图2 近地点和再入点的位置关系

Fig.2 The relative location of perigee and entry point

由近似关系式(2),地心圆锥曲线偏心率接近1,所以将再入点和近地点之间的圆锥曲线近似为抛物线,根据抛物线的性质, $\alpha_3 = \alpha_2$ ;由 $He \parallel CO_E$ , $\alpha_3 = \alpha_1$ ;又因为 $\beta = \alpha_1 + \alpha_2$ ,所以 $\beta = 2\gamma$ 。证毕。

在再入方式为弹道式和弹道升力式时,用再入角来描述再入走廊。由于探月返回飞行器再入速度较高,用弹道式再入走廊狭窄,而用升力式则防热结构问题难于处理<sup>[11]</sup>,所以一般采用弹道升

方式再入,此时再入走廊可由动力学约束、过程约束,边界条件计算得到,探月飞行器再入走廊宽度较窄,例如 Apollo 11 再入走廊约为  $-6.6^\circ \sim -6.2^\circ$  [10]。

根据近似关系式(1)中反垂点的性质,近地点的纬度近似为 TEI 时刻月球赤纬的负值,所以决定再入点纬度的参数为月球赤纬、飞行时间以及再入角,而这三个参数一般在任务前轨道规划中由发射时间、燃料、飞行器过载约束等所定,说明了再入点纬度可调整的空间比较小。

### 2.3 再入点经度特性

因为再入点随地球旋转,而返回轨道在惯性空间因月球位置变化而产生的变化却很慢,故再入点经度基本和时间成线性关系,且以一个地球自转周期为变化周期,因其具有这样的周期性规律,所以相对容易满足。再入点经度可以通过返回窗口和飞行时间进行调节。探月返回任务的飞行时间一般会在任务前进行规划,如果返回时间固定,则再入点经度可以通过选择返回窗口来满足,错过一次返回发射窗口,返回窗口就顺延 1 个地球自转周期。

### 2.4 着陆点和再入点的位置关系

由近似关系式(1),根据 TEI 时刻月球反垂点赤纬求得近地点纬度。由前面的分析,  $\angle EO_{EA}$  大小为两倍的再入角大小,再入角由再入走廊确定,则  $\angle EO_{EA}$  也随之确定,记为  $\beta$ 。

如图 3,大气再入点为  $E$ ,着陆点为  $f$ ,图中只示意了反垂点在南半球的情况,反垂点在北半球同理。设着陆点在北半球,纬度为  $D_f$ ,设  $D_A$  为近地点纬度。

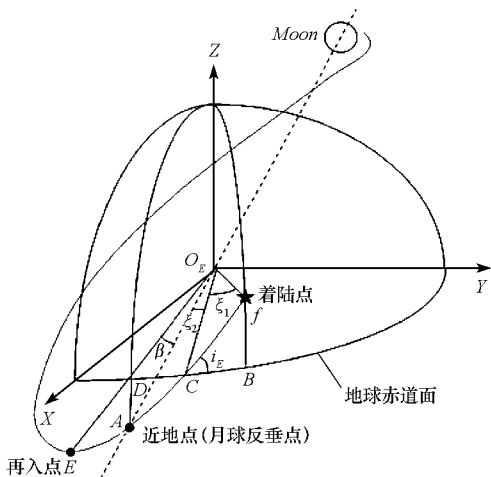


图 3 返回轨迹球面几何

Fig.3 Spherical geometry of return trajectory

只考虑返回轨道为顺行的情况,设  $0^\circ < i_E \leq$

$90^\circ$ ,由球面三角学有

$$\sin \xi_1 = \sin D_f / \sin i_E \quad (3)$$

$$\sin \xi_2 = \sin |D_A| / \sin i_E \quad (4)$$

则近地点到着陆点的角距为

$$\xi = \begin{cases} \xi_1 + \xi_2, & D_A < 0 \\ |\xi_1 - \xi_2|, & D_A \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

再入点到着陆点的角航程

$$R = \xi + \beta \quad (6)$$

这里的航程由再入点和着陆点距离得到,和再入段轨道形状无关,再入轨道可以是一次进入方式,也可以是多次再入方式。

以上公式的意义在于,近似地得到返回某一固定着陆点时所需要的航程大小和制约所需航程大小的诸参数,反过来也可以给定航程来确定地球轨道倾角。所以,决定所需航程的参数主要是月球的赤纬,着陆点纬度,返回轨道倾角。进一步得到:

