

文章编号:1001-2486(2011)06-0169-06

一种基于 Taguchi 方法的混合 NSGA-II 算法*

乔士东,刘忠,黄金才,张维明

(国防科技大学 信息系统工程重点实验室,湖南长沙 410073)

摘要:提出一种基于 Taguchi 方法的混合 NSGA-II 算法,即用 Taguchi 方法来改造 NSGA-II 算法的交叉操作和变异操作,目的是提升 NSGA-II 算法的优化能力。针对多目标优化测试问题的实验表明该方法能够显著提高 NSGA-II 算法的优化效果,而且该方法不改变 NSGA-II 的算法框架,易于实现。

关键词:NSGA-II 算法;Taguchi 方法;多目标优化算法

中图分类号:TP18 **文献标识码:**A

A Hybrid NSGA-II Algorithm Combined with Taguchi Method

Qiao Shi-dong, Liu Zhong, HUANG Jin-cai, ZHANG Wei-ming

(Science and Technology on Information Systems Engineering Laboratory, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Some effective modifications upon NSGA-II were proposed to further improve its optimization ability, which results in a hybrid multi-objective optimization algorithm. In the hybrid algorithm, Taguchi-method was incorporated into the crossover and mutation options of NSGA-II, whose effectiveness was approved by experiments on typical test functions, and the hybrid algorithm can be easily implemented since it makes no change on the framework of NSGA-II.

Key words: Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II); Taguchi method; multi-objective optimization algorithm

NSGA-II 是一种优秀的多目标优化算法 (Multi-objective Optimization, MO)^[1], 广泛用于神经网络设计^[2]、传感器部署^[3]和 DNA 序列设计^[4]等领域, 若能提升 NSGA-II 算法的优化能力, 将会对算法的各种应用产生非常积极的影响, 例如, 在筹划作战计划过程中可以辅助军事人员找到更为优秀的作战任务实施方案。本文就是探讨用实验设计方法来提高 NSGA-II 算法优化能力的可行性, 并给出一种结合 Taguchi 方法的混合 NSGA-II 算法, 该混合算法的关键步骤是用 Taguchi 方法改造 NSGA-II 算法的交叉操作和变异操作, 使新产生的个体性能更为优秀, 从而达到提升算法优化能力的目的。

对于单目标函数的优化问题, Leung^[5]和 Tsai^[6]分别把正交阵方法和 Taguchi 方法运用到优化算法的处理流程中, 得到较好的优化效果。相应地, 把 Taguchi 方法与多目标优化算法相结合就是一个很自然的想法, 具体思路就是用 Taguchi 方法改造 NSGA-II 算法的交叉操作和变异操作, 期望通过提升个体性能从而提升 NSGA-

II 算法的优化能力。

正交阵方法与 Taguchi 方法都是重要的实验设计方法。实验设计方法最初用于工业产品设计领域, 既可用于有效降低实验次数^[7-8], 也可用于找到比较恰当的实验参数^[9-12]。正交阵方法就是根据正交阵规定的实验方案做测试, 依据测试结果选取最好的实验方案^[5]; Taguchi 方法也基于正交阵规定的实验方案, 首先根据测试结果分析出各个关键因素, 进而组合出新的更为恰当的实验方案, 这与正交阵方法有明显的不同, 正交阵方法直接从正交阵规定的实验方案中选出最好的一个作为实验设计的结果^[6]。

对于单目标优化问题, 正交阵方法与 Taguchi 方法都获得了比较满意的效果^[5-6], 而针对多目标优化问题的相关研究则比较少。查阅到的文献一般用实验设计方法确定算法参数, 而不参与优化算法的处理流程。文献[13]把 Taguchi 方法用于 SPEA2 算法的交叉操作, 但未给出详细的操作过程, 不好对比和评价; 文献[15]在研究超高维函数优化的多智能体遗传算法时, 采用文献[5]

* 收稿日期:2011-03-26

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70701038)

