

文章编号:1001-2486(2011)05-0064-05

基于优化算法的 Free-form 型机床各轴运动方程及其对齿面误差的影响*

唐进元,王智泉,李友元

(中南大学机电工程学院,湖南长沙 410083)

摘要:以 No. 116 铣齿机为例,通过推导传统摇台型机床、Free-form 型机床中的坐标变换矩阵,根据运动等效转换的原则,应用最小二乘优化原理,用多项式拟合出 Free-form 型机床各轴的运动方程。通过算例分析,传统摇台型机床与 Free-form 型机床中的坐标变换矩阵高度吻合,用各轴运动方程在 CATIA 软件中虚拟加工出的螺旋锥齿轮齿面与理论齿面上的点的距离在 0.009mm 以内,且该值可控制在 0.00001mm 以内,验证了该转换方法的正确性。在此基础上,分析了 Free-form 型机床各轴运动误差对齿面误差的影响,发现 B 轴为对齿面影响最大的轴,为提高 Free-form 型机床的制造精度提供了部分理论依据。

关键词:螺旋锥齿轮;优化算法;传统摇台型机床;Free-form 型机床;各轴运动方程;齿面误差

中图分类号:TH132.42 **文献标识码:**A

Axis-motion Formulas of Free-form Machine Tool Solved by Optimization Algorithm and It's Influence on Tooth-surface Error

TANG Jin-yuan, WANG Zhi-quan, LI You-yuan

(College of Mechanical & Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: According to the principle of the transformation from the summary of traditional-cradle machine tool to the one of free-form machine tool—assuring the orientation between the cutter axis and the work-piece axis during the process, axis-motion formulas in the form of polynomial for free-form machine tool were fitted with the least square method. The procedure was accomplished via exemplifying No. 116 gear generator for traditional-cradle machine tool, and deducing the coordinate transformation matrixes under these two kinds of machine tool. Correctness of the procedure is validated by an example, which shows that the coordinate transformation matrixes under these two kinds of machine tool coincide, the distance between the tooth surface virtually manufactured by axis-motion formulas in the software of CATIA and the theoretical points lies in the range from 0mm to 0.009mm, and the distance can be controlled to a smaller one. The influence of axis-motion error on tooth-surface error was investigated, and axis B was found to be the one influencing tooth surface most significantly. This partially provides theoretical basis for improving the manufacturing accuracy of free-form machine tool.

Key words: spiral bevel and hypoid gears; optimization algorithm; traditional-cradle machine tool; Free-form machine tool; axis-motion formulas; tooth-surface error

螺旋锥齿轮是实现相交轴运动传递的基础元件,具有重合度大、传动平衡、承载能力高等优点,在汽车、直升机、潜艇及其它工程机械上有着越来越广泛的应用。随着 Gleason 公司生产的 Phoenix 系列机床的问世,全数控机床加工螺旋锥齿轮齿面的优势已是不言而喻。与传统摇台型机床相比,全数控机床能实现六轴五联动,是一种高效的万能数控机床,也称为 Free-form 型机床。但由于 Free-form 型机床的展成运动不明显,如何将传统摇台型机床中刀具相对工件的运动等效转换到

Free-form 型机床中,是螺旋锥齿轮数字化制造的关键问题。带刀倾机构的传统摇台型机床(以 No. 116 铣齿机为例)向 Free-form 型机床的运动转换是 Gleason 等公司的商业机密与核心技术。基于 Litvin 在 NASA 报告中阐述的基本理论^[1],国内学者进行了相应研究^[2-5],取得了较大的进展。王小椿等^[2]在齿面参考点进行转换,通过高阶科氏加速度方法研究了传统机床向 Free-form 型机床的模型转换问题;魏冰阳^[3]在 Litvin 的基础上推导了传统摇台型机床向 Free-form 型机床

* 收稿日期:2011-01-20

基金项目:国家重点基础研究发展计划项目(2011CB706806)。

作者简介:唐进元(1962—),男,教授,硕士。

将各已知矩阵代入式(5),可求得向量表达式为

$$\overline{O_t O_p^{(C)}} = [b1, b2, b3, b4]' \quad (6)$$

其中

$$b1 = -\cos\gamma_m (\cos\theta_1 (-K_2 \cos Q \cos\beta + K_2 \sin Q \sin\beta + K_2 \cos Q) - \sin\theta_1 (K_2 \sin Q \cos\beta + K_2 \cos Q \sin\beta - K_2 \sin Q)) - X_B \sin\gamma_m + X_1$$

