

文章编号:1001-2486(2011)04-0152-05

## 载体角运动对旋转式惯导系统旋转调制效果的影响\*

张伦东,练军想,胡小平

(国防科技大学 机电工程与自动化学院,湖南 长沙 410073)

**摘要:**为了提高惯性导航系统长时间导航精度,采用旋转调制技术将惯性器件常值误差在导航系中调制成周期变化的信号,抑制系统误差发散。基于惯性测量单元误差模型,阐述了旋转调制技术的基本原理。理论分析了载体角运动对旋转调制效果的影响,推导了载体水平角运动下导航系中等效陀螺误差方程。进行了仿真和试验。理论分析、仿真和试验结果表明:载体水平角运动降低了旋转调制效果;角幅值和角速度越大,旋转调制效果越差,系统精度越低。分析结果为单轴旋转式惯导系统的导航精度分析和器件选型提供了参考。

**关键词:**旋转调制技术;惯性导航系统;惯性测量单元;角运动

中图分类号:U666.1 文献标识码:A

## The Effect of Vehicle Angle Motion on Rotation Modulation Technology for Rotating INS

ZHANG Lun-dong, LIAN Jun-xiang, HU Xiao-ping

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** To improve the accuracy of inertial navigation system (INS) during long time operation, the rotation modulation technology (RMT) was employed to modulate the errors of the inertial sensors into periodically varied signals in navigation frame, and, as a result, to suppress the divergence of INS errors. Firstly, the principle of single-axis RMT was expounded based on the measurement error model of inertial measurement unit (IMU). Then, the effects of vehicle angle motion upon RMT were analyzed theoretically. Error equation of equivalent gyroscopic bias in navigation frame was derived. Finally, the simulation and wobble tests were performed. The results show that the average effect of the RMT is negated by vehicle level angle motion; the more the angle amplitude and speed, the more inefficient of RMT, thus, the performance of INS is in low. It can serve as the reference for INS performance analysis and inertial sensors selection of single-rotating INS.

**Key words:** rotation modulation technology; inertial navigation system; inertial measurement unit; angle motion

惯性导航系统的精度主要受器件精度的影响,由器件误差造成的系统误差随时间积累<sup>[1]</sup>,因此在长时间高精度的应用场合,必须降低器件误差对导航精度的影响。采用IMU(inertial measurement unit)绕一轴或多轴有规律地旋转,可以在导航系中将惯性器件误差调制成周期变化的信号,从而抵消其影响,提高惯导系统长时间导航精度<sup>[2-3]</sup>。该技术被称为旋转调制技术,它在不提高惯性器件本身精度的基础上提高系统精度,不需外部信息,充分保证了惯导系统的自主性<sup>[4]</sup>。此外,还可提高系统的初始对准和标校精度<sup>[5-6]</sup>,因此在国外多个型号中得到了应用,其中最典型的有MK39mod3C、MK49和AN/WSN-7系列<sup>[3,7-8]</sup>。

目前,国内正大力开展旋转调制技术的研究,其中,袁保伦<sup>[9]</sup>对光学陀螺旋转惯导系统进行了原理探讨,指出光学陀螺惯导系统更适合采用系统级旋转方式。翁海娜<sup>[10]</sup>对旋转调制方案进行了研究,研究结果表明,旋转调制方案应采用正交替旋转,否则会引入新的误差。陆志东<sup>[4]</sup>研究了系统级双轴旋转调制和标校技术,设计了一套系统级自标校方案。

在公开发表的文献中,很少有人研究载体角运动对旋转调制效果的影响。本文首先基于IMU测量误差模型,阐述了单轴旋转调制技术的基本原理,然后重点分析了载体水平角运动对旋转调制效果的影响,并针对激光陀螺惯导系统进行了

\* 收稿日期:2010-12-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60604011)