作者简介:乔士东(1975—),男,讲师,博士。

的方法用正交阵来设计交叉算子,得到“邻域正交交叉算子”,这与本文的思路相似,两者的主要区别在于:1)本文方法使用层次个数为 2 的正交阵,各层次对应的具体实数值来自参与遗传操作的父代个体,而后者采用区间切分方法^[5],比较而言,本文方法更加简洁;2)本文定义了一个评价实验方案效果的指标,该指标具有明确的几何含义,而“邻域正交交叉算子”则选用能量最大的智能体作为子代个体;3)本文采用 Taguchi 方法来改造交叉操作和变异操作,而不仅限于使用正交阵,Taguchi 方法的突出特点是能够给出正交阵内不存在的实验方案。

NSGA-II 算法和 Taguchi 方法的详细介绍请参考文献[1,5-6],下文有关实验设计方法的描述采用文献[5]的记法。

1 结合 Taguchi 方法的 NSGA-II 算法

下面给出结合 Taguchi 方法的 NSGA-II 算法,即用 Taguchi 方法改造 NSGA-II 算法产生新个体的步骤,对应于 NSGA-II 算法的“ $Q_{t+1} = \text{make-new-population}(P_{t+1})$ ”步骤^[1]。在此步骤中,由交叉操作和变异操作来构造新的个体,而本文方法则把 Taguchi 方法应用到交叉操作和变异操作中。

1.1 Taguchi 方法评价实验方案所用的指标

对于多目标优化问题,应用 Taguchi 方法的前提是找到一个恰当的指标来评价实验方案,这里首先分析多目标优化问题中评价实验方案遇到的困难是什么,然后再给出一个评价实验方案的解决办法。

单目标优化情况下,可以把实验设计方法与遗传操作(交叉操作和变异操作)自然地结合在一起,因为 Taguchi 方法的实验方案评价过程、遗传算法的个体适应度计算都采用标量型指标,所以,实验设计方法和遗传算法两者不存在概念和方法方面的冲突。文献[5]和[6]就是使用实验设计方法提升优化算法性能的典型例子,注意这两个文献处理的都是单目标优化问题,其算法步骤中未出现特殊的调整操作。

对于多目标优化问题,要应用 Taguchi 方法,必须给出恰当的方法来评价实验方案。此时,每个实验方案的输出都是一个目标函数向量(multi-objective),此时采用 Pareto 意义下的“最优”概

念,没有单目标情况时的那种通常意义下的“最优”概念。采用 Pareto“最优”来评判实验方案将得到众多的实验方案,而实验设计方法要求得到单个实验方案,所以,无法直接使用 Pareto“最优”来评价实验方案,这就是多目标优化问题中运用实验设计方法所面临的主要困难,也是单目标优化和多目标优化中运用实验设计方法的主要差异。

为解决上述困难,下面给出一个评价实验方案的办法:用距离指标 DIS 来评价各个实验方案的优劣,即首先确定一个公共的参考点 f_{\min} ,然后计算各实验方案的输出向量 f 到 f_{\min} 的距离 DIS,然后在 Taguchi 方法中用指标 DIS 来评价实验方案。该方法的本质是设计一种标量型的指标来评价实验方案,由此可以解决上述困难。

下面给出参考点 f_{\min} 和距离指标 DIS 的计算公式。

设无约束的多目标优化问题的决策变量 x 为 N_s 维实向量,目标函数 f 为 O_s 维实向量:

$$f \triangleq (x) [f_1(x), f_2(x), \dots, f_{O_s}(x)]^T \in R^{O_s}, \forall x \in R^{N_s} \quad (1)$$

对于正交阵 $L_M(Q^N)$ 规定的 M 次实验,记第 i 次实验的结果(目标函数输出向量)为 f_i ,其第 k 个分量记为 $f_i(k)$,则公共参考点 $f_{\min} \in R^{O_s}$ 的第 k 个分量 $f_{\min,k}$ 按式(2)定义:

$$f_{\min} \triangleq [f_{\min,1}, f_{\min,2}, \dots, f_{\min,O_s}]^T \quad (2-1)$$