$$b2 = -\sin\varphi_p \sin\gamma_m (\cos\theta_1 (-K_2 \cos Q \cos\beta + K_2 \sin Q \sin\beta + K_2 \cos Q) - \sin\theta_1 (K_2 \sin Q \cos\beta + K_2 \cos Q \sin\beta - K_2 \sin Q)) - \cos\varphi_p (\sin\theta_1 (-K_2 \cos Q \cos\beta + K_2 \sin Q \sin\beta + K_2 \cos Q) + \cos\theta_1 (K_2 \sin Q \cos\beta + K_2 \cos Q \sin\beta - K_2 \sin Q)) - E_1 \cos\varphi_p + X_B \sin\varphi_p \cos\gamma_m$$

$$b3 = -\cos\varphi_p \sin\gamma_m (\cos\theta_1 (-K_2 \cos Q \cos\beta + K_2 \sin Q \sin\beta + K_2 \cos Q) - \sin\theta_1 (K_2 \sin Q \cos\beta + K_2 \cos Q \sin\beta - K_2 \sin Q)) + \sin\varphi_p (\sin\theta_1 (-K_2 \cos Q \cos\beta + K_2 \sin Q \sin\beta + K_2 \cos Q) + \cos\theta_1 (K_2 \sin Q \cos\beta + K_2 \cos Q \sin\beta - K_2 \sin Q)) + E_1 \sin\varphi_p + X_B \cos\varphi_p \cos\gamma_m$$

$$b4 = -1$$

1.2 求解 $L_{pt}^{(C)}$ 和 $\overline{O_t O_p^{(C)}}$

根据 Free-form 型机床的结构,建立图 2 所示的 Free-form 型机床的坐标系。X、Y、Z 三轴的运动方程分别为 xm, ym, zm, A, B, C 三轴的旋转角度分别为 ψ, φ, μ 。

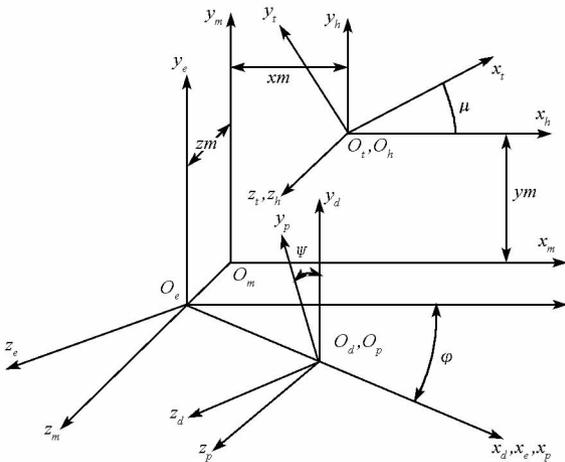


图 2 Free-form 型机床的坐标系

Fig.2 Coordinate system of Free-form machine tool

从刀盘到工件的坐标变换矩阵 $M_{pt}^{(C)}$ 为

$$M_{pt}^{(C)} = M_{pd}(\psi) \cdot M_{de} \cdot M_{em}(\varphi) \cdot M_{mh} \cdot M_{ht}(\mu) \quad (7)$$

式(7)中各矩阵的表达式分别为

$$M_{ht}(\mu) = \begin{bmatrix} \cos\mu & -\sin\mu & 0 & 0 \\ \sin\mu & \cos\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_{mh} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & xm \\ 0 & 1 & 0 & ym \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{em}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi & -zm \cdot \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi & -zm \cdot \cos\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{de} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_{pd}(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ 0 & -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$L_{pt}^{(C)}$ 是 $M_{pt}^{(C)}$ 的 3×3 阶方向变换矩阵。

$$L_{pt}^{(C)} = \begin{bmatrix} c\varphi \cdot c\mu & -c\varphi \cdot s\mu & s\varphi \\ -s\psi \cdot s\varphi \cdot c\mu + c\psi \cdot s\mu & s\psi \cdot s\varphi \cdot s\mu + c\psi \cdot c\mu & s\psi \cdot c\varphi \\ -c\psi \cdot s\varphi \cdot c\mu - s\psi \cdot s\mu & c\psi \cdot s\varphi \cdot s\mu - s\psi \cdot c\mu & c\psi \cdot c\varphi \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $\cos = c, \sin = s$ 。

