

文章编号:1001-2486(2011)06-0134-05

基于 LMI 的磁轴承 - 转子系统鲁棒增益调度控制器设计*

陈峻峰, 刘 昆

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对陀螺效应明显的磁轴承 - 转子系统转速变化引起的模型变化而带来的控制问题,提出基于 LMI 的鲁棒增益调度方法设计控制器。通过建立系统依转速变化的 LPV 模型,设计了鲁棒增益调度控制器,使转子在全转速范围内保证了鲁棒稳定性和性能。为降低控制器设计的保守性,可缩小转速区间设计控制器使控制性能得到提高。与基于 LTI 模型设计的鲁棒控制器相比,LPV 鲁棒增益调度控制器在保证控制性能同时,实现以转速为参数的自适应调节。仿真结果验证了此控制器的有效性和先进性。

关键词:磁轴承;鲁棒增益调度控制;线性矩阵不等式;线性变参数

中图分类号:TP273 **文献标识码:**A

Gain-scheduled Robust Controller Design for AMB-rotor System Based on LMI

CHEN Jun-feng, LIU Kun

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Gain-scheduled robust control design method based on LMI was adopted to resolve the control problem of speed-dependent model varying for AMB-rotor system with strong gyroscopic effect. Speed-dependent LPV model was derived, and gain-scheduled robust controller was designed which can guarantee the robust stability and performance in the whole speed range. As for reducing the design conservatism, controller design should have the speed range limit. Compared with the robust controller based on LTI model, LPV gain-scheduled robust controller guarantees the performances and realizes the adaptive parameter adjustment for the varying speed. The simulation validates the effectiveness and advancement of the designed controller.

Key words: AMB(active magnetic bearing); gain-scheduled robust control; LMI(linear matrix inequation); LPV(linear parameter-varying)

磁轴承是利用磁场力将转子悬浮起来的一种新型轴承,由于它非接触、无摩擦、无磨损,具有运转速度快、噪声小、功耗低、寿命长、精度高、隔振等优点,在航空航天、飞轮储能以及机械加工等领域有广泛的应用^[1-3]。然而,在不同的磁轴承 - 转子系统应用中,转子通常根据应用需求调节转速,考虑陀螺效应的影响,磁轴承 - 转子系统的动力学特性随转速的变化而发生变化,且考虑到实际系统诸多环节的不确定性因素,利用单一的 LTI 控制器对其进行控制很难同时满足系统的稳定性和一定的性能指标。

增益调度方法在磁轴承控制方面已有广泛的研究,而采用传统的增益调度方法费时费力,且对工作点的选取需要一定经验,具有一定的局限性。自 20 世纪 90 年代以来,基于 H_{∞} 控制理论的鲁棒

增益调度技术得到了非常迅速的发展^[4-8],鲁棒增益调度技术综合运用线性变参数(LPV)模型和 H_{∞} 控制设计方法,采用线性矩阵不等式(LMI)优化求解控制器,能够根据时变参数实时生成满足性能指标的全局 LPV 鲁棒控制器,可以很好地解决模型不确定性问题,同时克服传统增益调度技术的局限性。

关于磁轴承 - 转子系统增益调度技术的研究,文献[8]将转速作为“自由参数”,基于回路成形法设计鲁棒控制器,但其本质上是模型不确定性设计为转速的函数,未具体讨论控制器切换的稳定性。文献[9]以 PD 控制器设计为基础,通过串联零极点对和低通滤波器提高控制器在章动频率附近的相位超前,实现对转子章动的抑制。然而,通过设计插值函数使控制器参数随转速平

* 收稿日期:2011-03-18

基金项目:国家部委基金资助项目

作者简介:陈峻峰(1983—),男,博士生。

滑切换不仅需要一定的工程经验,而且切换的稳定性缺乏必要的理论证明。文献[10]在转速范围的两个端点处分别设计鲁棒控制器,运用插值的方法得到转速区间内的控制器,但该方法对切换系统的公共 Lyapunov 函数的解缺少讨论,从而很难保证控制器切换时系统的稳定性。文献[11]针对设计的磁轴承系统验证了 LPV 鲁棒控制器,其对象为细长型转子,转动惯量比(J_p/J_d)小,陀螺效应影响也较小,建模时时变参数对磁轴承各通道耦合影响不明显。