$$f_{\min,k} \triangleq \arg \min_i \{f_i(k) : 1 \leq i \leq M\} \quad (2-2)$$

第 i 次实验的输出向量 f_i 与公共参考点 f_{\min} 之间的距离指标 DIS 定义为

$$Dis(f_i, f_{\min}) \triangleq \|f_i(x) - f_{\min}\|, i: 1 \dots M \quad (3)$$

DIS 就是本文为 Taguchi 方法所选的实验方案评价指标,有了指标 DIS,就可以把 Taguchi 方法顺利地用于处理多目标优化问题。

1.2 结合 Taguchi 方法的交叉操作

设向量 $x_1, x_2 \in R^{N_s}$ 为参与交叉操作的父代个体,其中, $x_1 \triangleq [x_{11}, \dots, x_{1j}, \dots, x_{1N_s}]^T, x_2 \triangleq [x_{21}, \dots, x_{2j}, \dots, x_{2N_s}]^T$,假设向量 x_1 和 x_2 的分量两两不同,即 $x_{1j} \neq x_{2j} (\forall j: 1 \dots N_s)$,图 1 给出用 Taguchi 方法改造交叉操作的具体步骤。

- Step 1 选择参与交叉的父代个体 \bar{x}_1 和 \bar{x}_2 ;
- Step 2 对正交阵规定的每个实验方案,计算其目标函数向量,表 1;
- Step 3 计算参考点 f_{\min} , 见式(2);
- Step 4 计算各目标输出向量与参考点 f_{\min} 的距离 Dis , 见式(3);
- Step 5 计算各因素、各层次的评价指标 $E(F, L)$, 见式(4);
- Step 6 根据指标 $E(F, L)$ 为各因素评价出最优的层次 $L_{opt, F}$, 得到最优层次组合: $[L_{opt, 1}, L_{opt, 2}, \dots, L_{opt, j}, \dots, L_{opt, N_s}]^T$;
- Step 7 $[L_{opt, 1}, L_{opt, 2}, \dots, L_{opt, j}, \dots, L_{opt, N_s}]^T$ 即为本次交叉操作的子代个体。

图 1 结合 Taguchi 方法的交叉操作

Fig. 1 Crossover combined with Taguchi method

表 1 采用个体 x_1 和 x_2 构造正交阵时各因素的层次值对应的实数值

Tab. 1 Number values of each level when constructing orthogonal array by x_1 and x_2

因素 \ 层次	因素 1	...	因素 j	...	因素 N_s
层次 1	x_{11}	...	x_{1j}	...	x_{1N_s}
层次 2	x_{21}	...	x_{2j}	...	x_{2N_s}

用 x_1 和 x_2 构造正交阵,该正交阵的层次个数 Q 为 2,因素个数为 N_s ,正交阵的生成算法请参考文献[5]。表 1 给出各因素的各个层次对应的实数值,这些实数值都来自向量 x_1 和 x_2 。表 1 所给正交阵的构造方式非常独特,核心是利用父代个体的信息来设计实验,而且构造方法简洁,易于编程实现。

按照正交阵规定的 M 个方案分别做实验(即计算每个方案的目标函数向量),计算各因素(Factor, F)内各个层次(Level, L)的指标 $E(F, L)$, 见式(4)。式(4)与 Taguchi 方法使用的经典公式的区别只在于求和的对象不同,前者使用上文定义的距离指标 DIS , 而后者直接使用目标函数值(标量)^[6]。

$$\begin{aligned}
 E(F, L) &= \sum_{l=1}^M \{ (Dis(f, f_{\min}))^2 \times \delta(a_{l,F} - L) \} \\
 &= \sum_{l=1}^M \{ (\|f(x) - f_{\min} \|)^2 \times \delta(a_{l,F} - L) \} \\
 &\quad \forall F: 1 \cdots N_s, \forall L: 1 \cdots Q, a_{l,F} \in L_M(Q^N) \quad (4)
 \end{aligned}$$

比较因素 F 的 Q 个指标 $E(F, L)$ ($\forall L: 1 \cdots Q$), 得到因素 F 的最优层次 $L_{opt, F}$, 本次执行 Taguchi 方法得到的最优层次组合记为向量 $[L_{opt, 1}, \dots, L_{opt, j}, \dots, L_{opt, N_s}]^T$ ^[6]。

根据表 1, 容易把向量 $[L_{opt, 1}, \dots, L_{opt, j}, \dots, L_{opt, N_s}]^T$ 转换成相应的实数向量,该实向量即为本次交叉操作得到的子代个体。

