文章编号:1001-2486(2011)04-0024-06

# Halo 轨道编队构型重构最优控制研究<sup>®</sup>

张跃东1,孟云鹤1,桂 忱2,戴金海1

(1. 国防科技大学 航天与材料工程学院,湖南 长沙 410073; 2. 长沙理工大学,湖南 长沙 410004)

摘 要:变长度的测量基线与空间构型的多样性是航天器以编队方式执行深空探测任务的优势之一,该 优势的发挥与航天器编队构型重构能力密切相关。针对 Halo 轨道编队构型重构问题开展研究,分析了 Halo 轨道编队的构型特性,推导了 Halo 轨道编队构型重构最优控制的 Hamilton 方程,基于第一类生成函数构造了 最优控制 Hamilton 方程的迭代求解方法;分别在圆型限制性三体模型和双圆型限制性四体模型中,对地月 Halo 轨道编队构型重构的最优控制问题进行了仿真计算,验证了迭代求解方法的有效性;仿真结果表明,太阳 引力摄动对地月 Halo 轨道编队构型重构的控制能耗具有较大的影响,选取恰当的重构时机可降低控制能耗。

关键词:平动点;Halo轨道编队;构型重构;最优控制;生成函数法

中图分类号:V412.4 文献标识码:A

# Study on Optimal Control for Halo Orbits Formation Reconfiguration

ZHANG Yue-dong1, Meng Yun-he1, Gui Chen2, DAI Jin-hai1

(1. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Changsha Univ. of Science and Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Changeable measurement baseline and diversity of space configuration are advantages of spacecraft formation implementing deep-space exploration mission. They are closely related to the reconfiguration capability of spacecraft formation. Aimed at the issue of optimal control for Halo orbits formation reconfiguration, this study firstly analyzed the configuration characteristics of Halo orbits formation, then the Hamiltonian equation of optimal control for Halo orbits formation. Simulation of optimal control for Halo orbits formation reconfiguration were deduced. Iterative method for solving the Hamiltonian equation was built based on the first generating function. Simulation of optimal control for Halo orbits formation reconfiguration in the Earth-Moon system was carried out, and the validity of this iterative method was verified. Simulation results show that sun perturbation has huge influence on the fuel consumption of optimal control during the process of Halo orbits formation reconfiguration, and the fuel consumption can be reduced by selecting the reconfiguration times correctly.

Key words: libration points; halo orbits formation; formation reconfiguration; optimal control; generating function method

平动点轨道编队技术已经成为航天动力学领 域的研究热点之一,NASA、ESA已有多项涉及平 动点编队飞行的任务,如TPF计划、Darwin计划和 MAXIM计划<sup>[1]</sup>。国内外学者就平动点轨道编队 控制技术进行了大量的研究,Howell 和 Marchand 基于反馈线性化(Input-state Feedback Linearization, IFL)和线性二次调节器(Linear Quadratic Regulator, LQR)理论设计了连续及离散的编队控制器,针对 全星历动力学模型下日地平动点编队构型控制问 题进行了研究<sup>[2]</sup>;Oliver 基于离散变分原理和最优 化理论构建了平动点编队的离散分层控制方法, 该方法可用于多智能体航天器编队的构型重构问 题<sup>[3]</sup>;Luis 在能耗最优与能耗均衡的双重约束下, 提出深空干涉测量编队构型重构的离线规划与在 线调节算法,以 Darwin 计划为任务背景对该算法 进行了地面仿真测试<sup>[4]</sup>;龚胜平利用双脉冲变轨 方法实现了 Halo 轨道附近编队构型重构<sup>[5]</sup>。

本文针对 Halo 轨道编队构型重构问题展开研究,首先介绍了三类自然 Halo 轨道编队并就其构型特性进行了分析;推导了连续小推力作用下 Halo 轨道编队相对运动最优控制的 Hamilton 方程,并基于第一类生成函数构造了最优控制 Hamilton 方程的迭代求解方法;分别在圆型限制性 三体模型和双圆型限制性四体模型中,对地月 Halo

<sup>\*</sup> 收稿日期:2010-12-03 基金项目:国家自然科学基金资助项目(10702078);国防科技大学预研基金资助项目(JC08-01-05) 作者简介:张跃东(1981-),男,博士生。

