

文章编号: 1001-2486(2011)04-0097-05

## 基于星上天线仰角约束的星间可视卫星集解析算法\*

石磊玉<sup>1</sup>, 欧 钢<sup>1</sup>, 顾青涛<sup>2</sup>, 朱祥维<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 北京环球信息应用开发中心, 北京 100094)

**摘要:** 星座自主导航需要对星间可视性规律做定量分析, 可为进一步研究星间自主组网策略以及星间网络拓扑设计提供理论依据, 同时星上自主建立星间链路需要卫星已知其可视卫星集合, 因此有必要研究星间可视性解析算法。建立了基于星上天线仰角约束的星间可视性判定模型, 结合星座几何特性以及卫星运动规律, 以时间为变量, 推导了卫星在运动过程中对同轨道面与异轨道面可见卫星集合的解析算法, 该算法无需通过遍历卫星两两之间的可视性便可解算出目标卫星的可视卫星集合。采用上述算法对 GALILEO 系统卫星星座星间可视性进行了分析, 结果并与 STK 的仿真结果一致, 从而验证了算法的正确性。分析结果表明, 在 25°~65° 的仰角约束下, 卫星与星座中 8 颗卫星永久可视, 与异轨道面所有卫星可视时间占轨道运行周期的 41.4%。本文的计算方法也可用于分析其他近圆轨道星座的星间可视性。

**关键词:** 可视卫星集; 星间可视性; 星间链路; 自主导航

**中图分类号:** TN967.1 **文献标识码:** A

## An Analytical Algorithm for Inter-Satellite Visibility Calculation with Restriction of Satellite Antenna's Elevation

SHI Lei-yu<sup>1</sup>, OU Gang<sup>1</sup>, GU Qing-tao<sup>2</sup>, ZHU Xiang-wei<sup>1</sup>

(1. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Beijing Huanqiu Information Development Center, Beijing 100094, China)

**Abstract:** Analytical algorithm for inter-satellite visibility is essential for quantitative analysis of constellation visibility characteristic, which is important for the design of inter-satellite link (ISL) assignment scheme and the design of satellite network topology of autonomous navigation system. Analytical algorithm of inter-satellite visibility is necessary for a satellite to assign ISL autonomously with others. Based on the restriction of scanning range of satellite annular antenna, this study introduced the rules to decide satellites' visibility. According to the Walker constellation's spatial structure and satellite's motion law, it introduced an analytical algorithm of satellite's visibility with satellites in the same orbit and different orbit. Using the algorithm above to analyze satellites' visibility in Galileo constellation, the simulation results show that in the same and different orbit plane each satellite has four visual satellites under the elevation restriction of [25°, 65°]. The algorithm is also available for the analysis of other circular-like constellation.

**Key words:** visusal satellite set; inter-satellite visibility; inter-satellite link; autonomous navigation

GPS III 将考虑采用 Ka、V 和激光频段建立星间链路<sup>[1]</sup>, 星间链路天线将采用点波束天线。由于每颗卫星只能与视距范围内的若干颗卫星建立星间链路, 星座星间自主组网必须解决星间链路分配问题, 即在指定时刻如何确定在哪些卫星之间建立星间链路。只有满足可视条件的卫星之间才能建立星间链路, 星上自主建立星间链路需要卫星已知建链时刻该卫星的可视卫星集合, 同时星上完成星间可视性解算还要考虑星上计算能力限制, 因此易于星上实现的星间可视卫星集合解

析算法值得研究。此外, 利用解析算法还可对星间可视性的变化规律进行定量分析。

范丽等<sup>[2]</sup>研究了 Walker 星座星间相对位置变化规律, 确定了反映星座空间几何特性的星间链路设计准则。王亮等<sup>[3-4]</sup>分析了 LEO 卫星网络星间链路的距离、指向方位角、仰角的时间变化率, 并分析了 LEO/MEO 混合星座中星间链路的长度、方位指向、仰角等几何特性; 帅平等<sup>[5]</sup>通过仿真得到了 GPS 星座的空间覆盖特性; 高丽娟等<sup>[6]</sup>给出了一种基于距离判定的星间可视性分析模