1.3 结合 Taguchi 方法的变异操作

设个体 $x_1 \in R^N$ 为参与变异操作的父代个体。首先,按某种变异策略,由个体 x_1 变异得到个体 x_2 ; 然后,采用 Taguchi 方法由个体 x_1 和个体 x_2 来构造新的子代个体,具体步骤与结合 Taguchi 方法的交叉操作类似,此处不再重复。此时假设个体 x_1 与个体 x_2 的分量两两不同,若仅仅是单点变异就没有必要再用 Taguchi 方法。

把 Taguchi 方法得到的实向量作为变异操作最终输出的子代个体,并放弃个体 x_2 。

2 收敛性和时间复杂性分析

下面分析混合算法的收敛性和时间复杂性。优化算法必须保证收敛性,即通过有限步操作可以达到或接近理论上的最优解;时间复杂度主要考察算法的计算量或计算速度。

2.1 收敛性分析

理论上证明遗传算法的收敛性非常困难,此处仅概要分析本文方法的收敛性,下一节通过实验来验证。

NSGA-II 算法使用交叉操作和变异操作来产生新的子代个体,本文采用同样的方法,唯一的差异就在于本文采用 Taguchi 方法来改造交叉操作和变异操作,所得子代个体通常比父代个体更加优秀;另外,本文方法与原来的 NSGA-II 算法无其他差异,既然 NSGA-II 算法收敛,则本文方法也能够收敛。

遗传算法与其他算法相结合形成混合算法的例子比较多,例如模拟退火算法、粒子群算法、混沌算法等,融合其他算法的主要目的一般是为了提高个体质量。与此类似,本文只是融合实验设计方法而已,所以应该与其他混合算法一样都应该能收敛。

2.2 时间复杂性分析

本文方法显然比 NSGA-II 算法更加耗时,主要是因为本文方法在每个交叉操作和变异操作中都用 Taguchi 方法来构造新的子代个体,随着个体维数的增加,自然导致操作时间的增加。

表 2 统计了两种算法的耗时,测试对象为 3 个典型的多目标优化问题测试函数,测试环境的设置见下一节的实验测试。

表 2 混合算法与 NSGA-II 算法的运行时间比较

Tab.2 Run-time of the NSGA-II and the hybrid algorithm

测试函数	NSGA-II 算法 耗时	混合 算法	耗时 之比
ZDT3	407ms	811ms	1.99
ZDT1	392ms	719ms	1.83
ZDT6	377ms	736ms	1.95

由表 2 可知,对这 3 个测试函数来说,本文方法消耗的时间几乎是 NSGA-II 算法的二倍。考虑到遗传算法本身的时间复杂度也比较高,采用 Taguchi 方法导致的时间消耗不算太明显,下一节的实验表明付出一些时间将换来优化能力的显著提升,如此看来增加一些处理时间还是可以容忍的。

3 实验测试

本节用典型的多目标优化问题测试函数 ZDT3^[1]、ZDT1^[1]、ZDT6^[1] 来验证本文方法的优化和收敛能力。

实验使用“多目标优化算法实验床软件系统”,软件著作权登记号为 2009SR048244,可直接向本文作者索取该软件。各测试案例的算法设置均为:种群规模为 100 个个体,优秀个体规模为 100 个,进化 100 代之后算法停止。

3.1 测试函数 ZDT3

ZDT3 的输入变量为 30 维的实向量,输出为 2 维。这里选择 2 维输出的测试函数是为了方便可视化的方法来比较算法性能。如何评价多目标优化算法是一个很复杂的问题,这里采用可视化方法来直观地比较,即直接给出各算法单次优化的结果分布图。每次实验都能稳定地得到类似的结果分布图,所以未使用多次实验的统计结果。

分别用本文方法和 NSGA-II 算法优化 ZDT3,图 2 给出优化结果的分布图,图中横轴代表测试函数输出向量的第 1 个分量,纵轴代表第 2 个分量。

观察图 2,容易得到如下结论:①横轴方向,两种优化算法的输出结果相近,都接近 0.003,见图中蓝色箭头所指位置;②纵轴方向,本文方法明显优于 NSGA-II 算法。