轨道编队构型重构的最优控制问题进行了仿真计算,分析了太阳引力摄动对 Halo 轨道编队构型重构控制能耗的影响,得到了一些有价值的结果。

### 1 动力学方程

设主天体  $M_1$ 和  $M_2(M_1 > M_2)$ 围绕公共质心 o 圆周运动,  $m_3$ 为航天器,  $m_3$  质量远远小于主天 体质量, 不影响主天体的运动;  $M_4$  为第四体(日 地系里的月球, 地月系里的太阳)。建立会合坐标 系 o - xyz如图 1 所示, o 为原点, x 轴由  $M_1$  指向  $M_2$ , z 轴指向天体运动的角动量方向, o - xyz 构 成右手坐标系;  $r_xr_1 x_2 x_4$ 分别为  $o_xM_1 x_2 x_4$ 指向  $m_3$ 的矢量, d 为坐标系原点指向  $M_4$ 的矢 量。



图 1 限制性四体问题动力学模型

Fig.1 Dynamic Model of Restricted Four Body Problem 归一化单位取为:  $[M] = M_1 + M_2$ ,  $[L] = L_{12}$ ,  $[T] = [L_{12}^3/G(M_1 + M_2)]^{\frac{1}{2}}$ ;  $M_1 \, M_2$  为主天 体质量、 $L_{12}$ 为主天体之间的平均距离, G 为万有 引力常数。圆型限制性三体模型中,  $m_3$ 的动力学 方程为<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial\Omega}{\partial x} \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial\Omega}{\partial y} \\ \ddot{z} = \frac{\partial\Omega}{\partial z} \end{cases}$$
(1)

式中, 
$$\Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{\mu(1 - \mu)}{2}, \mu$$
  
=  $\frac{M_1}{M_1 + M_2}$ 。

采用双圆型限制性四体模型<sup>[7]</sup>近似第四体引 力摄动对航天器的影响,此时:

$$\Omega = \frac{1}{2} \left( x^2 + y^2 \right) + \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{\mu(1 - \mu)}{2} + \frac{\mu_4}{r_2} - \frac{\mu_4}{d^2} \left( x \cos\theta + y \sin\theta \right)$$
(2)

式中, $\mu_4$  为太阳质量, $\theta$  为d 与坐标系X 轴的夹角。

### 2 Halo 轨道编队构型特性

Halo 轨道是圆型限制性三体模型中的平动点 周期性轨道,运行于 Halo 轨道上的多颗相邻的航 天器可形成自然 Halo 轨道编队。按编队相位差 和振幅差的不同,可将 Halo 轨道编队分为三类: 同振幅 Halo 轨道编队、同相位 Halo 轨道编队和不 同振幅、不同相位条件下的 Halo 轨道编队。

取参考星为地月 L<sub>1</sub> 点 Halo 轨道, z 向振幅为 5000km,初始相位角为 0°。图 2 给出了同振幅 Halo 轨道编队构型图,图中数字表示对应构型的 初始相位差,单位为度;图 3 给出了同相位 Halo 轨道编队构型图,图中数字表示 z 向振幅差,单位 为 km;图 4 给出了不同振幅、不同相位条件下的 Halo 轨道编队构型图, z 向振幅差取 1000km,图中 数字表示对应构型的初始相位差,单位为角度;

由图 2~4 可以看出,同振幅 Halo 编队初始 相位差的变化使得编队构型成倍的放大或缩小, 但并不影响编队构型的形状;同相位 Halo 编队构 型近似为空间椭圆,z 向振幅差的变化使得编队 构型成倍的放大或缩小。



图 2 同振幅 Halo 轨道编队构型 Fig. 2 Configuration of Halo orbits formation with the same amplitudes







# 3 Halo 轨道编队构型重构最优控制方法

航天器编队根据探测任务的要求,需要对编 队构型或是编队基线进行调整,以 NASA 的 TPF 任务为例,其编队测量基线可在米级到千米级变 化,以适应探寻类地行星或是天体物理干涉测量 的要求。下文就 Halo 轨道编队构型重构最优控 制方法开展研究,推导了 Halo 轨道编队最优控制 的 Hamilton 正则方程,将 Halo 编队构型重构最优 控制问题归结为 Hamilton 系统中的两点边值问 题,并基于生成函数法构建了求解最优控制 Hamilton 正则方程的迭代求解方法。