(1)返回到纬度较低的着陆场比返回到纬度较高的着陆场所需航程小,倾角要求低。如果着陆场纬度较高,应选择  $i_E$  较大角度和月球赤纬值较小角度的月球位置进行返回。此外,  $i_E$  不能小于两个纬度的大小,即着陆点纬度和月球赤纬  $D_M$  的绝对值,即

$$i_E \geq \max\{|D_M|, |D_f|\} \quad (7)$$

(2)再入轨迹在地固系中的星下点轨迹相同时称为标准化返回,标准化返回下的再入飞行器所受的过载和热流等均相同,这有利于飞行器热防护系统的设计,且星下点轨迹相同利于测控站的布置建设。当再入轨迹的航向角相同时,可以认为是有相同的星下点轨迹,某点航向角和轨道倾角及该点纬度有如下关系:

$$\sin Az = \cos i_E / \cos D \quad (8)$$

如果要想实现标准化的定点返回则要求每次返回轨道具有相同的对地倾角和相同的再入点经纬度。着陆点的地理经度通过设计返回窗口和飞行时间精确控制,返回纬度因为和月球反垂点(或者说月球的赤纬)相关,在单次飞行任务中可以通过选择合适的返回窗口进行设计,而在多次任务都实现标准化返回则需要改变航程大小。

(3)同样着陆点和再入点的经度关系也可以用航程和倾角表示,设  $C$  为返回轨迹和赤道的交点,  $\Psi_1$ 、 $\Psi_2$  分别表示着陆点和再入点在赤道上投影到  $C$  的距离,易得

$$\tan \Psi_1 = \tan \xi_1 \cos i_E \quad (9)$$

$$\tan \Psi_2 = \tan |R - \xi_1| \cos i_E \quad (10)$$

着陆点和再入点的经度差

$$\Psi = \begin{cases} \Psi_1 + \Psi_2, & D_A < 0 \\ |\Psi_1 - \Psi_2|, & D_A \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

从式(9)、(10)可知,当轨道倾角  $90^\circ$  时,  $\Psi = 0^\circ$ ,当轨道倾角  $0^\circ$  时,  $\Psi = R$ 。

### 2.5 着陆点的光照条件特性

从地球固连坐标系的视角看,如果返回预期着陆位置,返回窗口决定于月地轨道射入时刻和飞行时间,从而满足返回飞行器的再入点经纬度要求,进而满足着陆点位置要求。

而从地心惯性系的视角看会得到另外的规律,为了获得足够长的光照时间进行回收搜救,需要在着陆点当天的上午进行着陆,例如“阿波罗11”号在日出前10分钟溅落<sup>[12]</sup>,基于前面对月球反垂点和所需航程的研究,画出示意图如图4所示,示意图是平面图,没有考虑倾角,其中点A和B表示月球返回轨迹通过的反垂点,  $\widehat{BC}$  代表可以着陆的光照区域,弧长  $\widehat{AB}$  和  $\widehat{BC}$  分别是平面图中对应光照区域边界的两个再入弧段,可以设为4~6h的时角距离( $15^\circ/\text{h}$ )。

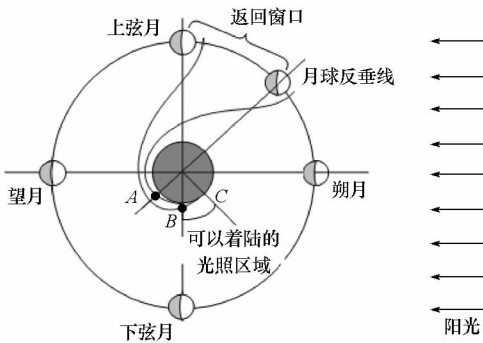


图4 返回窗口的光照约束示意图  
Fig.4 The return window sketch map restricted by lighting condition at landing location

由图4可以看出,返回窗口在新月和上弦月之间的约一周时间,用我国农历描述,约在初三、四到初十、十一之间的时间范围。比较精细的计算方法是,考虑2.4节的倾角和航程以及近似关系,计算图中的弧长  $\widehat{AB}$  和  $\widehat{BC}$ ,不难得到月相表示的具体窗口,限于篇幅,此处不作介绍。

## 3 仿真验证

### 3.1 仿真方法与条件

首先定义月心白道坐标系,用  $O_M - XYZ$  表示,坐标原点位于月球质心,其基准平面为瞬时  $t_B$  的白道面,  $X$  轴在瞬时  $t_B$  由月心指向地心,  $Y$  轴垂直  $t_B$  时刻的白道面,  $Z$  方向与月球绕地球公