$\overline{O_t O_p^{(C)}}$ 是刀盘坐标系原点相对工件坐标系原点的位置矢量,可由下式求得

$$\overline{O_t O_p^{(C)}} = -M_{pt}^{(C)} * [0, 0, 0, 1]' \quad (9)$$

将已知矩阵代入式(9),可求得

$$\overline{O_t O_p^{(C)}} = \begin{bmatrix} -\cos\varphi \cdot xm + \sin\varphi \cdot zm + X_1 \\ \sin\psi \cdot \sin\varphi \cdot xm - \cos\psi \cdot ym + \sin\psi \cdot \cos\varphi \cdot zm \\ \cos\psi \cdot \sin\varphi \cdot xm + \sin\psi \cdot ym + \cos\psi \cdot \cos\varphi \cdot zm \\ -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

1.3 两种机床的运动等效转换

对于刀倾法加工小轮,从刀盘坐标系到工件坐标系的坐标变换较复杂。式(1)是一个包含三个变量、九个方程的非线性超静定方程组,不能用解析法求得各轴的运动方程。对于此类超定非线性方程组,常用最小二乘法来求解^[7-8]。

首先建立目标函数:

$$\begin{cases} h = L_{pt}^{(C)} - L_{pt}^{(G)} \\ H = \sum_{i,j=1}^n h_{ij}^2 \end{cases} \quad (11)$$

因为函数 $h_{ij}(\mu, \varphi, \psi)$ ($i, j = 1, 2, 3$) 是 μ, φ, ψ 的正、余弦函数的复合表达式, $\forall (\mu, \varphi, \psi) \in \mathbf{R}^n$, 满足最小二乘解存在的条件。对目标函数进行最小二乘计算,求得 A、B、C 三轴各时刻的位置。再根据式(2)求解三元线性方程组,可得 X、Y、Z 三轴各时刻的位置。用多项式分别进行最小二乘拟合,得到各轴运动方程 $\psi(t), \varphi(t), \mu(t), xm(t), ym(t), zm(t)$ 。

2 算例分析

以在 No. 116 铣齿机上用刀倾法加工小轮为例验证方法的正确性。轮坯参数及调整卡见表 1。

由上节所述方法,以加工小轮凸面为例,求得 $A、B、C、X、Y、Z$ 各轴各时刻位置,如图3、图4。

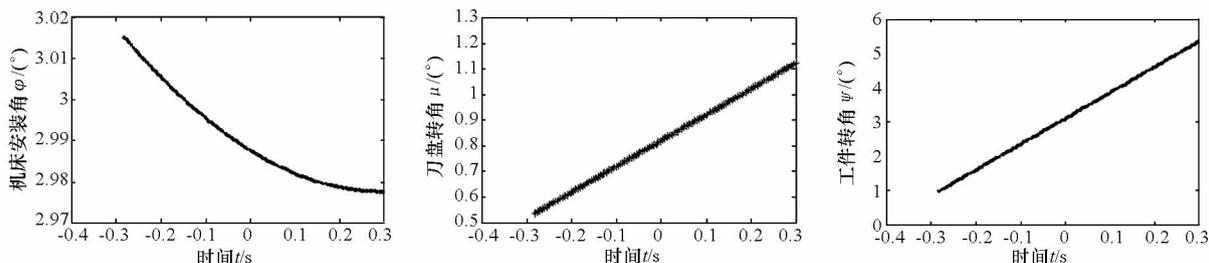


图3 $\mu、\varphi、\Psi$ 的离散数据(凸面加工)

Fig.3 Discrete data of μ, φ, Ψ for the convex

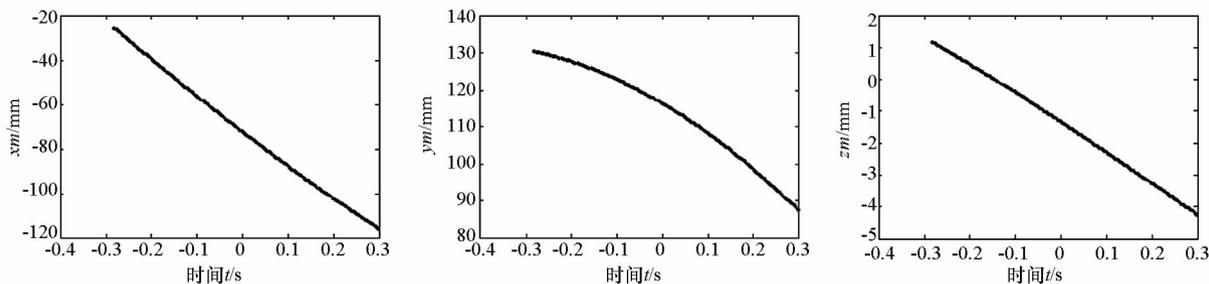


图4 $x_m、y_m、z_m$ 的离散数据(凸面加工)

