

MgSO₄ 弛豫吸收对水下强声波脉冲传播的影响分析*

张军, 曾新吾, 王一博, 陈聃

(国防科技大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:对水下等离子体放电强声波脉冲实验测量波形进行 FFT 变换发现,其能量主要集中在 100kHz 以下的频段内,在这个频段内,海水中存在的一种盐类——MgSO₄ (硫酸镁)化学弛豫会造成声波的逾量吸收。本文从包含海水中 MgSO₄ 弛豫吸收的修正物质状态方程出发,推导了强声波脉冲传播的新的波动方程,并结合具体的数值算法,对强声波脉冲的传播进行了数值模拟,分析了 MgSO₄ 弛豫吸收对脉冲波形的传播及频谱的影响。研究表明,MgSO₄ 弛豫吸收对陡峭的冲击脉冲波形具有平滑和展宽作用,使得脉冲的能量更靠近低频。这种效应与球面波阵面的几何扩散相结合,造成了强声波脉冲能量的逾量损失。

关键词:强声波脉冲; MgSO₄; 弛豫吸收

中图分类号: TN52 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2012)01-0019-05

Analysis of the effects of MgSO₄ relaxation on the propagation of underwater intensive acoustic pulse

ZHANG Jun, ZENG Xinwu, WANG Yibo, CHEN Dan

(College of Opto-electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Based on the spectrum analysis of the experimental intensive acoustic pulse waveform using FFT, the current research found that the dominating energy of the spectrum is below 100 kHz. It is well known that one of the chemical compositions in sea water, MgSO₄, will cause excessive absorption of acoustic energy due to its chemical relaxation. Starting from a modified equation of state, with special consideration of the relaxation absorption of MgSO₄ in seawater, a new wave propagation equation of intensive acoustic pulse was deduced. Combined with the numerical algorithm, the propagation process of the pulse was simulated and the effects of MgSO₄ relaxation on waveform and spectrum were analyzed. The results indicate that relaxation process will flatten and smooth the steep pulse waveform, and reduce the acoustic energy to low frequency end. The chemical relaxation effects will cause extra loss of the pulse energy, in addition to the geometric spreading effects of pulse wavefront.

Key words: intensive acoustic pulse; MgSO₄; relaxation absorption

水下等离子体声源是一种新的强声源,它利用水的液电效应,通过电容储能高压脉冲放电的方式产生高强度的声波脉冲。在典型的工况下,该声源可以达到的初始声压幅值高于 1MPa (240dB ref 1μPa at 1m),脉冲宽度在 μs 的量级上^[1]。与传统的压电陶瓷类换能器和爆炸式声源相比,水下等离子体声源具有脉冲波形参数可调、使用寿命高、对水下生物环境破坏小等特点。目前,该声源技术主要应用于医用冲击波碎石,海底地质测量,声呐超远程探测及水下安保中的目标处置^[2-4]等方面。通过对强声波脉冲实验波形进行 FFT 变换,可以发现其能量主要集中在 100kHz 以下的频段内(图 1)。我们知道,在这个频段内海水中一种盐类——MgSO₄ (硫酸镁)的化

学弛豫会造成声波的逾量吸收^[5]。

在不加反射罩的情况下,从放电电极发出的强声波脉冲在传播过程中波阵面呈球面几何扩散。本文在球面波非线性声波方程——Burgers 方程的基础之上,通过对物态方程的修正引入了 MgSO₄ 化学弛豫吸收项,建立了强声波脉冲的新的时域传播模型,并通过数值模拟分析了 MgSO₄ 化学弛豫对能量主要集中在 100kHz 以下强声波脉冲传播及其频谱的影响。

1 理论模型

在均匀流体介质中,轴对称条件下球面有限振幅波的传播可以通过量纲归一化形式的 Burgers 方程来表示^[6]:

* 收稿日期:2011-11-28

基金项目:国家部委资助项目

作者简介:张军(1983-),男,四川简阳人,博士研究生,E-mail:zjun_nudt@sina.com;

曾新吾(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:x.w.zeng@139.com

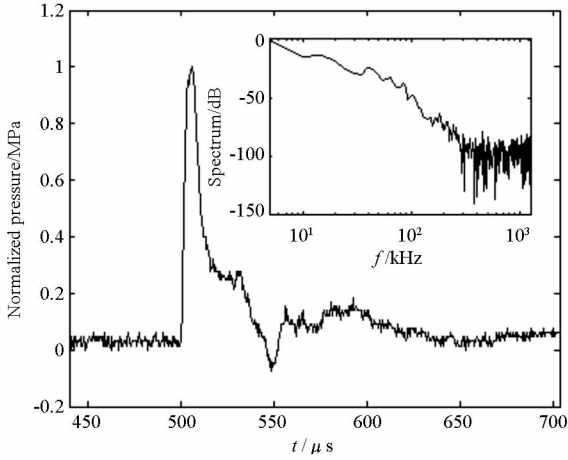


图 1 典型工况下,实验测量的归一化强声波脉冲波形和功率谱

Fig. 1 Typical experimental intensive acoustic pulse and its power spectrum

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = -\frac{1}{\sigma}P + P \frac{\partial P}{\partial \tau} + \frac{1}{\Gamma} \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2} \quad (1)$$