鉴于此,本文针对扁平型、大转动惯量比的磁轴承-转子系统,考虑转子陀螺效应对径向 4 轴控制的影响,基于 LMI 方法设计鲁棒增益调度控制器,解决转子转速快变及干扰抑制问题。系统轴向平动采用磁轴承主动控制方式设计 PID 控制器进行控制,本文对轴向控制方法不作讨论。

1 系统的 LPV 描述

通常情况下,系统随时间变化,这样一个线性时变系统的状态空间方程描述为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\theta(t))x + B(\theta(t))u & (1) \\ y &= C(\theta(t))x + D(\theta(t))u \end{aligned}$$

其中, x, y, u 分别为系统的状态向量、测量输出向量和控制输出向量。 $\theta(t)$ 为时变参数,例如速度、高度、角度等,在由顶点 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r$ 组成的多胞 Θ 内变化,表示为: $\theta(t) \in \Theta := Co\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r\}$, 且 $\theta_{\min} \leq \theta_i(t) \leq \theta_{\max}$ 。

$\theta(t)$ 必须能够在线测量,且一般情况下的范围是可知的。顶点值一般由参数的极值表示。 A, B, C, D 是 θ 的线性仿射函数。

2 鲁棒增益调度控制器设计

假设一个不确定的 LPV 系统描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\theta(t))x + B_1(\theta(t))w + B_2u \\ z = C_1(\theta(t))x + D_{11}(\theta(t))w + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{cases} \quad (2)$$

其中, $x \in R^n$ 是状态向量, $u \in R^n$ 是控制输入, $y \in R^p$ 是测量输出, $z \in R^r$ 是被调输出, $w \in R^q$ 是外部扰动,这里考虑的外部扰动是不确定的,但具有有限能量。

基于 LPV 模型的鲁棒控制器形式为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_K(\theta(t))x + B_K(\theta(t))u & (3) \\ y &= C_K(\theta(t))x + D_K(\theta(t))u \end{aligned}$$

由式(2)和式(3)连接的闭环系统表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{cl} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{cl} \\ w \end{bmatrix} \quad (4)$$

闭环系统矩阵 $A_{cl}, B_{cl}, C_{cl}, D_{cl}$ 表达式为

$$\begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 + \overline{B}\Omega\overline{C} & B_0 + \overline{B}\Omega\overline{D}_{21} \\ C_0 + \overline{D}_{21}\Omega\overline{C} & D_{11} + \overline{D}_{12}\Omega\overline{D}_{21} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,

$$\begin{bmatrix} A_0 & B_0 & \overline{B} \\ C_0 & D_{11} & \overline{D}_{12} \\ \overline{C} & \overline{D}_{21} & \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & B_1 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & 0 & I_k & 0 \\ \hline C_1 & 0 & D_{11} & 0 & D_{12} \\ \hline 0 & I_k & 0 & A_K & B_K \\ \hline C_2 & 0 & D_{21} & C_K & D_K \end{bmatrix} \quad (6)$$

LPV 控制器设计目标是求解控制器式(3),使其保证:

- (1) 闭环系统式(4)在 Θ 内二次稳定;
- (2) 沿 Θ 内的任意轨迹 $\theta(t)$,使外部扰动至被调输出(w 到 z)的 L_2 范数小于边界值 γ ,即 $\|z\|_2 < \gamma\|w\|_2$ 。

由以下解存在性条件定理^[5],可将求解 LPV 系统的 H_∞ 控制器问题转化为 LMI 求解问题。

定理(解存在性条件):

若 LPV 多胞系统模型式(2)满足 $D_{22} = 0$,且在多胞 Θ 内($A(\theta(t)), B_2$)可控, ($A(\theta(t)), C_2$)可观测。存在一个 LPV 控制器使沿 Θ 内的所有参数轨迹的二次 H_∞ 性能为 γ ,当且仅当存在对称矩阵(R, S) $\in \mathbb{R}^{n \times n}$ 满足以下 $2r + 1$ 个 LMI 的:

$$\begin{pmatrix} N_R & 0 \\ \hline 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_i R + R A_i^T & R C_{1i}^T & B_{1i} \\ \hline C_{1i} R & -\gamma I & D_{11i} \\ \hline B_{1i}^T & D_{11i}^T & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R & 0 \\ \hline 0 & I \end{pmatrix} < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} N_S & 0 \\ \hline 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_i^T S + S A_i & S B_{1i} & C_{1i}^T \\ \hline B_{1i}^T S & -\gamma I & D_{11i}^T \\ \hline C_{1i} & D_{11i} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_S & 0 \\ \hline 0 & I \end{pmatrix} < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} R & I \\ \hline I & S \end{pmatrix} \geq 0 \quad (9)$$