# **3.1 Halo** 轨道编队构型重构最优控制的 Hamilton 方程

将环绕星作为被控星,对环绕星施加连续推 力控制以实现 Halo轨道编队构型重构,则其最优 控制问题可表述为:给定参考星(或环绕星)的初 始状态以及初终时刻编队的状态偏差  $\Delta X_0$  和  $\Delta X_f$ ,求环绕星的控制矢量 U(t),并使得构形重 构过程中的二次性能指标最优(燃料最省):

$$\min J = \int_{t_0}^{t_f} \boldsymbol{U}(t)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B} \boldsymbol{U}(t) \,\mathrm{d}t \qquad (3)$$

式中,  $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$ 为 6×6 的对角阵,分块矩阵 0 为 3×3 的零矩阵,分块矩阵  $\beta$  为控制矢量在代价 函数中的权。

连续推力控制作用下被控星的运动方程为:

由(3)式、(4)式,得到被控星最优控制的

Hamilton 函数:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{U} + \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{X}}$$
(5)

其中,  $\boldsymbol{\lambda}$  为协状态矢量,  $\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 \\ \lambda_5 & \lambda_6 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 。

由最优性条件
$$\frac{\partial H}{\partial U} = 0$$
可得:  
$$U^* = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e^{-1} \end{bmatrix} \lambda$$
(6)

令 
$$\boldsymbol{G} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \beta^{-1} \end{bmatrix}$$
,则  
 $\boldsymbol{U}^* = \boldsymbol{G}$  (7)

(7)式中, $U^*$ 为被控星的最优控制律,通过求解被 控星的协状态变量  $\lambda$ 可求得 $U^*$ 。

将(7)式代入(5)式,得到以状态变量 X 和协态变量 $\lambda$  表达的最优控制 Hamilton 函数  $H^*$ :

$$\boldsymbol{H}^{*}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\lambda},t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}) \qquad (8)$$

则被控星最优控制的 Hamilton 正则方程为:

$$\begin{cases} \dot{X} = \frac{\partial H^*}{\partial \lambda} = f(X) + G\lambda \\ \dot{\lambda} = -\frac{\partial H^*}{\partial X} = -\lambda^{\mathrm{T}} \frac{\partial f(X)}{\partial X} \end{cases}$$
(9)

将被控星最优控制轨线在参考星轨道附近做 泰勒展开,可得编队相对运动最优控制的 Hamilton 正则方程:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{X}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \Big( \sum_{i=1}^{6} \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{i}} \Delta \mathbf{X}_{i} \Big)^{k} f(\mathbf{X}') + \mathbf{G} \Delta \mathbf{\lambda} \\ \Delta \dot{\mathbf{\lambda}} = \mathbf{\lambda}^{\mathrm{T}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \Big( \sum_{i=1}^{6} \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{i}} \Delta \mathbf{X}_{i} \Big)^{k} \frac{\partial f(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} - \Delta \mathbf{\lambda}^{\mathrm{T}} \frac{\partial f(\mathbf{X}')}{\partial \mathbf{X}} \end{cases}$$
(10)

· 27 ·

(10)式中, $\Delta X$ 、 $\Delta \lambda$ 分别为编队的相对运动状态和相对协态变量,X'为参考星的状态矢量,  $\Delta X_i$ 为  $\Delta X$ 分量形式。由(10)式可得到编队相对运动最优控制的 Hamilton 函数  $\Delta H^*$ :

$$\Delta \boldsymbol{H}^{*} (\Delta \boldsymbol{X}, \Delta \boldsymbol{\lambda}, t) = \sum_{k=2}^{\infty} \sum_{\substack{m_{1}, m_{2}, \cdots, m_{12} = 0 \\ m_{1} + m_{2} + \cdots + m_{12} = k}}^{k} \frac{1}{m_{1} ! \cdots m_{12} !} \frac{\partial^{k} \boldsymbol{H}^{*} (\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial \boldsymbol{X}_{1}^{m_{1}} \cdots \partial \boldsymbol{X}_{6}^{m_{6}} \partial \boldsymbol{\lambda}_{1}^{m_{7}} \cdots \partial \boldsymbol{\lambda}_{6}^{m_{12}}} \bigg|_{\boldsymbol{X}^{r}} (\Delta \boldsymbol{X}_{1}^{m_{1}} \cdots \Delta \boldsymbol{X}_{6}^{m_{6}} \Delta \boldsymbol{\lambda}_{1}^{m_{7}} \cdots \Delta \boldsymbol{\lambda}_{6}^{m_{12}})$$
(11)