两种算法的优化结果都呈现由左至右逐步下降的阶梯状,而本文方法的输出结果都分布在 NSGA-II 算法的下方,而且在相同横坐标的条件下本文方法的结果比 NSGA-II 算法的都低 1.3 左右(图中两个箭头标识的区间),这说明本文方法

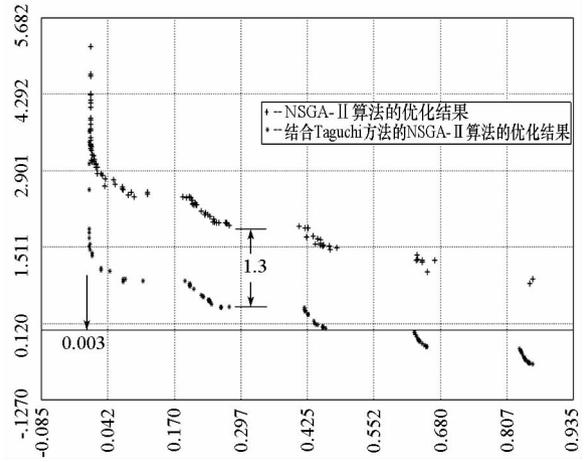


图 2 两种算法的输出结果分布(测试函数为 ZDT3)
Fig.2 Test on function ZDT3

的优化能力显著地优于 NSGA-II,达到 18.7%。

3.2 测试函数 ZDT1

ZDT1 的输入变量为 30 维的实向量,输出为 2 维^[1]。分别用 NSGA-II 算法和本文方法优化 ZDT1,图 3 给出两者各自优化输出的分布图。

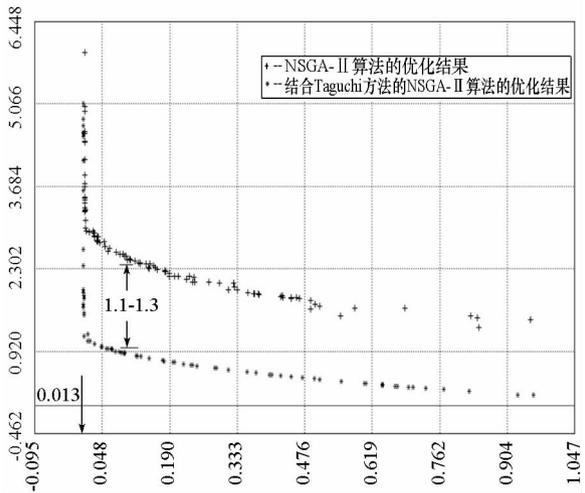


图 3 两种算法输出结果的分布图
(测试函数为 ZDT1)

Fig.3 Test on function ZDT1

图中横轴代表测试函数输出向量的第 1 个分量,纵轴代表第 2 个分量。由图 3 可知,本文方法明显优于 NSGA-II 算法,这与上一实验的结论一致。

3.3 测试函数 ZDT6

ZDT6 的输入变量为 10 维,输出为 2 维^[1],分别用 NSGA-II 算法和本文方法优化,图 4、图 5 给出两种算法各自优化输出结果的分布图,图 6 给出两种算法优化输出结果的对比图。

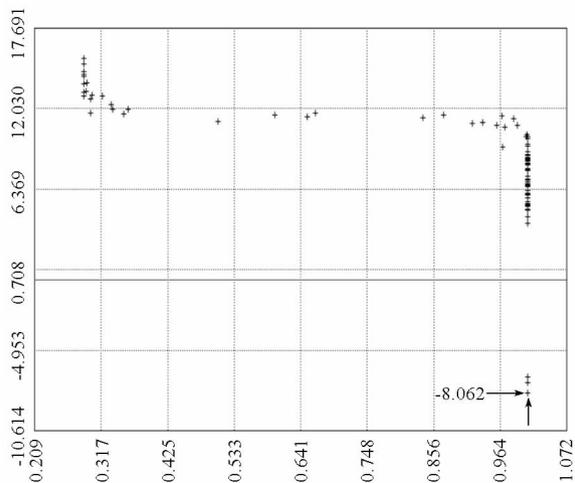


图 4 NSGA-II 算法的输出结果分布图
(测试函数为 ZDT6)