其中, N_R, N_S 分别为 (B_2^T, D_{12}^T) 和 (C_2, D_{21}) 的零空间的基。

由式(7)~(9)的 LMI 求得的对称矩阵 R 和 S ,可以求得多胞控制器,具体求解方法可参见文献[5]。

若时变参数序列 $\theta(t)$ 在 R^n 空间的盒子中取值,则有 2^n 个顶点,控制器的状态空间描述可表示为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_K(\theta(t)) & \mathbf{B}_K(\theta(t)) \\ \mathbf{C}_K(\theta(t)) & \mathbf{D}_K(\theta(t)) \end{pmatrix} := \sum_{i=1}^n \alpha_i(t) \mathbf{K}_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{K_i} & \mathbf{B}_{K_i} \\ \mathbf{C}_{K_i} & \mathbf{D}_{K_i} \end{pmatrix} \quad (10)$$

其中, \mathbf{K}_i 为顶点控制器。

多胞参数 θ 的凸分解为

$$\theta(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(t) \theta_i, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i(t) = 1, N = 2^n$$

3 磁轴承-转子系统鲁棒增益调度控制器设计

3.1 磁轴承-转子系统 LPV 建模

本文研究的转子为短粗型圆柱结构,具有大转动惯量比,建模分析时,可将其作为刚体分析。结构示意图见图 1。位移传感器 1~4 安装在定子下环,5~8 安装在定子上环。磁轴承下环坐标系和上环坐标系分别为 $x_1 o_1 y_1$ 和 $x_2 o_2 y_2$ 。磁轴承到转子质心之间的距离分别为 l_1 和 l_2 。

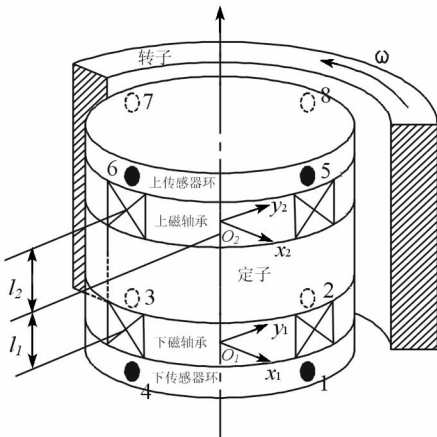


图 1 磁轴承-转子系统结构

Fig.1 Structure of AMB-rotor system

由欧拉动力学方程推导得到飞轮 LPV 动力学模型如下^[11-12]。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_p &= \mathbf{A}_p(\omega) \mathbf{X}_p + \mathbf{B}_p U \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}_p \mathbf{X}_p \end{aligned}$$

式中

$$\mathbf{X}_p = [x_1, x_2, y_1, y_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{y}_1, \dot{y}_2]^T;$$

$$\mathbf{U} = [i_{x1}, i_{x2}, i_{y1}, i_{y2}]^T;$$

$$\mathbf{Y} = [x_1, x_2, y_1, y_2]^T;$$

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{I}_{4 \times 4} \\ \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{G}_B \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{M}_B^{-1} \mathbf{K}_i \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_p = [\mathbf{I}_{4 \times 4} \quad \mathbf{0}_{4 \times 4}];$$

$$\mathbf{M}_B = \mathbf{T}_F^{-1} \mathbf{M} \mathbf{T}_Z; \mathbf{G}_B = \mathbf{T}_F^{-1} \mathbf{G} \mathbf{T}_Z;$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G} = \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_z & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ l_a & -l_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -l_a & l_b \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_Z = \frac{1}{l_a + l_b} \begin{bmatrix} l_b & l_a & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_b & l_a \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