Fig.4 Discrete data of x_m, y_m, z_m for the convex

表1 小轮主要几何参数及调整卡

Tab.1 Major geometric parameters and summary for pinion

| 参数 | 凹面(外刀) | 凸面(内刀) | 单位 |
|------------------|----------|----------|----|
| 垂直轮位 E_1 | 29.12(下) | 42.62(下) | mm |
| 水平轮位 X_1 | -7.98(进) | 9.76(退) | mm |
| 床位 X_B | 17.08(退) | 22.61(退) | mm |
| 机床安装角 γ_m | -2°00' | -3°59' | |
| 刀尖半径 R | 142.76 | 164.47 | mm |
| 刀尖圆角半径 r | 2.59 | 2.59 | mm |
| 齿形角 (α) | 20°00' | 25°00' | |
| 偏心角 β | 81°54' | 102°06' | |
| 摇台角 Q | 112°12' | 104°56' | |
| 刀倾转角 I_x | -115°39' | -126°07' | |
| 滚比 i_0 | 6.33912 | 7.26721 | |
| 外锥距 L_1 | | 210 | mm |
| 内锥距 L_2 | | 140 | mm |
| 面锥角 δ_f | | 13°43' | |
| 根锥角 δ_a | | 9°38' | |

$$x_m = -3.07678 \cdot t^5 - 2.60012 \cdot t^4 + 28.7918 \cdot t^3 + 35.6203 \cdot t^2 - 158.648 \cdot t - 72.3686$$

$$y_m = -0.333282 \cdot t^5 + 9.15997 \cdot t^4 + 11.5344 \cdot t^3 - 80.4984 \cdot t^2 - 73.0893 \cdot t + 116.253$$

$$z_m = 0.949515e - 2 \cdot t^5 + 0.254649 \cdot t^4 + 1.58431 \cdot t^3 - 1.44328 \cdot t^2 - 9.44312 \cdot t - 1.34331$$

将各轴运动方程代入 $M_{pt}^{(C)}$, 与 $M_{pt}^{(G)}$ 数值比较, 如式(12)所示

$$M^{(G-C)} = M_{pt}^{(G)} - M_{pt}^{(C)} \quad (12)$$

经计算, $M^{(G-C)}$ 各元素最大值在 $10^{-7} \sim 10^{-6}$, 说明拟合的效果理想。用文献[9]介绍的方法, 用各轴运动方程在 CATIA 中虚拟加工出图5所示的小轮。如图6所示, 以小轮凸面为例, 虚拟加工出的齿面与理论齿面点的最大法向距离为

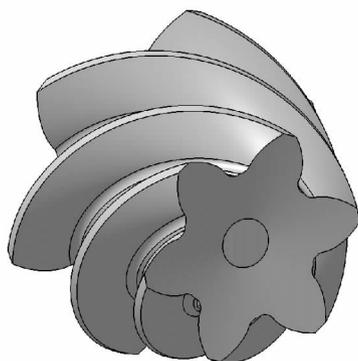


图5 用各轴运动方程在 CATIA 中虚拟加工出的小轮
Fig.5 Pinion manufactured by axis-motion formulas in the software of CATIA

由于 C 轴不参与联动, 不必要拟合 C 轴的运动方程, 只拟合出五轴的运动方程:

$$\varphi = 0.460694e - 5 \cdot t^5 - 0.101277e - 1 \cdot t^4 + 0.122751e - 1 \cdot t^3 + 0.111447 \cdot t^2 - 0.679930e - 1 \cdot t + 2.98765$$

$$\psi = 0.513785e - 2 \cdot t^5 - 0.327843e - 2 \cdot t^4 - 0.384339e - 1 \cdot t^3 + 0.357083e - 1 \cdot t^2 + 7.49107 \cdot t + 3.07338$$

0.009mm。多次虚拟加工的实验结果表明,当虚拟加工的进给量更小时,该值可控制在0.00001mm 以内,验证了该运动转换方法的正确性。

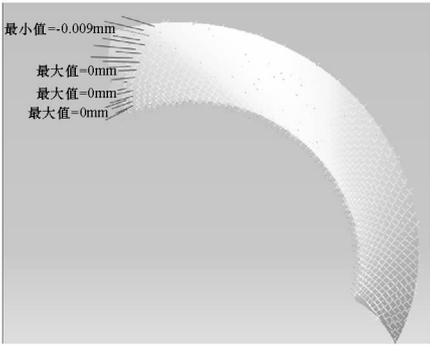


图 6 虚拟加工出的齿面与理论齿面点的法向误差
Fig. 6 Normal error between the theoretic tooth surface and the simulated one