Fig. 4 Test on function ZDT6 with NSGA-II

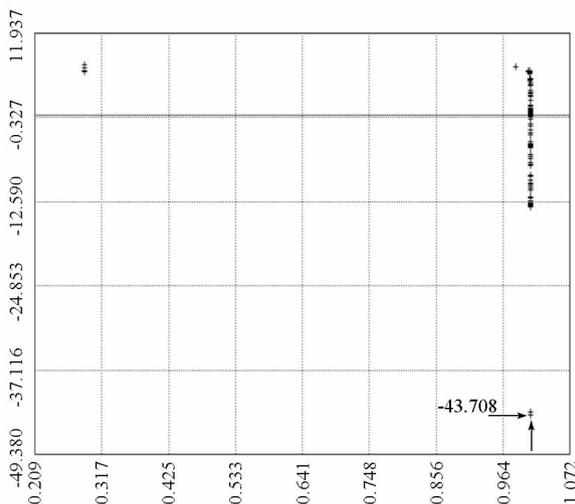


图 5 本文方法的输出结果分布图
(测试函数为 ZDT6)

Fig. 5 Test on function ZDT6 with the proposed algorithm

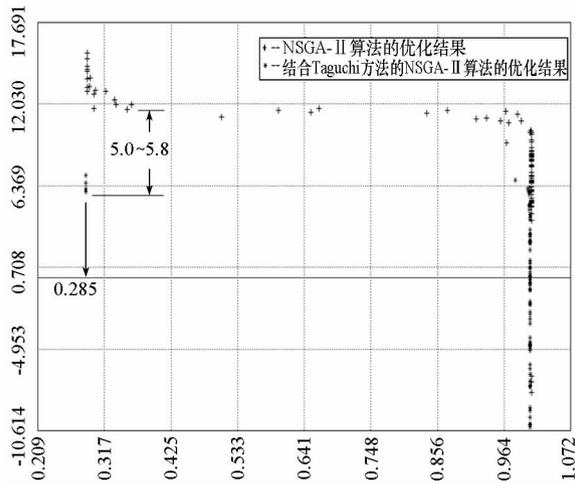


图 6 两种算法输出结果的分布图
(测试函数为 ZDT6)

Fig. 6 Test on function ZDT6 with NSGA-II and the proposed algorithm

在图 4、图 5 的右下角,用箭头标识出了输出结果的第 2 个分量: NSGA-II 算法的优化结果可以达到 -8.062 , 见图 4, 而本文方法则可以使优化结果达到 -43.708 , 见图 5, 是前者的近 4 倍, 差异十分显著。在箭头标识的位置处, 各算法优化结果第 1 个分量的取值相近, 所以这里只对比优化结果的第 2 个分量。

图 6 的左上角用箭头标识出了输出结果的第 2 个分量: 本文方法的优化结果比 NSGA-II 算法的要好 $5.0 \sim 5.8$ (此时的横轴坐标为 0.285), 是 NSGA-II 算法优化结果的一半左右, 两者差异也十分显著。

4 结论

为提高 NSGA-II 算法的优化能力, 本文用 Taguchi 方法改造 NSGA-II 算法的交叉操作和变异操作, 实验验证了本文所提方法的有效性。本文方法的关键是设计了一个标量形式的距离指标, 从而使 Taguchi 方法在多目标算法 NSGA-II 中的应用变得可行。

总的来看, 实验设计方法应用于优化算法的方式有两类: 第一类是用实验设计方法为优化算法找到恰当的算法参数^[10-11], 例如为遗传算法确定合适的种群规模、交叉概率和变异概率等, 这使研究人员不必再凭经验来设置算法参数, 但实验设计方法并未参与优化算法的任何处理过程; 第二类是与优化算法的处理流程相结合, 达到提高优化算法性能的目的^[5-6], 本文方法就属于这一类。实际的应用问题往往是多目标的, 对多目标优化算法的改进将很好地促进多目标优化算法的各种应用。

本文方法存在计算复杂度过高的问题。若多目标优化问题的决策变量规模比较庞大, 直接用正交阵来构造实验方案存在本质上的困难, 因为实验方案数目会随着决策变量数量的增加而迅速增长, 导致方法不可行。此时, 一个可能的方法是用均匀设计方法代替正交阵, 以此控制实验方案数量, 从而克服计算复杂度过高的问题。