由(11)式可知, Halo 编队相对运动的最优控制具有 Hamilton 系统性质, Halo 编队构型重构最优控制问题可归纳为 Hamilton 系统中的两点边值问题。

# 3.2 Halo 轨道编队构型重构最优控制律的迭代 求解方法

Guibout、Park 和 Scheeres 等人在研究地球扁 率摄动下近地航天器编队最优控制问题时提出了 生成函数求解方法,该方法基于正则变换理论和 Hamilton-Jacobi方程求解相流逆变换中的生成函 数,将 Hamilton 系统中的两点边值问题转化为初 值问题求解<sup>[8]</sup>。鉴于该方法的计算复杂性和奇异 点问题<sup>[9]</sup>,本文提出了基于近似生成函数的迭代 求解方法,该方法以计算代价较小的低阶近似逼 近计算复杂的高阶近似精度。

取(11)式 Hamilton 函数  $\Delta H^*$  的线性部分(即 k = 2):

$$\Delta \widetilde{H}(\Delta X, \Delta \lambda, t) = \frac{1}{2} \Delta \lambda^{\mathrm{T}} G \Delta \lambda + \Delta \lambda^{\mathrm{T}} \frac{\partial f(X^{\mathrm{T}})}{\partial X} \Delta X$$
(12)

依据(12)式构造第一类生成函数:

$$\Delta F_{1}(\Delta X, \Delta X_{0}, t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta X_{0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} F_{11}(t) & F_{12}(t) \\ F_{21}(t) & F_{22}(t) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta X_{0} \end{bmatrix}$$
(13)

其中,  $F_{11}(t)$ 、 $F_{12}(t)$ 、 $F_{21}(t)$ 、 $F_{22}(t)$ 为3×3生成

函数系数矩阵,与时间相关。

线性化条件下,编队相对运动最优控制的 Hamilton-Jacobi方程为:

$$\Delta \widetilde{H} \left( \Delta X, \frac{\partial \Delta F_1}{\partial \Delta X}, t \right) + \frac{\partial \Delta F_1(\Delta X, \Delta X_0, t)}{\partial t} = 0$$
(14)

(12)式代入(14)式,由边值条件的任意性,可得关于生成函数系数矩阵的线性微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{F}_{11}(t) = -\Delta \tilde{H}_{11} - \Delta \tilde{H}_{12} F_{11}(t) - F_{11} \Delta \tilde{H}_{21}(t) \\ - F_{11}(t) \Delta \tilde{H}_{22}(t) F^{11}(t) \\ \dot{F}_{12}(t) = -\Delta \tilde{H}_{12} F_{12}(t) - F_{11}(t) \Delta \tilde{H}_{22}(t) F_{12}(t) \\ \dot{F}_{21}(t) = -F_{21}(t) \Delta \tilde{H}_{21} - F_{21}(t) \Delta \tilde{H}_{22}(t) F_{11}(t) \\ \dot{F}_{22}(t) = -F_{21}(t) \Delta \tilde{H}_{22}(t) F_{12}(t) \end{cases}$$

由正则变换公式可求得初终时刻的相对协态 变量  $\Delta \lambda_0$  和  $\Delta \lambda_f$ :

$$\begin{cases} \Delta \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{0} = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{F}_{1}}{\partial \Delta \boldsymbol{X}_{0}} = \boldsymbol{F}_{11}(t_{f}) \Delta \boldsymbol{X}_{f} + \boldsymbol{F}_{12}(t_{f}) \Delta \boldsymbol{X}_{0} \\ \Delta \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{f} = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{F}_{1}}{\partial \Delta \boldsymbol{X}_{f}} = \boldsymbol{F}_{21}(t_{f}) \Delta \boldsymbol{X}_{f} + \boldsymbol{F}_{22}(t_{f}) \Delta \boldsymbol{X}_{0} \end{cases}$$
(16)