其中, $\mathbf{X}_p, \mathbf{U}, \mathbf{Y}$ 为状态变量矩阵, 控制输入矩阵, 输出矩阵; \mathbf{M}_B, \mathbf{M} 为广义质量矩阵; \mathbf{G}_B, \mathbf{G} 为陀螺矩阵; \mathbf{T}_F 和 \mathbf{T}_Z 为质心坐标系到磁轴承上下环坐标系的变换矩阵。在平衡点处对电磁力进行局部线性化, 得到的电流刚度矩阵 \mathbf{K}_i 和位移刚度矩阵 \mathbf{K}_s :

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} k_{sax} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{sbx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{say} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{sby} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} k_{iax} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{ibx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{iay} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{iby} \end{bmatrix}$$

系统的具体参数定义见表 1。

表1 磁轴承-转子系统参数

Tab.1 Parameters of AMB-rotor system

参数	数值
质量 m/kg	3.6
极转动惯量 $I_z/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.0147
赤道转动惯量 $I_x, I_y/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.0074
质心距 $l_1, l_2/\text{m}$	0.008
位移刚度系数 $k_{sax}, k_{sbx}, k_{say}, k_{sby}/(10^5 \text{N/m})$	-4.6
电流刚度系数 $k_{iax}, k_{ibx}, k_{iay}, k_{iby}/(\text{N/A})$	180

从状态空间方程可以看出,陀螺矩阵 G 随转速 ω 变化,则动力学方程中的系统矩阵 A_p 也随转速实时变化。本文设计转子的极转动惯量与赤道转动惯量比为 $I_z/I_x \approx 2$,可以认为其陀螺耦合效应较为明显。

3.2 磁轴承-转子系统LPV鲁棒增益调度控制器设计

为满足磁轴承-转子系统控制设计的稳定性及性能指标要求,采用了如图2所示LPV控制系统设计结构。

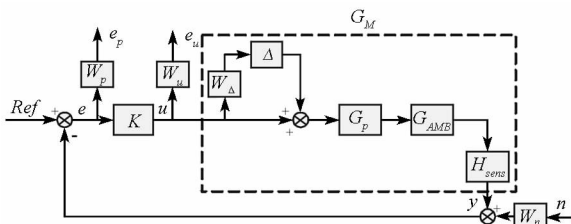


图2 磁轴承-转子系统闭环控制结构

Fig.2 Close-loop control structure of AMB-rotor system

图2中,虚线方框表示包含飞轮模型加性不确定性环节 Δ ,功放环节 G_p ,磁轴承 G_{AMB} 和传感器环节 H_{sens} 的系统综合模型 G_M 。实际系统中将传感器环节近似等效为 $H_{sens} = 8000$,功放环节近似等效为 $G_p = \frac{0.5}{0.0003s + 1}$ 。

对性能加权函数的选择, W_Δ 为模型加性不确定性加权函数,用来表征对综合模型 G_M 的高频未建模的补偿,设置为高通环节; W_p 为稳态误差加权函数,用来表征对飞轮位移误差的抑制程度,设置为低通环节; W_u 为控制输入加权函数,用来表征对控制信号高频成分的抑制程度,设置为高通环节; W_n 表示为传感器噪声加权函数,设置为线性定常环节。具体表示如下。

$$W_\Delta = 7 \times 10^{-7} \frac{s + 50}{s + 5000}; W_p = 0.6 \frac{s + 8000}{s + 0.1};$$