\* 收稿日期: 2010-12-20

作者简介: 石磊玉(1984—), 男, 博士生。

型,但该模型只考虑了地球对卫星遮挡。上述这些研究主要集中在星间链路参数的变化特性上,没有对星间可视卫星集合的解算算法进行研究。虽然利用卫星坐标信息可算出星间夹角从而获知可视性,但这需要计算所有卫星不同时刻的位置矢量,运算量较大。

本文在星上采用环带波束天线时,基于星上天线仰角约束的星间可视性模型,并结合导航卫星星座几何特性以及卫星运动规律,推导了同轨道面与异轨道面上可视卫星集的解析算法,然后利用该算法分析了 GALILEO 星座的星间可视性规律。

### 1 星间可视性模型

为了分析星上环带天线俯仰角扫描范围对星间可视性的约束,需要首先对仰角及相关物理量进行定义,在此基础上给出星间可视性判别准则。

图 1 给出了与星间仰角相关的物理量,平面  $\alpha$  是卫星 A 与地心 O 连线 OA 的垂面,对于卫星 A 而言,卫星 B 的仰角定义为卫星 A、B 的连线 AB 与平面  $\alpha$  的夹角,即交角 E。卫星 A、B 对应的球心角  $\theta_{AB}$  称为卫星 A、B 的星间夹角,卫星间运动导致  $\theta_{AB}$  是时变的,可表达为  $\theta_{AB}(t)$ 。

星上天线可扫描仰角范围记为  $[E_{\min}, E_{\max}]$ ,由于星上通常采用收发共用天线,所以对于发射信号和接收信号,两者的仰角范围约束是相同的。两卫星 A、B 之间可视的条件是:

- (1) A 的仰角在 B 的仰角约束范围内;
- (2) B 的仰角在 A 的仰角约束范围内;
- (3) A、B 不受地球遮挡。

根据图 1 所示的空间几何关系及上述星间仰角定义,可知两卫星视距不受地球遮挡其仰角 E 应满足以下条件<sup>[7]</sup>:

$$E = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{R}{R+h} \quad (1)$$

其中 R 是地球半径, h 是卫星高度。可将地球遮挡对星间可视性的影响合并到仰角约束范围中做统一处理,即令

$$E_{\max} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{R}{R+h}$$

导航系统多采用小偏心率近圆轨道且星座中卫星轨道长半轴相等,GPS、GLONASS 卫星轨道偏心率分别不大于 0.02<sup>[8]</sup>、0.01,GALILEO 卫星轨道偏心率为 0.002<sup>[9]</sup>。通过仿真验证,在偏心率小于 0.02、仰角范围为  $[10^\circ, 85^\circ]$  时,将椭圆轨道近似为圆轨道计算星间仰角所带来的仰角误差小于