作者简介:张伦东(1980—),男,博士生。

仿真分析和试验验证。结果表明:载体水平角运动降低了旋转调制效果;载体运动的角幅值和角速度越大,旋转调制效果越差,系统精度越低。在旋转式惯导系统设计初期,本文的研究结果为系统导航精度分析和器件选型提供了参考。

## 1 单轴旋转调制技术的基本原理

### 1.1 IMU 测量误差

定义如下的坐标系: $s$ 系,IMU 传感器坐标系,坐标轴为三个陀螺敏感轴约束的坐标轴; $b$ 系,载体坐标系,坐标轴为前上右; $n$ 系,导航坐标系,坐标轴为北天东; $i$ 系,地心惯性坐标系。

在角速度  $\omega_s^s$  和比力  $f^s$  的激励下,陀螺和加速度计的测量输出为

$$\begin{cases} \tilde{\omega}_{is}^s = (I + \delta K_g)(I + \delta C_g)\omega_{is}^s + \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}_n \\ \tilde{f}^s = (I + \delta K_a)(I + \delta C_a)f^s + \mathbf{V} + \mathbf{V}_n \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\tilde{\omega}_{is}^s$ 、 $\tilde{f}^s$  分别为陀螺和加速度计的输出值,  $\delta K_g$ 、 $\delta K_a$  分别为陀螺和加速度计比例因子误差,  $\delta C_g$ 、 $\delta C_a$  分别为陀螺和加速度计安装误差,  $\omega_{is}^s$ 、 $f^s$  分别为陀螺和加速度计真实输入值,  $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、 $\mathbf{V}$  分别为陀螺和加速度计随机常值误差,  $\boldsymbol{\varepsilon}_n$ 、 $\mathbf{V}_n$  分别为陀螺和加速度计随机噪声。

将(1)式展开,略去二阶小量,可得陀螺和加速度计的输出误差为

$$\begin{cases} \delta \omega_{is}^s = \delta k_g \omega_{is}^s + \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}_n \\ \delta f^s = \delta k_a f^s + \mathbf{V} + \mathbf{V}_n \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $\delta k_g = \delta K_g + \delta C_g$ ,  $\delta k_a = \delta K_a + \delta C_a$ 。

### 1.2 单轴旋转调制技术的基本原理

假设初始时刻  $s$  系、 $b$  系与  $n$  系重合,IMU 绕  $y$  轴以角速度  $\omega$  相对载体旋转。在旋转过程中,载体静止,如图 1 所示,经过时间  $t$ , $b$  系相对  $s$  系的方向余弦阵为

$$\mathbf{C}_b^s = \begin{bmatrix} \cos \omega t & 0 & -\sin \omega t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega t & 0 & \cos \omega t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $\theta = \omega t$  为 IMU 相对载体转过的角度。

假设载体系相对惯性系的理想角速度和比力分别为  $\omega_{ib}^b$  和  $f^b$ ,则陀螺和加速度计的理想输入为

$$\begin{cases} \omega_{is}^s = \mathbf{C}_b^s \omega_{ib}^b + \omega_{bs}^s \\ f^s = \mathbf{C}_b^s f^b + f^{bs} \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $\omega_{bs}^s = [0 \quad \omega_c \quad 0]^T$ ,  $f^{bs} = 0$ 。

由(2)~(4)式,将陀螺和加速度计的输出误

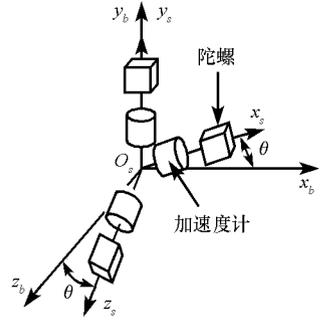


图 1 旋转调制技术原理示意图

Fig. 1 Principle of the rotation modulation technology

差投影到导航系中,可得

$$\begin{cases} \delta \omega_{is}^n = \mathbf{C}_s^n [\delta k_g (\mathbf{C}_b^s \omega_{ib}^b + \omega_{bs}^s) + \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}_n] \\ \delta f^n = \mathbf{C}_s^n (\delta k_a \mathbf{C}_b^s f^b + \mathbf{V} + \mathbf{V}_n) \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{C}_s^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{C}_b^s$ ,  $\mathbf{C}_b^s = (\mathbf{C}_b^s)^T$ 。