$$W_u = 4 \frac{s + 80}{s + 8000}; W_n = 0.001$$

将图2各部分连接起来化为标准 H_∞ 控制系统结构,如图3所示,则可按照LPV鲁棒增益调度方法设计控制器。

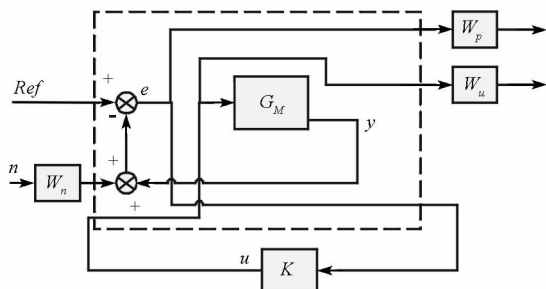


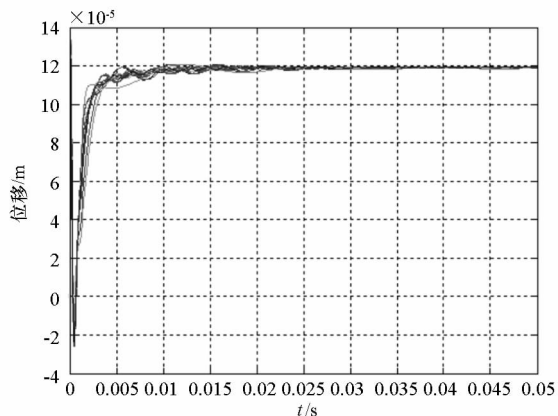
图3 磁轴承-转子系统标准 H_∞ 控制结构

Fig.3 Standard H_∞ control structure of AMB-rotor system

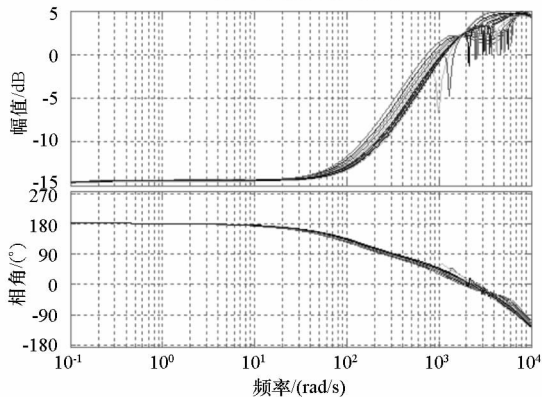
3.3 仿真分析

由上述磁轴承-转子系统模型和仿真条件,基于LMI设计LPV鲁棒增益调度控制器,对其控制性能进行仿真分析。

在转速区间 $[0, 30000\text{r/min}]$ 设计LPV鲁棒增益调度控制器,该转速区间内随机选取的15个转速点的系统单位阶跃响应如图4(a)所示,图中控制器调节时间小于0.03s,超调量小于20%,表明控制器在不同转速都有良好的控制性能,体现



(a) 单位阶跃响应曲线



(b) Bode图

图4 $[0, 30000\text{r/min}]$ 内随机转速的控制器性能检验

Fig.4 Performance test for controller at random speed in $[0, 30000\text{r/min}]$

了控制器能以转速为参数的自适应调节的优势。图 4(b) 为对应的开环系统 Bode 图, 系统具有较大的相角裕度。由 LMIs 迭代计算, $\gamma_{CS} = 6.2136$, 系统具有一定的鲁棒性。

在相同仿真条件下设计 25000r/min LTI 鲁棒控制器, 将该 LTI 控制器与在转速区间 $[0, 30000\text{r/min}]$ 设计的 LPV 鲁棒增益调度控制器在 25000r/min 条件下进行闭环控制性能对比。在单位阶跃作用下, 转子位移响应曲线如图 5 所示。与 LTI 鲁棒控制器相比较, LPV 鲁棒增益调度控制器控制超调量较大且调节时间较长, 在固定转速时的控制性能稍劣于 LTI 鲁棒控制器。反映在其鲁棒性能指标 γ 上, LPV 鲁棒增益调度控制器性能指标 $\gamma_{CS} = 6.2136$ 大于 LTI 鲁棒控制器性能指标 $\gamma_{RB} = 4.0004$ 。但以控制性能的降低为代价, LPV 鲁棒增益调度控制器能适应大范围转速的变化而保持区间内所有转速条件下的鲁棒性能不变, 而 LTI 控制器只能保证固定转速条件下的鲁棒性能。