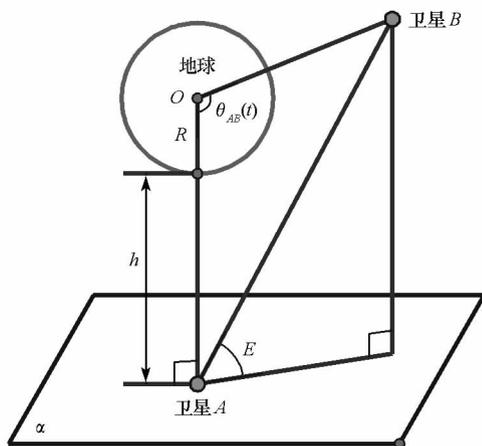


图 1 星间仰角定义

Fig.1 Definition of inter-satellite elevation

0.065°。图 2 给出了偏心率 e 分别为 0.02 和 0.01 时近似误差随星间夹角的变化,偏心率越大近似误差越大,星间夹角越小近似误差也越大。

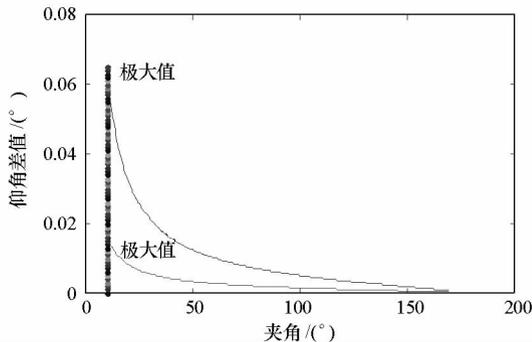


图 2 圆轨道假设的近似误差

Fig.2 The Approximate error caused by the assumption of circle orbit

考虑到星上天线波束宽度远大于 0.065°,所以在计算导航卫星星间仰角时,可将符合上述条件的椭圆轨道近似为圆轨道来处理。

所有卫星仰角约束范围相同,则对于任意两颗卫星 A、B,卫星 A 可视卫星 B 当且仅当卫星 B 可视卫星 A<sup>[10]</sup>,所以计算两星之间的可视性,只要计算其中一颗星对另一颗星是否可视即可。

在圆轨道近似条件下,|OA| = |OB|,再根据图 1 所示的空间几何关系可得到星间仰角计算公式:

$$E(t) = \frac{\theta_{AB}(t)}{2} \quad (2)$$

两卫星可视的判定条件如下:

$$2E_{\min} \leq \theta_{AB}(t) \leq 2E_{\max} \quad (3)$$

### 2 星间可视性解析算法

Walker 星座使用等高度、等倾角的倾斜轨道,轨道面关于赤道面呈等间距分布,在轨道面内各

卫星间也是等间距的<sup>[11]</sup>,星座构型记为  $T/P/F$ ,表示星座共有  $T$  颗卫星,分布在  $P$  个轨道平面,每个平面有  $T/P$  颗卫星,每个相邻轨道面第一颗卫星的平近点角偏差是  $360^\circ \times F/P$ ,同一轨道面相邻卫星相差为  $360^\circ \times P/T$ 。同轨道面卫星间相对位置不变,可视性的计算相对简单,异轨道面卫星之间处于相对运动状态,星间可视性随时间不断变化。下面分别描述同轨道面和异轨道面间的星间可视卫星集合解算方法。

### 2.1 同轨道面星间可视性

同轨道面卫星之间位置相对固定,与同轨道面的其他卫星的可视性在卫星运动中保持不变,根据星间可视性判断条件可得到以下结论:

(1) 卫星  $S_i$  可视的同轨道面卫星集合为:

$$S = \{S_j | 2E_{\min} \leq \angle S_j O S_i \leq 2E_{\max}, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j\} \quad (4)$$

(2) 卫星  $S_i$  与集合  $S$  中的卫星永久可视,与同轨道面中除  $S$  集合以外的卫星永久不可视。

### 2.2 异轨道面星间可视性

异轨道面卫星间存在相对运动,星间可视性取决于星座构型和计算时刻  $t$ ,下面给出根据时刻  $t$  计算星间可视性的解析计算方法。首先计算目标卫星对某异轨道面的可视区域,然后通过计算异轨道面各卫星的角度位置,即可方便的获知目标卫星的可视卫星集合。

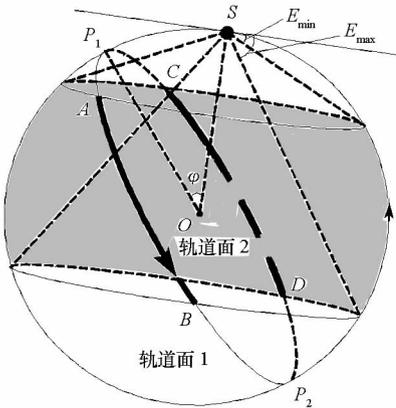


图3 可视弧段计算

Fig.3 Calculation of visual arc

为了描述方便,引入轨道面内极坐标系。图3

给出了异轨道面星间几何关系,轨道面1与轨道面2相交于  $P_1、P_2$ ,假设  $P_1$  点位于北半球,地心  $O$  与  $P_1$  的连线  $OP_1$  为极坐标轴,卫星运动方向为极坐标系的正方向(图3箭头所示方向)。