(16)式给出了求解初终时刻的相对协态变量 的线性估计表达式。由 $\Delta \tilde{\lambda}_0$ 可求得被控星初始 协态变量 $\lambda_0 = \Delta \tilde{\lambda}_0 + \lambda'_0$ ,代入(9)式可求得被控星 的控制轨线  $\tilde{\Gamma}(t)$ 及控制律 $\tilde{U}(t)$ ; $\tilde{\Gamma}(t)$ 、 $\tilde{U}(t)$ 与最优控制轨线  $\Gamma^*(t)$ 和最优控制律 $U^*(t)$ 之 间的偏差采用迭代方法进行修正,具体过程见图 5,图中上标"""表示第 n 次迭代过程。



图 5 被控星最优控制律的迭代求解方法 Fig.5 Iterative method of solving optimal control for the controlled spacecraft

#### 4 Halo 编队构型重构仿真

假定地月  $L_1$  点 Halo 轨道编队中参考星的 z向振幅为  $A'_z$  = 8600km,初始相位角为  $\tau'_0$  = 0;  $t_0$  = 0 时刻, Halo 轨道编队构型参数为  $\Delta A_{z0}$  = 200km,  $\Delta \tau_0 = -2^\circ$ ,地月质心到太阳矢径与会合坐标系 X 轴的夹角 $\theta_0 = 30^\circ$ ;  $t_f = 10^\circ$ s时, Halo轨道编队构型 参数为 $\Delta A_{sf} = 400$ km,相位 $\Delta \tau = 4^\circ$ ,分别在圆型限 制性三体模型和双圆型限制性四体模型中,求 [ $t_0, t_f$ ]内环绕星的连续推力最优控制。将 Halo 轨道编队构型参数转化为相对运动的状态后,利 用生成函数法迭代求解被控星的最优控制律。

─ 表 1	Halo 轨道编队构型重构最优控制计算结果	

Tab.1	Results of	optimal	control	for	Halo	orbits	formation	reconfiguration
-------	------------	---------	---------	-----	------	--------	-----------	-----------------

动力学模型	圆型限制性三体模型	双圆型限制性四体模型			
被按星初始协太亦景)	[-1.243e - 2 - 2.242e - 2 - 2.426e - 3]	5 [7.353e - 2 - 4.504e - 2 - 7.401e - 3]			
<b>欧江生</b> 初如仍心又重 Ag	-6.586e - 3 9.520e $-5$ 8.467e $-3$ ]	1.429e - 2 $1.970e - 2$ $8.379e - 3$ ]			
重构位置误差(m)	[3.192e - 4 - 1.481e - 4 6.271e - 6]	$\begin{bmatrix} -1.960e - 4 & 9.558e - 4 & 4.892e - 5 \end{bmatrix}$			
重构速度误差 (m/s)	[3.334e - 9 - 1.325e - 9 - 1.542e - 10]	$[-1.867e - 8  9.300 \ e - 9  1.078e - 9]$			
重构能耗(m/s)	17.34	25.38			

表1给出了 Halo轨道编队构型重构最优控制的计算结果,两种仿真环境中编队构型重构的状态误差 < 10<sup>-3</sup> m,速度误差 < 10<sup>-7</sup> m/s,实现了

Halo轨道编队构型重构的高精度控制,图6给出了 Halo轨道编队构型重构过程。



图 6 Halo 轨道编队构型重构过程 Fig. 6 Reconfiguration process of Halo orbits formation

图 7 给出了被控星的最优控制律,将被控星 控制加速度的绝对值按时间积分可得编队构型重 构期间的控制能耗,圆形限制性三体模型下重构 能耗  $\Delta V_{CRTEM} = 17.34$ m/s, $\theta_0 = 30$ °时双圆形限制性 四体模型下重构能耗  $\Delta V_{BRFEM} = 25.38$ m/s;将太阳 对被控星的引力加速度的绝对值按时间积分可得  $\Delta V_s = 20.37 \text{ m/s}$ ;当 $\theta_0 = 30^{\circ}$ 时,有下式成立:

$$\Delta V_{CRTBM} < \Delta V_{BRFBM} < (\Delta V_{CRTBM} + \Delta V_S) \quad (17)$$