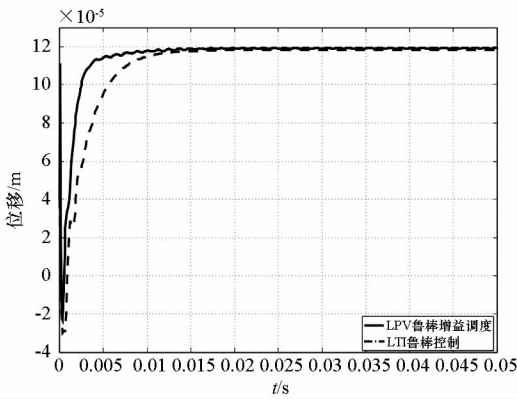
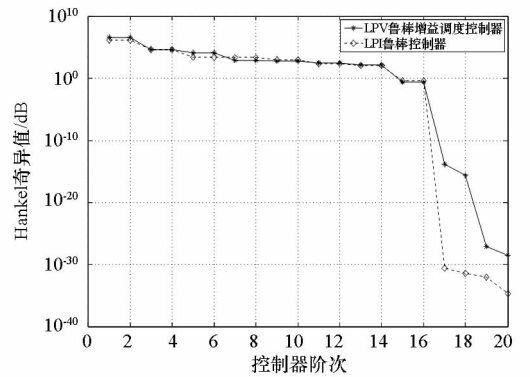


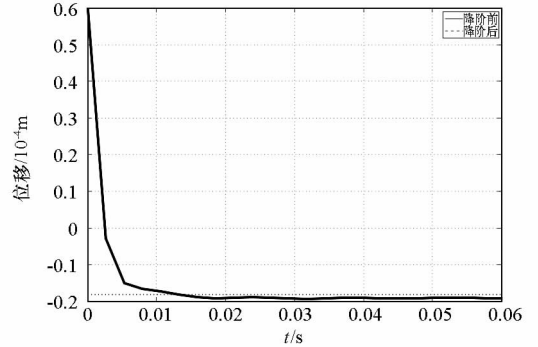
图 5 单位阶跃响应曲线
Fig. 5 Step response

采用 Hankel 奇异值法对控制器进行降阶, LPV 鲁棒增益调度控制器与 LTI 鲁棒控制器可由原来的 22 阶降为 17 阶, 两种控制器降阶次数没有差异, 如图 6(a) Hankel 奇异值的变化所示。图 6(b) 为 LPV 鲁棒增益调度控制器降阶前后的系统对阶跃信号抑制的对比。

为降低 LPV 鲁棒设计的保守性, 可针对局部转速区间设计控制器以提高其控制性能。表 2 所示不同转速范围设计的 LPV 鲁棒增益调度控制器鲁棒性能的对比。表中结果表明, 随着转速范围的缩小, 鲁棒性能指标 γ_{CS} 不断减小, 鲁棒控制性能得到提高, 性能提高的极限为在固定转速设计的 LTI 鲁棒控制器的性能指标 γ_{RB} 。



(a) 控制器的 Hankel 奇异值



(b) 阶跃信号的抑制

图 6 控制器的降阶

Fig. 6 Reduction of controller

表 2 不同转速区间的闭环 H_{∞} 范数

Tab. 2 Closed-loop H_{∞} norm in different speed area

转速区间/(r/min)	γ_{CS}
$[0, 30000]$	6.2136
$[10000, 30000]$	5.2376
$[20000, 30000]$	4.2371
$[23000, 28000]$	4.0011
$[24999, 25001]$	4.0008

4 结论

本文基于 LMIs, 将 LPV 鲁棒增益调度方法用于磁轴承 - 转子系统的控制器设计, 以解决系统转速变化和不确定抑制问题。仿真结果表明, LPV 鲁棒增益调度控制器随转子转速变化而实时调节, 能够保证系统大转速范围内的鲁棒稳定性和一定的性能指标。本文研究结果的工程实用性将在后续研究中通过磁轴承 - 转子系统样机进行实验验证。