卫星在该坐标系中的角度称为轨道平面运行角度,简称运行角度。记两个轨道平面的升交点在两个轨道面对应的极坐标系中的角度分别为  $\eta_i、\eta_j$ ,这两个参数是由星座构型决定的常量。根据卫星星历参数,可知卫星在  $t$  时刻的运行角度  $\varphi(t)$  为:

$$\varphi(t) = (t - t_{oc}) \sqrt{\frac{u}{a^3}} + w + \eta \quad (5)$$

式(5)中,  $u$  是万有引力常数与地球质量的乘积,  $t_{oc}$  是星历参考时刻,  $a$  是轨道长半轴长度,  $w$  是  $t_{oc}$  时近地点幅角,  $t_{oc}、a、w$  都是卫星星历中的参数,  $\eta$  为升交点在该轨道面极坐标系中的角度。

图3阴影部分是轨道面1上卫星  $S$  的天线可扫描空间区域,下文称为可视区域。轨道面2的轨道弧段  $AB、CD$  位于卫星  $S$  的可视区域,称弧段  $AB、CD$  为卫星  $S$  的可视弧段,在图3中用粗体线段表示,可视弧段可用其对应的圆心角来表示。  $A、B、C、D$  四点在轨道面2极坐标系中的角度计算方法相同,根据星座集合构型及球面三角形的相关定理,点  $A$  的角度取决于两轨道面的夹角  $\gamma$ 、卫星  $S$  的运行角度  $\varphi(t)$ 、仰角上下限  $E$ ,点  $A$  的角度  $E_A$  可由式(6)确定。

$$E_A = F[\varphi(t), \gamma, E_{\min}] = 2 \arctan \left[ \frac{\cos \frac{\gamma + B}{2}}{\cos \frac{\gamma - B}{2}} \tan \frac{\varphi(t) + E_{\min}}{2} \right] \quad (6)$$

其中

$$B = \arcsin \left[ \frac{\sin \gamma}{\sin 2E_{\min}} \sin \varphi(t) \right] \quad (7)$$

点  $B、C、D$  的角度分别为:

$$\begin{cases} E_B = F[\varphi(t), \gamma, E_{\max}] \\ E_C = F[\varphi(t), \pi - \gamma, E_{\min}] \\ E_D = F[\varphi(t), \pi - \gamma, E_{\max}] \end{cases} \quad (8)$$

当运行角度  $\varphi(t)$  在区间  $[0, \pi]$  卫星  $S$  对轨道面2的可视弧段由式(9)给出。

$$\begin{cases} [0, 2\pi] & \varphi(t) \in [2E_{\min}, \pi - 2E_{\min}] \cap [\pi - 2E_{\max}, 2E_{\max}] \\ [E_A, E_B] \cup [2\pi - E_C, 2\pi - E_D] & \varphi(t) \notin [2E_{\min}, \pi - 2E_{\min}] \text{ 且 } \varphi(t) \notin [\pi - 2E_{\max}, 2E_{\max}] \\ [E_A, 2\pi - E_D] & \varphi(t) \notin [2E_{\min}, \pi - 2E_{\min}] \text{ 且 } \varphi(t) \in [\pi - 2E_{\max}, 2E_{\max}] \\ [0, E_B] \cup [2\pi - E_C, 2\pi] & \varphi(t) \in [2E_{\min}, \pi - 2E_{\min}] \text{ 且 } \varphi(t) \notin [\pi - 2E_{\max}, 2E_{\max}] \end{cases} \quad (9)$$

当运行角度  $\varphi(t)$  在区间  $[\pi, 2\pi]$  卫星  $S$  对轨道面2的可视弧段由式(10)给出。

道面2的可视弧段由式(10)给出。

$$\begin{cases} [0, 2\pi] & \varphi(t) \in [\pi - 2E_{\min}, 2\pi - 2E_{\min}] \cap [2\pi - 2E_{\max}, \pi + 2E_{\max}] \\ [E_C, E_D] \cup [2\pi - E_A, 2\pi - E_B] & \varphi(t) \notin [\pi - 2E_{\min}, 2\pi - 2E_{\min}] \text{ 且 } \varphi(t) \notin [2\pi - 2E_{\max}, \pi + 2E_{\max}] \\ [E_C, 2\pi - E_B] & \varphi(t) \in [\pi - 2E_{\min}, 2\pi - 2E_{\min}] \text{ 且 } \varphi(t) \notin [2\pi - 2E_{\max}, \pi + 2E_{\max}] \\ [0, E_C] \cup [2\pi - E_A, 2\pi] & \varphi(t) \notin [\pi - 2E_{\min}, 2\pi - 2E_{\min}] \text{ 且 } \varphi(t) \in [2\pi - 2E_{\max}, \pi + 2E_{\max}] \end{cases} \quad (10)$$