转的动量矩方向一致。如图5所示,设出口点为B,在月心白道坐标系中定义设计变量:出口点经度  $\lambda_B$ 、纬度  $\varphi_B$ 、速度大小  $v_{si}$ 、出口点月心径向矢量与速度矢量的夹角  $\epsilon$ 、月心轨道相对白道面倾角  $i_L$ 、出口点时刻  $t_B$ 。

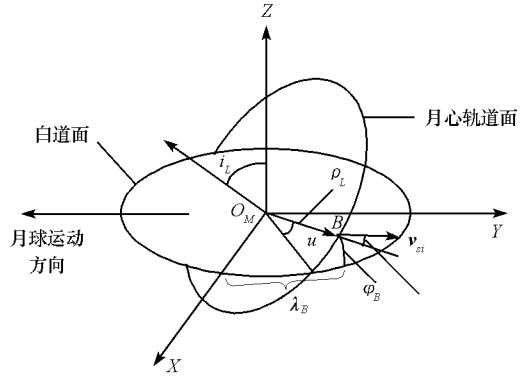


图5 月心白道坐标系及设计变量示意图  
Fig.5 Sketch map of moon centered earth-moon plane coordinate and design variables

考虑到月球返回飞行器需要利用地球大气阻力作用消减过高的再入速度,因此月球返回飞行器采取直接进入大气层的方式,而不是先制动过渡到环绕地球轨道,因为后者将耗费更多燃料。设再入点为  $e$ ,终端约束即瞄准参数是  $e$  点地面高度  $A_e$ 、再入角  $\gamma$ 、轨道倾角  $i_e$ 。其中大气层边界高度设定为122km;  $\gamma$  是速度矢量与当地水平面之间的夹角,当  $\gamma$  在水平面之上时,  $\gamma$  为正值,再入角是再入飞行器安全返回的大气层入口条件,此处设定为  $-6^\circ$ ;轨道倾角表示探月飞行器再入飞行的方向,保证满足再入飞行过程中的测控条件,设  $i_e = 42^\circ$ 。

值得指出的是,再入点速度  $v_e$  总是在第二宇宙速度附近,因此不是瞄准参数;纬度  $\varphi_e$  可调范围较小,也不作为瞄准参数。经度  $\lambda_e$  和地球自转有关,可暂不考虑。

设月心赤道倾角  $i_M = 90^\circ$ ,月心双曲线轨道近月点高度200km,加速点速度倾角  $\Theta = 0^\circ$ 。根据双二体模型假设,在月球影响球外,忽略月球引力,转移过程中只考虑地球引力<sup>[13]</sup>。由于轨道设计方法不是本文介绍的重点,具体的计算公式见文献[2,7],此处不再详述。下面只给出本文设计定点返回轨迹的搜索步骤,如图6。轨道参数搜索采用了序列二次规划算法<sup>[14]</sup>。其中高度条件转化为一个不等式约束,因为要保证运行轨迹与大气层相交,所以对高度的搜索实际上就是保证当  $r = r_e$  时,真近点角有解,即

$$|\cos f_e| \leq 1 \quad (12)$$

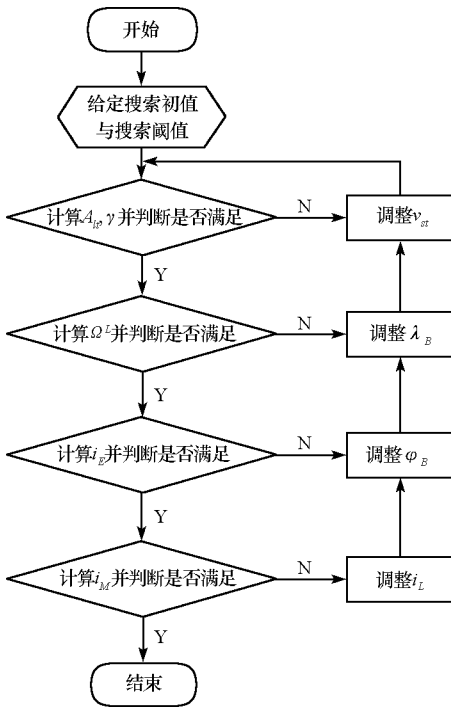


图6 月球返回轨道搜索流程图

Fig.6 Search process of lunar return orbit

化为下式:

$$\left| \frac{1}{e} \left( \frac{p}{r_e} - 1 \right) \right| \leq 1 \quad (13)$$

其中再入点地心距  $r_e = 6500\text{km}$ 。

为了节省燃料,加速点速度倾角  $\Theta_c = 0$ 。  $h^L$ 、 $v_{si}$ 、 $\epsilon$  三个参数只有两个是独立的,

$$\sin \epsilon = \frac{h^L}{\rho_L} \sqrt{1 + \frac{2\mu_m}{h^L v_{si}^2} \left( 1 - \frac{h^L}{\rho_L} \right)} \quad (14)$$