$b$  系与  $n$  系重合,则  $\mathbf{C}_b^n = \mathbf{I}$ 。如果不考虑陀螺和加速度计的比例因子误差和安装误差,则(5)式可简化为

$$\begin{cases} \delta \omega_{is}^n = \mathbf{C}_s^b (\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}_n) \\ \delta f^n = \mathbf{C}_s^b (\mathbf{V} + \mathbf{V}_n) \end{cases} \quad (6)$$

不考虑白噪声的影响,将(3)式代入(6)式可得

$$\begin{cases} \delta \omega_{is}^n = [\varepsilon_x \cos \theta + \varepsilon_z \sin \theta \quad \varepsilon_y \quad -\varepsilon_x \sin \theta + \varepsilon_z \cos \theta]^T \\ \delta f^n = [\mathbf{V}_x \cos \theta + \mathbf{V}_z \sin \theta \quad \mathbf{V}_y \quad -\mathbf{V}_x \sin \theta + \mathbf{V}_z \cos \theta]^T \end{cases} \quad (7)$$

可见,经单轴旋转调制,与旋转轴垂直方向上的器件误差被调制成正余弦变化信号,从而在导航解算中可以被平均掉,而与旋转轴重合方向上的器件误差没有变化,不能被调制。

## 2 载体水平角运动对旋转调制效果的影响

在实际情况下,载体角运动不可避免地会影响旋转调制效果。在惯导系统单轴旋转调制技术中,可以通过转动机构的合理转动隔离载体航向角运动的影响<sup>[1]</sup>,所以本文只分析载体水平角运动对旋转调制效果的影响,而对载体的航向运动没有考虑。

### 2.1 载体横摇角运动对旋转调制效果的影响

假设载体只绕载体系的  $ox_b$  轴做正弦规律的角运动,不做其他运动。IMU 传感器坐标系初始时刻与载体系重合,并且绕载体系的  $oy_b$  轴有规律地转动。IMU 安装在载体的重心,忽略杆臂误差的影响。为了描述方便,定义  $b'$  系为载体运动后的坐标系, $b$  系与  $b'$  系的关系如图 2 所示。

初始时刻,导航系与载体系之间的方向余弦

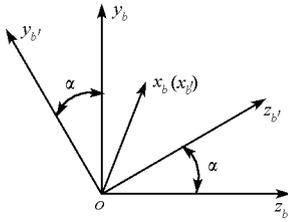


图2 b系与b'系的关系图

Fig.2 The relation of b frame and b' frame

阵为  $C_b^n$ 。载体绕  $ox_b$  轴旋转  $\alpha$  角后至  $b'$  系,则  $b$  系到  $b'$  系的变换阵为

$$C_b^{b'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中,  $\alpha = \omega_x t$ ,  $\omega_x$  为载体绕  $ox_b$  轴转动的角速度。

在单轴旋转调制技术中,IMU 绕  $oy_{b'}$  轴转动,则  $b'$  到  $s$  系的变换阵为

$$C_{b'}^s = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$C_b^b C_{b'}^{b'} \delta k_g C_{b'}^s C_b^{b'} \omega_{ib}^b$$