3 各轴运动误差对齿面误差的影响

螺旋锥的数控加工一般要求较高的齿面精度,由于实际加工过程中工艺系统存在误差,分析各轴的运动误差对齿面误差的影响,确定对齿面误差影响大的数控轴,对螺旋锥齿轮的高精度制造具有一定的指导意义。基于精确的各轴运动方程,论文对这一问题进行了分析。

对于 Free-form 型机床,假设 A、B、X、Y、Z 各轴的运动误差分别为 $\Delta\Psi$ 、 $\Delta\varphi$ 、 Δxm 、 Δym 、 Δzm ,则包含误差的各轴运动方程可表示为

$$\varphi' = \sum_{k=0}^5 a_k t^k + \Delta\varphi \quad (13)$$

$$\Psi' = \sum_{k=0}^5 b_k t^k + \Delta\Psi \quad (14)$$

$$xm' = \sum_{k=0}^5 c_k t^k + \Delta xm \quad (15)$$

$$ym' = \sum_{k=0}^5 d_k t^k + \Delta ym \quad (16)$$

$$zm' = \sum_{k=0}^5 e_k t^k + \Delta zm \quad (17)$$

用含误差的各轴运动方程在 CATIA 中虚拟加工小轮,得到含误差的小轮齿面,将其和无误差的齿面对比,计算两个齿面间的法向误差和齿面法向误差加权平均值。各项数值如表 2 所示。

表 2 各轴运动误差引起的齿面误差

Tab. 2 Tooth surface error caused by axis-motion error

| 各轴误差项 | 各轴运动误差值 | 齿面法向误差/mm | 齿面法向误差加权平均/mm |
|-------|---------|---------------|---------------|
| X 轴 | 0.01mm | 0.006 ~ 0.008 | 0.0075 |
| Y 轴 | 0.01mm | 0.005 ~ 0.007 | 0.00648 |
| Z 轴 | 0.01mm | 0.003 ~ 0.003 | 0.003 |
| A 轴 | 0.01 | 0.003 ~ 0.004 | 0.0036 |
| B 轴 | 0.01 | 0.009 ~ 0.014 | 0.0108 |

4 结论

本文按照运动等效转换的原则,应用最小二乘法优化求解了带刀倾机构的传统摇台型机床向 Free-form 型机床运动转换后各轴的运动方程,并用各轴运动方程在 CATIA 中虚拟加工出齿面,以验证方法的正确性,建立了带运动误差的数控机床模型。最后,分析了各轴运动误差对齿面法向误差和形状误差的影响,发现对齿面误差影响最大的数控轴为 B 轴。本文研究为 Free-form 型机床的研制及螺旋锥齿轮的高精度制造提供了部分理论基础。

参考文献:

- [1] Litvin F L, Chen N X. Generation of Gear Tooth Surfaces by Application of CNC Machines[R]. NASA Contractor Report, 1994.
- [2] 王小椿,吴联银,李彬,等. 基于空间运动学的传统机床向 Free-form 型机床运动转换方法的研究[J]. 机械工程学报, 2001, 37(4): 93-98.
- [3] 魏冰阳,任东锋,方宗德,等. 传统机床与 Free-form 型机床运动的等效转换[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(4): 425-428.
- [4] 张威,王太勇,罗珺,等. 面向刀倾展成法的运动学转换简化算法及仿真[J]. 机械工程学报, 2008, 44(3): 123-129.
- [5] 李友元. 螺旋锥齿轮机械式机床向全数控机床运动转换数学模型的研究[D]. 长沙:中南大学, 2009.
- [6] Shih Y P, Hong Z H. Flank Correction for Spiral Bevel and Hypoid Gears on a Six-Axis CNC Hypoid Generator [J]. Journal of Mechanical Design, 2008(30): 1-11.
- [7] 陈淑铭,乔田田. 一个求解非线性最小二乘问题的新方法[J]. 烟台大学学报(自然科学与工程版), 2004, 17(1): 14-22.
- [8] 韩雪,周智. 对最小二乘问题的研究[J]. 济南大学学报(自然科学版), 2004, 18(3): 273-275.
- [9] 蒲太平,唐进元. 基于 CATIA V5 的圆柱齿轮虚拟加工研究[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(16): 4339-4343.