- [6] 刘君. 超音速完全气体和 H_2/O_2 燃烧非平衡气体的复杂喷流流场数值模拟[D]. 绵阳:中国空气动力研究与发展中心, 1993.
- [7] 刘君. 一种新型的计算化学非平衡流动的解耦方法[J]. 国防科技大学学报, 2000, 22(5): 19-22.
- [8] 刘君, 周松柏, 徐春光. 超声速流动中燃烧现象的数值模拟方法及应用[M]. 长沙:国防科技大学出版社, 2008.
- [9] 刘瑜. 化学非平衡流的计算方法研究及其在激波诱导燃烧现象模拟中的应用[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2008.
- [10] 刘君, 刘瑜, 周松柏. 基于新型解耦算法的激波诱导燃烧过程数值模拟[J]. 力学学报, 2010, 42(3): 572-578.
- [11] 刘世杰, 孙明波, 林志勇, 等. 钝头体激波诱导振荡燃烧现象的数值模拟[J]. 力学学报, 2010, 42(4): 597-605.
- [12] Silva L F F d, Azevedo J L F, Korzenowski H. Unstructured Adaptive Grid Flow Simulations of Inert and Reactive Gas Mixtures[J]. Journal of computational physics, 2000, 160: 522-540.
- [13] Togashi F, Lohner R, Tsuboi N. Numerical Simulation of H_2 /air Detonation Using Unstructured Mesh [J]. Shock Waves, 2009, 19: 151-162.
- [14] 耿继辉, 许厚谦. 驻定在飞行弹丸上的斜爆轰波数值计算[J]. 弹道学报, 2003, 15(3): 60-64.
- [15] 代淑兰, 许厚谦. 高速飞行弹丸诱导的三维爆轰波数值模拟[J]. 推进技术, 2007, 28(2): 132-134.
- [16] Leveque R J. Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems[M]. Cambridge University, 2002.
- [17] Brown P N, Byrne G D, Hindmarsh A C. VODE: A Variable-Coefficient ODE Solver[J]. SIAM J. Sci. Stat. Comput., 1989, 10: 1038-1051.
- [18] Mott D R, Oran E S, Leer B V. A Quasi Steady-state Solver for the Stiff Ordinary Differential Equations [J]. Journal of Computational Physics, 2000, 164: 407-428.
- [19] 刘君. 非平衡流计算方法及其模拟激波诱导振荡燃烧现象[J]. 空气动力学报, 2003, 21(1): 53-57.
- [20] McVey J B, Toong T Y. Mechanism of Instability of Exothermic Hypersonic Blunt-body Flows [J]. Combustion Science and Technology, 1971, 3: 63-76.
- [21] Matsuo A, Fujii K. Computational Study of Unsteady Computation Around Projectiles with Emphasis on the Large-disturbance Oscillation[R]. AIAA-94-0764, 1994.

(上接第 138 页)

参考文献:

- [1] Bitterly J G. Flywheel Technology Past, Present, and 21st Century Projections[J]. IEEE AES Systems Magazine, 1998(8): 13-16.
- [2] 吴刚, 刘昆, 张育林. 磁悬浮飞轮技术及其应用研究[J]. 宇航学报, 2005, 26(3): 385-390.
- [3] Apkarian P, Gahinet P, Becker G. H_∞ Control of Linear Parameter-varying Systems: A design Example [J]. Automatica. 1995, 31(9): 1251-1261.
- [4] Packard A. Gain Scheduling Via Linear Fractional Transformations[J]. Systems and Control Letters, 1994, 22(2): 79-92.
- [5] Apkarian P, Gahinet P. A Convex Characterization of Gain-scheduled H_∞ Controllers [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(5): 853-864.
- [6] Montagner V F, Oliveira R C L F, Peres P L D, et al. Linear Matrix Inequality Characterisation for H_∞ and H_2 Guaranteed Cost Gain-scheduling Quadratic Stabilisation of Linear Time-varying Polytopic Systems [J]. IET Control Theory Appl., 2007, 1(6): 1726-1735.
- [7] Jetto L, Orsini V. LMI Conditions for the Stability of Linear Uncertain Polynomially Time-varying Systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(7): 1705-1709.
- [8] Matsumura F, Namerikawa T, Hagiwara K, et al. Application of Gain Scheduled H_∞ Robust Controllers to a Magnetic Bearing [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1996, 4(5): 484-493.
- [9] 张剖, 赵雷, 赵鸿宾. 磁轴承-转子系统低阶变增益鲁棒控制器设计[J]. 机械工程学报, 2005, 41(9): 198-201.
- [10] 韩辅君, 房建成, 刘刚. 磁轴承-转子系统磁轴承系统变增益 H_∞ 控制器设计[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(9): 1748-1751.
- [11] Lu B, Choi H, Buckner G D, et al. Linear Parameter-varying Techniques for Control of a Magnetic Bearing System [J]. Control Engineering Practice, 2008(16): 1161-1172.
- [12] 吴刚. 混合磁轴承飞轮系统设计与控制方法研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2006.