$$= \begin{bmatrix} \delta k_{gx} \cos^2 \beta + \delta k_{gz} \sin^2 \beta & \frac{1}{2} (\delta k_{gx} - \delta k_{gz}) \sin\alpha \sin 2\beta & \frac{1}{2} (\delta k_{gz} - \delta k_{gx}) \cos\alpha \sin 2\beta \\ \frac{1}{2} (\delta k_{gx} - \delta k_{gz}) \sin\alpha \sin 2\beta & \delta k_{gy} \cos^2 \alpha + (\delta k_{gx} \sin^2 \beta + \delta k_{gz} \cos^2 \beta) \sin^2 \alpha & \frac{1}{2} (\delta k_{gy} - \delta k_{gx} \sin^2 \beta - \delta k_{gz} \cos^2 \beta) \sin 2\alpha \\ \frac{1}{2} (\delta k_{gz} - \delta k_{gx}) \cos\alpha \sin 2\beta & \frac{1}{2} (\delta k_{gy} - \delta k_{gx} \sin^2 \beta - \delta k_{gz} \cos^2 \beta) \sin 2\alpha & \delta k_{gy} \sin^2 \alpha + (\delta k_{gx} \sin^2 \beta + \delta k_{gz} \cos^2 \beta) \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \omega_{ib}^b \quad (13)$$

第二项为

$$C_b^b C_{b'}^{b'} \delta k_g C_{b'}^s \omega_{bb'}^b$$

$$= \begin{bmatrix} \delta k_{gx} \cos^2 \beta + \delta k_{gz} \sin^2 \beta & \frac{1}{2} (\delta k_{gx} - \delta k_{gz}) \sin\alpha \sin 2\beta & \frac{1}{2} (\delta k_{gz} - \delta k_{gx}) \cos\alpha \sin 2\beta \end{bmatrix}^T \omega_x \quad (14)$$

第三项为

$$C_b^b C_{b'}^{b'} \delta k_g \omega_{b's}^s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta k_{gx} & 0 & 0 \\ 0 & \delta k_{gy} & 0 \\ 0 & 0 & \delta k_{gz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \delta k_{gy} \cos\alpha \\ \delta k_{gy} \sin\alpha \end{bmatrix} \omega_c \quad (15)$$

第四项为

$$C_b^b C_{b'}^{b'} \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \cos\beta + \varepsilon_z \sin\beta \\ \varepsilon_y \cos\alpha + (\varepsilon_x \sin\beta - \varepsilon_z \cos\beta) \sin\alpha \\ \varepsilon_y \sin\alpha + (-\varepsilon_x \sin\beta + \varepsilon_z \cos\beta) \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (16)$$

由(13)~(16)式可知,由于载体有横摇角运动,使得  $y$  陀螺和  $x, z$  陀螺的误差互相耦合,同时横摇角速度激励了  $x, z$  陀螺的比例因子误差。在导航系中,等效陀螺误差与载体的横摇角运动发生的时刻、角幅度和角速度有关,载体横摇角运

式中,  $\beta = \omega_c t$ ,  $\omega_c$  为 IMU 绕  $oy_{b'}$  轴的转动速度,其值取决于旋转调制的转动方案。

载体只绕  $ox_b$  轴转动,则

$$\omega_{ib'}^b = C_b^{b'} \omega_{ib}^b + \omega_{bb'}^b \quad (10)$$

式中,  $\omega_{ib}^b$  为载体静止时相对惯性系的角速度,  $\omega_{bb'}^b = [\omega_x \ 0 \ 0]^T$ 。

陀螺的测量值为

$$\omega_{is}^s = C_{b'}^s \omega_{b's}^{b'} + \omega_{b's}^s \quad (11)$$

式中,  $\omega_{b's}^s = [0 \ \omega_c \ 0]^T$ 。

由式(2)、(10)、(11),并将陀螺测量误差投影到导航系中,可得

$$\begin{aligned} \delta \omega_{is}^n &= C_s^n \delta \omega_{is}^s \\ &= C_b^n C_{b'}^b C_{b'}^{b'} [\delta k_g [C_{b'}^s (C_b^{b'} \omega_{ib}^b + \omega_{bb'}^b) + \omega_{b's}^s] + \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}_n] \end{aligned} \quad (12)$$