用  $S_{ik}$  表示  $P_i$  平面中编号为  $k$  的卫星。如果已知  $S_{ik}$  的运行角度, 根据星座几何构型, 则可以确定其他轨道面上任何卫星在所在轨道面内的运行角度。当  $S_{ik}$  的运行角度为  $\varphi_{ik}(t)$  时,  $S_{k1}(t)$ 、 $S_{j1}(t)$ 、 $S_{jk}(t)$  的相应运行角度  $\varphi_{i1}(t)$ 、 $\varphi_{j1}(t)$ 、 $\varphi_{jk}(t)$  的计算方法由式(11)给出。

$$\begin{cases} \varphi_{i1}(t) = \text{mod}[\varphi_{ik}(t) - \frac{2\pi}{n}(k-1), 2\pi] \\ \varphi_{j1}(t) = \text{mod}[\varphi_{i1}(t) - \frac{2\pi}{P}F - \Omega_1 + \Omega_2, 2\pi] \\ \varphi_{jk}(t) = \text{mod}[\varphi_{j1}(t) - \frac{2\pi}{n}(k-1), 2\pi], k=2, \dots, n \end{cases} \quad (11)$$

综上所述, 计算时刻  $t$  卫星  $S_{ik}$  对轨道面  $P_j$  的可视卫星集合的步骤如下:

- (1) 由式(5)计算  $S_{ik}$  的运行角度;
- (2) 由式(9)、(10)计算  $S_{ik}$  对轨道面  $P_j$  的可视弧段;
- (3) 由式(11)计算  $t$  时刻  $P_j$  上各卫星的运行角度  $\varphi(t)$ ;
- (4) 根据可视弧段与各卫星运行角度得出可视卫星集合。

### 3 GALILEO 星间可视性分析

三轨道面星座是下一代卫星导航系统星座设计的趋势。GALILEO 采用了 3 个轨道平面的星座, GPS III 将采用 3 个或 6 个轨道平面<sup>[1]</sup>。下面采用上述解析算法以 GALILEO 系统 Walker 27/3/1 星座为例分析其星间可视性。GALILEO 星座由 27 颗轨道高度为 23 616km 的卫星组成, 这些卫星均匀分布在三个轨道面上, 轨道倾角为  $56^\circ$ , 轨道偏心率为 0.002。在分析时假定星上天线仰角约束为  $[25^\circ, 65^\circ]$ 。

同一个轨道面均匀分布 9 颗卫星, 相邻卫星的相差  $40^\circ$ , 图 4 显示了卫星 1 对所在轨道的覆盖情况。由式(4)可知, 卫星 1 与卫星 3、4、7、8 永久可视, 与卫星 2、5、6、9 永久不可视, 图中的阴影部分是卫星 1 可扫描的范围。

下面分析轨道面 1、2 之间的可视性。由于 Walker 星座具有对称性, 所以只需分析  $S_{11}$  对轨道面 2 卫星之间的可视性即可代表其他卫星的可视

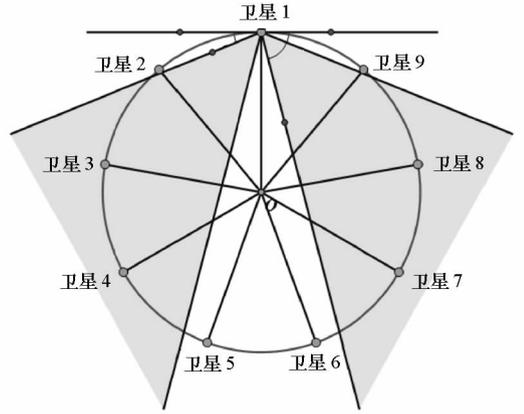


图 4 GALILEO 星座同轨道面星间可视性  
Fig.4 Visual satellites in the same orbit of GALILEO

性特性。GALILEO 星座中任意两轨道面的夹角为  $88.3^\circ$ , 轨道面 1、2 的升交点  $\gamma$  在极坐标系中的角度  $\eta_1$ 、 $\eta_2$  分别为  $219.5^\circ$  和  $320.5^\circ$ 。