仿真验证的算例所设的历元是:UTC 2035年12月最大和最小的两个月地距对应的时刻为出口点时刻,这两个距离分别是  $35.85 \times 10^4\text{km}$  和  $40.57 \times 10^4\text{km}$ 。这里通过设定月球历元来固定月地距离,通过改变月球升交点赤经  $\Omega^L$  得到不同的飞行时间下的结果。

### 3.2 仿真结果与讨论

在分析月球定点返回轨迹特性过程中,主要用到了几个特征点的位置关系特性,包括反垂点、近地点和再入点,然后在这些特征点位置特性的基础上,分析再入点和着陆点的位置关系以及与光照有关的返回窗口特性,仿真验证中主要针对这几个特征点位置特性以及再入点速度特性给出了仿真分析,仿真结果和前文分析的结论一致可以说明本文给出的近似方法是可行的和有效的。

#### (1) 反垂点和近地点角距

设 TEI 时刻的月球对映线与返回轨道近地点二者的地心矢量夹角为  $w$ ,以  $w$  来衡量反垂点和

近地点的接近程度。根据上节的轨道设计方法进行仿真估计,在飞行时间5天以内时,飞行时间越长,夹角  $w$  总体的趋势是减小的。对最小月地距离,飞行时间在120h左右时,夹角  $w$  接近  $0^\circ$ ,如图7;对最大月地距离,飞行时间在120h左右时,夹角范围  $2^\circ \sim 3^\circ$ ,如图8。

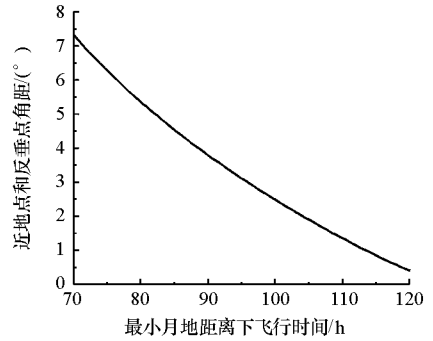


图7  $w$  随时间变化(最小月地距离)

Fig.7  $w$  versus total time of flight(Minimal distance)

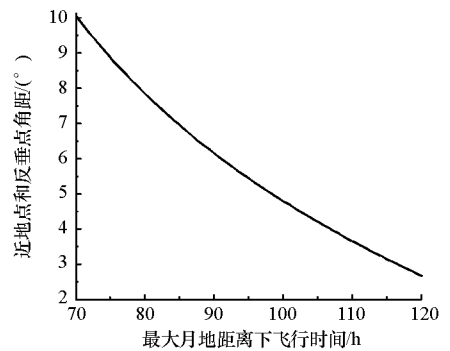


图8  $w$  随时间变化(最大月地距离)

Fig.8  $w$  versus total time of flight(Maximal distance)

#### (2) 再入点速度

如图9,当从月球返回时的月地距离越大时,再入速度  $v_e$  越大;且随着飞行时间的延长,再入速度有减小的趋势。总的来说,速度在  $11\text{km/s}$  左右,变化范围约在  $20 \sim 30\text{m/s}$ 。

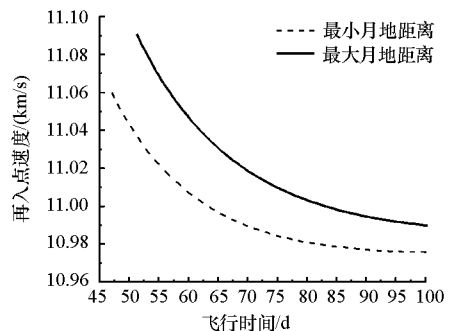


图9 不同月地距离再入点速度和飞行时间的关系

Fig.9 Entry velocity versus total time of flight for various distance of the Moon

### (3)再入点和近地点的角距

改变再入角的终端约束条件,得到再入点和近地点角距随再入角的变化关系,从图 10 可以看出,该曲线基本呈线性规律变化,斜率几乎等于  $-2$ 。说明近地点和再入点的角距近似为再入角绝对值的两倍的规律符合得很好。