式中,  $C_b^n = (C_b^{b'})^T$ ,  $C_{b'}^n = (C_{b'}^s)^T$ 。

$C_b^n$  为定值,可不考虑。忽略 IMU 的安装误差,将(12)式各项展开,则第一项为

### 3 仿真、试验及结果分析

#### 3.1 仿真分析

假设三个陀螺的随机常值漂移为  $0.004^\circ/\text{h}$ , 随机白噪声均方差为  $0.001^\circ/\text{h}$ , 比例因子误差为  $1.5\text{ppm}$ ; 三个加速度计的零偏为  $1\text{e}-5\text{g}$ , 随机白噪声均方差为  $1\text{e}-5\text{g}$ , 比例因子误差为  $10\text{ppm}$ ; 初始姿态角均为  $0$ , 初始纬度为北纬  $30^\circ$ ; 不考虑安装误差和初始对准误差, IMU 采用四位置 ( $-135^\circ$ ,  $+45^\circ$ ,  $+135^\circ$ ,  $-45^\circ$ ) 转停方案, 仿真运行  $24\text{h}$ 。分

别对以下四种情况进行仿真:

- (1) 载体无水平角运动;
- (2) 横摇角  $\alpha(t) = 8^\circ \sin(2\pi t/6)$ , 纵摇角  $\gamma(t) = 6^\circ \sin(2\pi t/4)$ ;
- (3) 横摇角  $\alpha(t) = 16^\circ \sin(2\pi t/6)$ , 纵摇角  $\gamma(t) = 12^\circ \sin(2\pi t/4)$ ;
- (4) 横摇角  $\alpha(t) = 16^\circ \sin(2\pi t/10)$ , 纵摇角  $\gamma(t) = 12^\circ \sin(2\pi t/8)$ 。