图 7 Halo轨道编队构型重构最优控制曲线

Fig.7 Reconfiguration process of Halo orbits formation

由(17)式可以看出,当 $\theta_0 = 30^{\circ}$ 时,太阳引力 摄动使得 Halo 轨道编队构型重构的控制能耗增 加,但其增量小于 $\Delta V_s$ 。将构型重构起始时刻太 阳相位角 $\theta_0$ 在[0,2 $\pi$ ]内遍历取值,计算控制能 耗 $\Delta V_{RRFRM}$ ,得到如图8所示的关系图。

由图 8 可以看出, 双圆形限制性四体模型下

控制能耗  $\Delta V_{BRFBM}$  与 $\theta_0$  呈周期性变化,当 $\theta_0$  = 73° 或 253°时,重构能耗出现最大值 34.96m/s;当 $\theta_0$  = 163°或 343°时,重构能耗出现最小值 8.01m/s。因此,选择合适的重构时机,太阳引力摄动下 Halo 轨道编队构型重构的控制能耗可以小于圆形限制 性三体模型下的控制能耗,本文仿真条件下 Halo 轨道编队构型重构能耗最大可降低 53.8%。



图 8 重构能耗与  $\theta_0$  关系曲线 Fig. 8 Relation curve between fuel consumption and  $\theta_0$ 

#### 5 结论

推导了连续小推力作用下 Halo 轨道编队相 对运动最优控制的 Hamilton 方程,基于第一类生 成函数构造了最优控制 Hamilton 方程的迭代求解 方法;通过对圆型限制性三体模型和双圆型限制 性四体模型下 Halo 轨道编队构型重构仿真,得到 太阳引力摄动对地月 Halo 轨道编队构型重构的 控制能耗具有较大的影响。

对于 Halo 轨道编队构型重构问题,文中未建 模动力学部分(包括黄白交角、月球轨道和地球轨 道偏心率、太阳光压以及行星引力摄动等)对重构 控制的精度都会产生影响,双椭圆限制性四体模型或全星历模型下的 Halo轨道编队构型重构问题,以及 Halo轨道编队构型重构过程中的制导控制问题是下一步研究的重点。

# 参考文献:

- Canalias E, Gomez G, Marcote M, et al. Assessment of Mission Design Including Utilization of Libration Points and Weak Stability Boundaries[R]. ESA Advanced Concepts Team Report, Ariadna ID 03/4103, Contract Number18142/04/NL/MV, 2004.
- [2] Howell K C, Marchand B G. Control Strategies for Formation Flight in the Vicinity of the Libration Points[C]//AIAA/AAS Space Flight Mechanics Conference, Ponce, Puerto Rico, February 9 – 13, 2003.
- [3] Junge O, Marsden J E, Ober-Blobaum S. Optimal Reconfiguration of Formation Flying Spacecraft—a Decentralized Approach [C]// Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control. Manchester Grand Hyatt Hotel, San Diego, CA, USA, December13 – 15, 2006: 5210 – 5215.
- [4] Penin L F, Araujo J, Avila N. Design and Evaluation of Optimal Reconfiguration Maneuvers for Separated Space Interferometry[J]. Acta Astronautica, 2005.57: 330 – 340.
- [5] 龚胜平,等.地日系统中 Lagrange 点附近的编队队形重构[J]. 清华大学学报(自然科学版),2007,47(5):738-741.
- [6] Kolemen E. Optimal Configuration of a Planet-finding Mission Consisting of a Telescope and a Constellation of Occulters. [D]. New Jersey, University of Princeton University, 2008.
- [7] Mingotti G, Topputo F, Bernelli-Zazzera F. Low-energy, Low-thrust Transfers to the Moon[J]. Celest Mech Dyn Astr. 2009, 105:61 – 74.
- [8] Guibout V M, Scheeres D J. Spacecraft Formation Dynamics and Design. Journal of Control[J]. Guidance and Dynamics, 2004, 29 (1):121-133.
- [9] 张跃东,等.分布式卫星系统相对运动的 Hamilton 力学建模及 求解方法研究[J].国防科技大学学报,2010,32(2):12-16.