$S_{11}$  对轨道面 2 的可视弧段长度随  $S_{11}$  运行角度的变化如图 5 所示, 通过分析可视性的解析结果可以得到以下结论:

- (1) 运行角度在  $[52.7^\circ, 127.2^\circ] \cup [232.6^\circ, 307.1^\circ]$  时,  $S_{11}$  对轨道面 2 可视弧段长度为  $360^\circ$ , 即  $S_{11}$  与轨道面 2 的卫星全部可视, 占一个周期的 41.4%。
- (2) 其余运行角度区间中, 最小可视弧段长度为  $160^\circ$ , 因为轨道内相邻卫星间隔  $40^\circ$ , 所以  $S_{11}$  至少与轨道面 2 的 4 颗卫星可视。

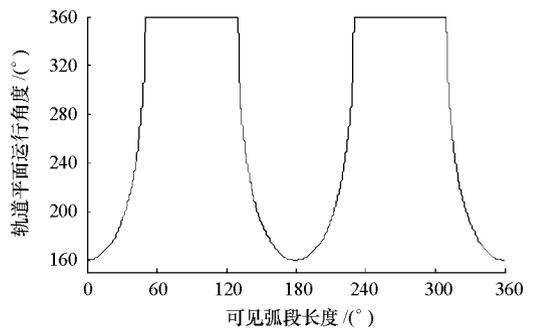


图 5  $S_{11}$  对轨道 2 的可视弧段长度  
Fig.5 Calculation of visual arc size of  $S_{11}$  to orbit 2

$S_{11}$  对轨道面 2 的可视卫星集合与  $S_{11}$  运行角度的关系如图 6 所示,  $S_{11}$  与轨道面 2 的编号为 3、4、8、9 的四颗卫星永久可视, 另外还可得出以下结论: 星座中的任意一颗卫星, 都与异轨道面的 4

颗卫星永久可视。

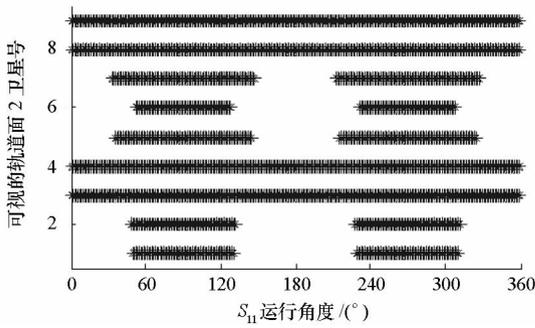


图 6  $S_{11}$ 对轨道 2 的可视卫星

Fig.6 The visual satellites in orbit 2 of  $S_{11}$

表 1 给出了与轨道面 1 卫星永久可视的卫星集合,表中第二列的卫星集合是有规律的,记卫星  $S_{i_1}$ 永久可视的卫星号集合为  $\{k, l, m, n\}$ ,则  $S_{i_1(i+1)}$ 永久可视的卫星集合为  $\{\text{mod}(k+1,9), \text{mod}(l+1,9), \text{mod}(m+1,9), \text{mod}(n+1,9)\}$ 。结果表明,在假定星上天线  $25^\circ \sim 65^\circ$ 的仰角约束下,卫星可与同轨道面的 4 颗卫星永久可视,同时可与异轨道面的 4 颗卫星永久可视。

表 1 轨道面 1 与 2 永久可视卫星集合

Tab.1 Eternal visual satellites in orbit 1 and orbit 2

轨道面 1 卫星号	永久可视的轨道面 2 卫星号
1	3,4,8,9
2	4,5,9,1
3	5,6,1,2
4	6,7,2,3
5	7,8,3,4
6	8,9,4,5
7	9,1,5,6
8	1,2,6,7
9	2,3,7,8