各种情况的速度和位置误差如图 3 所示。

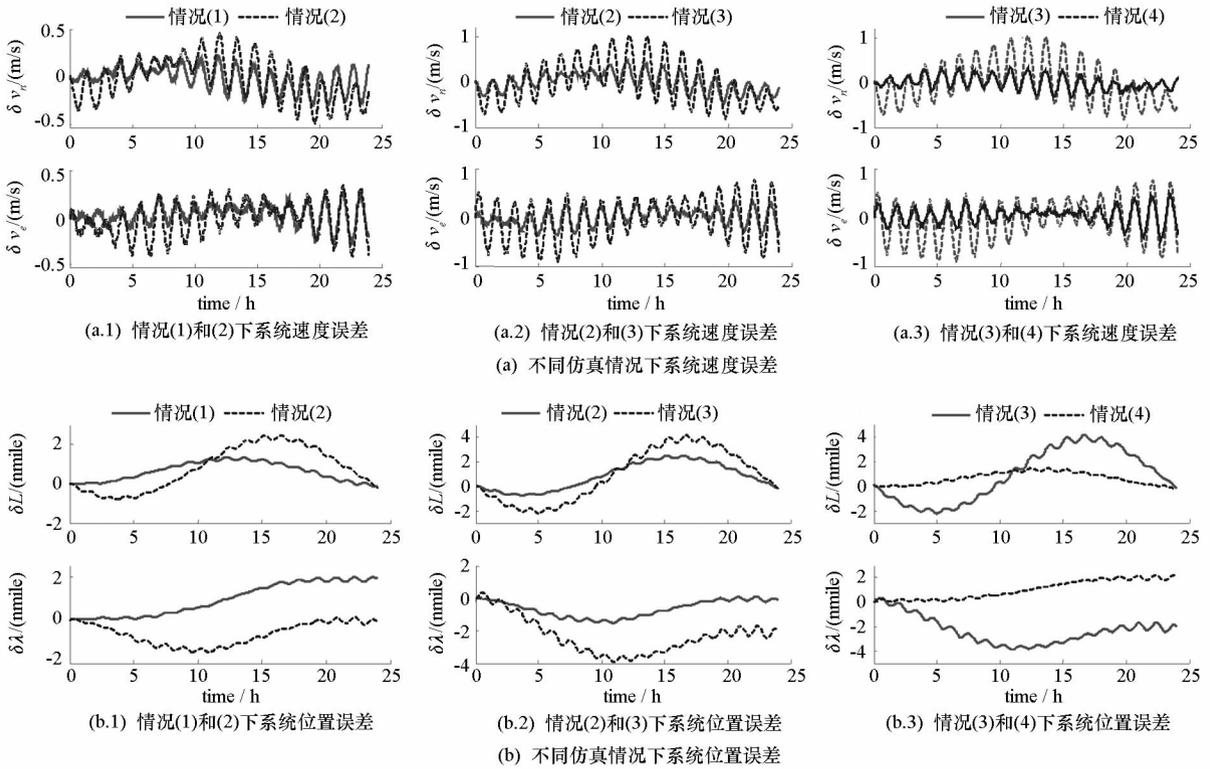


图 3 不同仿真情况下系统导航误差

Fig.3 The navigation errors of INS in different simulation conditions

不同仿真情况下误差的最大值见表 1。

表 1 不同仿真情况下导航误差最大值

Tab.1 The max navigation errors of different simulation conditions

| 情况  | 北向速度<br>(m/s) | 东向速度<br>(m/s) | 纬度<br>(nmile) | 经度<br>(nmile) |
|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|
| (1) | 0.28          | 0.27          | 1.36          | 1.99          |
| (2) | 0.46          | 0.39          | 2.46          | 1.51          |
| (3) | 1.05          | 0.92          | 4.14          | 3.90          |
| (4) | 0.35          | 0.49          | 1.42          | 2.18          |

在图 3 和表 1 中, 情况(2)和情况(1)相比, 导航误差有所增大, 说明载体水平角运动降低了惯导系统的单轴旋转调制效果; 情况(3)和情况(2)相比, 导航误差进一步增大, 说明载体水平角运动

的幅值对旋转调制效果有影响, 幅值越大, 旋转调制效果越差; 情况(4)和情况(3)相比, 导航误差减小, 说明水平角速度越大, 旋转调制效果越差; 情况(4)和情况(1)相比, 导航精度相当, 说明在水平角速度较小的情况下, 即使幅值有一定程度的增加, 对旋转调制效果影响也较小。

以上情况说明, 载体水平角运动对单轴旋转式惯导系统的旋转调制效果有影响, 载体水平角运动幅值和速度越大, 旋转调制效果越差; 在角速度较小的情况下, 角幅值在一定程度上的增大对旋转调制效果影响有限; 在角幅值较小的情况下, 角速度在一定程度上的增大对旋转调制效果的影响有限; 这与理论分析相符, 证明了理论分析的正确性。

### 3.2 试验验证

将旋转式激光陀螺惯导系统安装在摇摆台上进行试验。摇摆台横摇角幅值为  $20^\circ$ , 摇摆周期为 10s, 纵摇角幅值为  $10^\circ$ , 摇摆周期为 8s。惯导系统中激光陀螺随机常值漂移为  $0.004^\circ/\text{h}$ , 石英挠性

加速度计随机零偏为  $1e-5g$ 。试验没有对不同角幅度和角频率等不同情况进行验证, 只分析了有摇摆和没有摇摆两种情况。由于没有测量转动机构转过的角度, 所以不计算载体姿态, 两种情况下其速度和位置误差如图 4 所示。