文献[15]提出了类似的算法, 这里未与该方法进行对比。文献[15]提出了用于超高维函数优化的多智能体遗传算法, 该方法也在算法流程内使用了正交阵方法。未与该方法进行对比的主要原因是: 该方法还使用了“邻域竞争算子”和“自学习算子”, 此类算子对算法性能的影响比较显著, 难于单独分析正交阵方法对算法性能的贡献; 另外, 本文基于 Taguchi 方法改造交叉操作和

变异操作,是该文献未涉及的内容。

本文方法仅在实数型测试函数的对比实验中效果显著,但对布尔型或整数型测试函数的实验中却观察不到如此显著的效果(限于篇幅未列出)。本文方法对实数型测试函数效果显著的主要原因可能在于改善了算法的精细搜索能力,而当测试函数具有布尔型或整型的决策变量时,决策变量表现为离散的点,原算法对离散点已经具备足够的搜索能力,本文所作改进对算法精细搜索能力的贡献不大。当然,算法参数的设置也可能影响算法性能^[14]。这些可能性都有待于进一步的实验来验证。

参考文献:

- [1] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182 - 197.
- [2] González J, Rojas L, Ortega J, et al. Multiobjective Evolutionary Optimization of the Size, Shape, and Position Parameters of Radial Basis Function Networks for Function Approximation [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2003, 14(6): 1478 - 1494.
- [3] Ngatchou P N, Fox W L J, et al. Multiobjective Multistatic Sonar Sensor Placement [C]// 2006 IEEE Congress on Evolutionary Computations Sheraton Vancouver Wall Centre Hotel, Vancouver, BC, Canada July 16 - 21, 2006: 2713 - 2719.
- [4] Shin S Y, Lee I H, Kim D, et al. Multiobjective Evolutionary Optimization of DNA Sequences for Reliable DNA Computing [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2005, 9(2): 143.
- [5] Leung Y W, Wang Y P. An Orthogonal Genetic Algorithm with Quantization for Global Numerical Optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computations, 2001, 5(1): 41 - 53.
- [6] Tsai J T, Liu T K, et al. Hybrid Taguchi-genetic Algorithm for Global Numerical Optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(4): 365 - 377.
- [7] Ramberg J S, Sanchez S M, Sanchez P J, et al. Designing Simulation Experiments: Taguchi Methods and Response Surface Metamodels [C]//Proceedings of the 1991 Winter Simulation Conference, Institute of Electrical and Electronic Engineers: Piscataway, NJ, :167 - 176.
- [8] Mistree F, Lautenschlager U, Erikstad S O, et al. Simulation Reduction Using the Taguchi Method [R]. NASA Contractor Report 4542, Contract Hag 9 - 616, 1993.
- [9] Kim E H. Optimal Design of Radial Basis Function Using the Taguchi Method [R]. Micromechatronics & Systemdynamics Laboratory. 2005. 06. 28(20043123).
- [10] Younes M, Rahli M. On the Choice Genetic Parameters with Taguchi Method Applied in Economic Power Dispatch [J]. Leonardo Journal of Sciences. 2006(9): 9 - 24.
- [11] Arun K, Shakti K, Aggarwal K K. Identification of Strategy Parameters for Particle Swarm Optimizer Through Taguchi Method [J]. Zhejiang University Science A, 2006. 7(12): 1989 - 1994.
- [12] Singh H, Kumar P. Optimizing Feed Force for Turned Parts Through the Taguchi [J]. India Technique S-adhan-a 2006 31: 671 - 681.
- [13] 唐政元,彭乾欽. 使用田口方法在多目标演化式演算法之研究[C]//2006 数位科技与创新管理国际研讨会,华梵大学,台北,台湾 2006. 04. 01: 728 - 737.
- [14] Zitzler E, Thiele L, Laumanns M, et al. Performance Assessment of Multiobjective Optimizers: An Analysis and Review [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2003, 7(2): 117 - 132 .
- [15] 焦李成,刘静,钟伟才.《协同进化计算与多智能体系统》[M]. 北京: 科学出版社, 2006:165 - 171.