在一个星座回归周期中,  $S_{11}$ 对整个星座可视卫星数量如图 7 所示,  $S_{11}$ 对整个星座的可见卫星数量为 13~16 颗,可视 13、14、15、16 颗的占整个周期的比例分别为 6.0%、27.0%、54.3%、12.7%,说明环带天线条件下卫星的可视性较好。

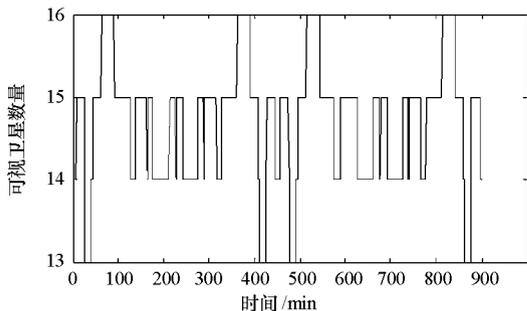


图 7  $S_{11}$ 对整个星座的可视卫星个数

Fig.7 Number of  $S_{11}$ 's visual satellites

STK 是一款具有准确仿真能力的卫星系统仿真软件<sup>[12]</sup>,可根据卫星星历提供所有运行时刻卫星的空间三维坐标。本文根据 STK 提供的卫星坐标计算得到各时刻星间仰角从而得到星间可视性结果,通过比较各个时刻两种方法所得到的星间可视性,说明本文解析算法与采用 STK 仿真数据所得的星间可视性结果是一致的,从而验证了本文解析算法的正确性。

## 4 结束语

本文建立了基于仰角约束的可视性判定模型,并推导了以时间为变量的星间可视性解析算法。同轨道面星间可视性解算相对简单,对于异轨道面可视性解算,算法根据卫星当前时刻的运行角度解算出对异轨道面的可视弧段,然后计算异轨道面各卫星的运行角度,所有落入可视弧段的卫星即为目标卫星的可视卫星集合。本文以三轨道面的 GALILEO 星座为例,对其星间可视性规律进行了定量的分析与总结,总结了异轨道面永久可视卫星号的规律。算法对于其他近圆轨道星座星间可视性计算与分析也同样适用。

## 参考文献:

- [1] 陈忠贵,帅平,曲广吉. 现代卫星导航系统技术特点与发展趋势分析[J]. 中国科学 E 辑:技术科学, 2009, 39(4):687-695.
- [2] 范丽,张育林. Walker 星座星间链路构建准则及优化设计研究[J]. 飞行力学, 2007, 2(25):93-96.
- [3] 王亮,张乃通. 低轨卫星通信网络星间链路几何参数动态特性[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003, 35(2): 184-194.
- [4] 王亮,张乃通. LEO/MEO 双层卫星网络中层间 ISL 空间参数研究[J]. 中国空间科学技术, 2004, 1:26-30.
- [5] 帅平,陈定昌,江涌. 当前 GPS 卫星星座的空间可见性分析[J]. 导航, 2003, 4:35-40.
- [6] 高丽娟,蒋太杰,高志翔. 多层卫星网络的星间链路分析与路由协议[J]. 上海航天, 2007, 2:16-20.
- [7] 张晓坤,王宇,袁洪. 小卫星从母星释放过程中的 GPS 卫星可见性分析[J]. 宇航学报, 2008, 29(4):1414-1419.
- [8] Department of Defense. Global Positioning System Standard Positioning Service Performance Standard[R]. Washington, D. C., 2002.
- [9] Zandbergen R, et al. GALILEO Orbit Selection[C]//Proc. of ION GNSS 2004, Long Beach, CA, 2004.
- [10] 韩涛,卢晓春,窦霓虹. 基于环带束天线的星间链路设计仿真[C]//CSNC2010 第一届中国卫星导航学术年会, 2010.
- [11] Kaplan E D, Hegarty C J. GPS 原理与应用[M]. 寇艳红,译. 北京:电子工业出版社, 2007.
- [12] 黄洁,党同心,赵拥军. VC 和 STK 集成的途径及其在仿真中的应用[J]. 计算机仿真, 2007, 24(1):291-294.