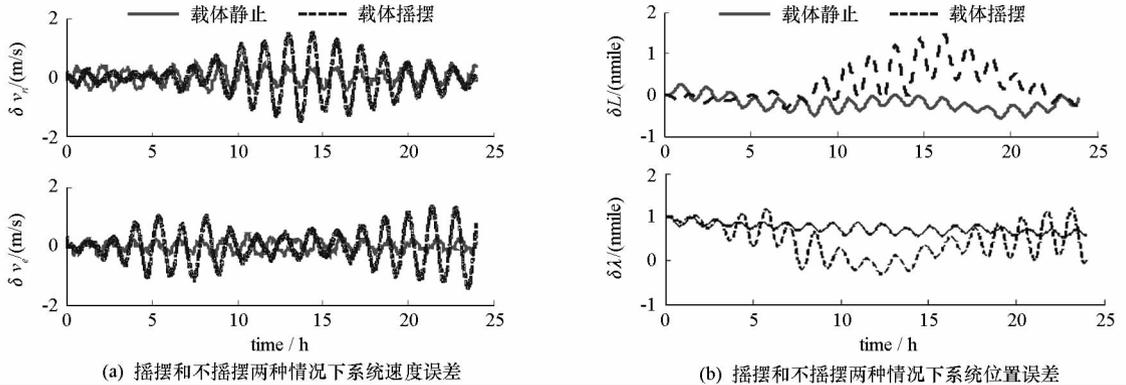


图 4 摇摆和不摇摆两种情况下系统导航误差

Fig.4 The navigation errors of INS in wobble and non-wobble state

由图 4 可以看出, 在摇摆状态下, 速度和位置误差有所增大, 说明载体水平角运动降低了惯导系统的旋转调制效果。在载体角幅值  $20^\circ$ , 周期 8s 摇摆情况下, 系统的最大定位误差小于 2 海里, 说明旋转调制技术能有效提高系统精度。对舰船来说, 载体的横摇角和纵摇角总是在零值上下波动, 并且运动角频率和角速度不是太大, 载体水平角运动虽然对旋转调制效果有所影响, 但旋转调制技术还是能有效提高系统定位精度, 只是在惯导系统设计初期, 对惯性器件选型时, 要充分考虑载体角运动的影响, 进而保证系统精度。

### 4 结论

本文从理论上分析了载体水平角运动对旋转调制效果的影响, 推导了水平角运动影响旋转调制效果的方程式, 理论分析指出旋转调制效果与载体水平角幅值和角速度有关。角幅值和角速度越大, 旋转调制效果就越差。最后采用 matlab/simulink 进行了仿真, 并采用实际系统进行了摇摆试验, 仿真和试验结果证明了理论分析的正确性。本文的分析结果为单轴旋转式惯导系统的导航精度分析和器件选型提供了有价值的参考。

### 参考文献:

- [1] Titterton D H, Weston J L. Strapdown Inertial Navigation Technology [M]. 2nd Edition. United Kingdom: Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [2] Levinson E, Majure R. Accuracy Enhancement Techniques Applied to the Marine Ring Laser Inertial Navigation (MARIN) [C]//I. O. N Nation Technical Meeting, Anaheim, CA, January 21, 1987: 71 - 80.
- [3] Tucher T, Levison E. The AN/WSN - 7B Marine Gyrocompass/Navigator [C]//ION NTM 2000, 26 - 28 Anaheim, CA 2000: 348 - 357.
- [4] 陆志东, 王晓斌. 系统级双轴旋转调制捷联惯导误差分析及标校 [J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(2): 135 - 141.
- [5] 龙兴武, 于旭东, 张鹏飞等. 激光陀螺单轴旋转惯性导航系统 [J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(2): 149 - 153.
- [6] Yang Y, Miao L J. Fiber-optic Strapdown Inertial System with Sensing Cluster Continuous Rotation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 40(4): 1173 - 1178.
- [7] Lahhan J I, Brazell J R. Acoustic Noise Reduction in the MK49 Ship's Inertial Navigation System (SINS) [C]//The Proceedings of the IEEE Position Location and Navigation Symposium, 1992: 32 - 39.
- [8] Levinson E, Horst J. The Next Generation Marine Inertial Navigator is Here Now [C]//IEEE Position Location and Navigation Symposium, 1994: 121 - 127.
- [9] 袁保伦, 饶谷音. 光学陀螺旋转惯导系统原理探讨 [J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(6): 76 - 80.
- [10] 翁海娜, 陆全聪, 黄昆, 等. 旋转式光学陀螺捷联惯导系统的旋转方案设计 [J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(1): 8 - 14.