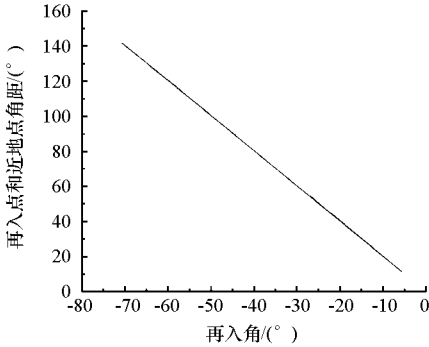


图 10 再入点和近地点角距和再入角的关系  
Fig. 10 Reentry angle versus the miss distance of entry point and perigee

### (4)着陆场纬度和所需航程的关系

讨论着陆场纬度较高情形,设着陆场纬度  $D_f$  高于反垂点纬度。为了给最大反垂点纬度范围留有一定的余量,仅考虑可达反垂点纬度最大为  $27.7^\circ$  的情形。设月地转移时间为 3 天,根据式 (3)~(6),可知返回纬度  $42^\circ$  着陆场所需最小航程约为  $6600\text{km}$ ,返回纬度  $30^\circ$  着陆场所需最小航程约为  $2500\text{km}$ ,如图 11。

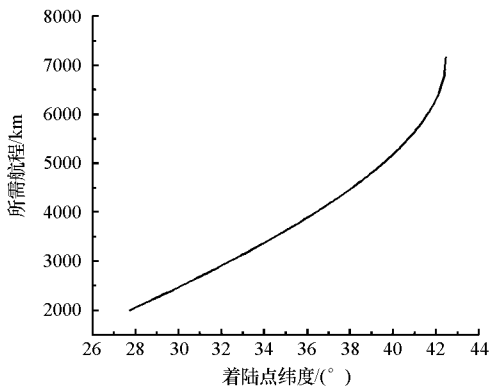


图 11 所需航程和着陆场纬度的关系  
Fig. 11 Required range vs LS latitude

## 4 结论

(1)近地点和再入点的角距近似为再入角绝对值的两倍。

(2)研究了月球反垂点的性质,通过轨道仿真

给出了反垂点和近地点角距和飞行时间的关系。

(3)再入点经度可以通过调整出口点时刻和飞行时间进行选择,然而再入点纬度由于和月球的赤纬相关,由于在较短的时间范围内月球赤纬变化不大,故再入点纬度具有相对的稳定性。

(4)再入点速度总是在第二宇宙速度附近,可随月地距离和飞行时间这两个影响因素作很小的调整。

(5)在基本近似关系的基础上,定量描述了再入航程和返回轨道倾角的内在关系,进而得到着陆场纬度和再入航程大小、月球赤纬、返回轨道倾角以及再入角的关系。通过这些关系式可以对着陆场位置进行近似计算。

(6)在对着陆点要求有光照约束时,用月相定性描述了返回窗口的分布区域。可以用我国的农历来近似表示返回窗口。

## 参考文献:

- [1] Sommer S C, Short B J. Point Return From a Lunar Mission for a Vehicle that Maneuvers within the Earth's Atmosphere[R]. NASA TN D-1142, 1961.
- [2] 曾国强,任莹,郗晓宁.快速设计月球卫星转移轨道的一种代数方法[J].国防科技大学学报,2000,22(2):1-6.
- [3] David L, Ken G. Lunar Prospector Mission Design and Trajectory Support[R]. AAS 98-3323:1-15.
- [4] Biesbroek R, Janin G. Ways to the Moon[J]. Eas bulletin 103, 2000:92-99.
- [5] 周文艳,杨维廉.月球探测器转移轨道的特性分析[J].空间科学学报,2004,24(5):354-359.
- [6] 谷立祥,刘竹生.使用遗传算法和 B 平面参数进行月球探测器地月转移轨道设计[J].导弹与航天运载技术,2003.
- [7] NASA. NASA's Exploration Systems Architecture Study [R]. NASA-TM-2005-214062, 2005:322-333.
- [8] 高玉东,郗晓宁,等.月球探测器返回轨道快速搜索设计[J].宇航学报,2008,29(3):765-771.
- [9] 高玉东.月球探测器地月空间转移轨道研究[D].长沙:国防科技大学,2008.
- [10] Graves C A, Harpold J C. Apollo Experience Report-mission Planning for Apollo Entry[R]. NASA TN D-6725,1972.
- [11] 王希季.航天器进入与返回技术(上)[M].北京:中国宇航出版社,1991:21-27.
- [12] 王海清.阿波罗 11 号登月记[M].1981:97-98.
- [13] Bate J J. 航天动力学基础[M].吴鹤鸣,李肇杰,译.北京:北京航空航天大学出版社,1990:280-300.
- [14] 林国华,胡朝江.序列二次规划法解最优控制问题[J].飞行力学,1994,12(4):45-50.