其中:

$$\begin{aligned} P &= p/p_0 \\ \sigma &= z/z_s \\ \Gamma &= l_b/z_s \\ \tau &= \omega_0 t' \end{aligned}$$

p 代表入射声波的压力, p_0 为初始压力, ρ_0 为流体的密度, c_0 为小振幅波的声速, β 为介质的非线性系数(水中约为 3.5), b 为声波粘热耗散系数, z 为轴向距离, $t' = t - z/c_0$ 为脉冲到达的延迟时间, ω_0 为脉冲的中心频率。 $z_s = \rho_0 c_0^3 / \beta \rho_0 \omega_0$ 代表平面谐波的冲击波形成距离, $l_b = b \omega_0^2 / 2 \rho_0 c_0^2$ 代表粘热吸收距离。

上式右端分别代表球面波扩散,非线性效应和介质的粘热吸收效应。

为考虑 $MgSO_4$ 的化学弛豫效应,我们定义海水的反应速率方程为

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\frac{\zeta - \zeta_0}{\tau_r} \quad (2)$$

其中, ζ 表示海水溶液 ($MgSO_4$) 的浓度;

ζ_0 表示反应平衡态的值;

τ_r 表示弛豫时间。

同时,我们认为强声波压力 p 是介质密度 ρ , 熵 s 和化学反应浓度 ζ 的状态变量 $p = p(\rho, s, \zeta)$, 将 p 在反应平衡态 (ρ_0, s_0, ζ_0) 附近通过 Taylor 展开。

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s_0, \zeta_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{s_0, \zeta_0} (\rho - \rho_0)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_{\rho_0, \zeta_0} (s - s_0) + \left(\frac{\partial p}{\partial \zeta}\right)_{s_0, \rho_0} (\zeta - \zeta_0) \end{aligned} \quad (3)$$

上式右端包含前四项的物态方程形式是已经熟知的^[7],即

$$p' = c_0^2 \rho' + \frac{c_0^2 B}{\rho_0 2A} \rho'^2 + \kappa \left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p}\right) \frac{d\rho'}{dt} \quad (4)$$

式中,上标代表物理量的扰动量;

c_0 为反应平衡态声速;

B/A 表示介质的非线性参量;

κ 为热传导系数;

C_v 和 C_p 分别表示定容比热和定压比热。

容易知道,反应平衡态浓度 $\zeta_0(\rho)$ 是密度的函数,将 $(\partial p / \partial \rho)_{s_0, \zeta_0}$ 在静止平衡态 ζ_{00} (无声波扰动)附近展开:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s_0, \zeta_0} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s_0, \zeta_{00}} + \left(\frac{\partial p}{\partial \zeta}\right)_{s_0, \rho_0} \frac{\partial \zeta_0}{\partial \rho} \quad (5)$$

定义 $(\partial p / \partial \rho)_{s_0, \zeta_{00}} = c_\infty^2$ 为弛豫时间 $\omega \tau_r \rightarrow \infty$ 时的声速,将上式代入(3)式并对时间 t 求导可以消去 ζ_0 ,再利用化学反应速率方程(2)可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial t} &= c_\infty^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{c_0^2 B}{\rho_0 A} \frac{\partial \rho'^2}{\partial t} + \\ &+ \kappa \left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p}\right) \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial p}{\partial \zeta}\right)_{s_0, \rho_0} \frac{\zeta - \zeta_0}{\tau_r} \end{aligned} \quad (6)$$

将(3)式两端除以 τ_r 并与(6)式相加,通过代数运算化简可以得到

$$\begin{aligned} p' &= c_0^2 \rho' + \frac{c_0^2 B}{\rho_0 2A} \rho'^2 + \kappa \left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p}\right) \frac{\partial \rho'}{\partial t} \\ &+ m_r c_0^2 \frac{\tau_r \frac{\partial \rho'}{\partial t}}{1 + \tau_r \frac{\partial \rho'}{\partial t}} \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $m_r = (c_\infty^2 - c_0^2) / c_0^2$ 为弛豫吸收所引起的相对声速改变。

(7)式即为包含了弛豫吸收效应的修正的海水状态方程,结合流体力学的连续性方程和运动方程

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}), \\ \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla p + (\zeta + 2\eta) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \end{cases} \quad (8)$$

式中, ζ 和 η 表示切变和容变粘滞吸收系数。对于均匀无旋流体,可以得到轴对称条件下包含 $MgSO_4$ 弛豫吸收效应的量纲归一化形式的时域非线性传播方程(物理量保留至二阶量)

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = -\frac{P}{\sigma} + P \frac{\partial P}{\partial \tau} + \frac{1}{\Gamma} \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2} + D_r \frac{\partial^2 P}{\partial \tau^2} \frac{1 + \theta_r \frac{\partial P}{\partial \tau}}{\partial \tau} \quad (9)$$

(9)式右端第4项即为包含了化学弛豫吸收效应的声传播项。其中, $D_r = m_r \tau_r \omega_0^2 z_s / 2c_0$, $\theta_r = \omega_0 \tau_r$, 其他参数的含义和(1)式相同。

2 数值方法

时域强声波脉冲非线性传播方程(9)可以表示为如下算子叠加的形式:

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = \sum_{j=1}^4 \hat{L}_j \cdot P \quad (10)$$

上式左端代表脉冲波形的传播,右端代表影响传播的各种效应。

在足够小的空间步长 $\Delta\sigma$ ($< 10^{-3}$) 下,利用一阶算子分离方法(Operator Splitting Method)将(10)式右端影响脉冲波传播的各种效应分离,可以得到包含单个传播效应的算子方程 $\partial P / \partial \sigma = \hat{L}_j P$ (与(9)式右端对应 $j = 1, 2, 3, 4$)。在数值计算过程中,让初始压力 P 依次通过各个算子方程,计算完一个步长 $\Delta\sigma$ 内的传播之后,再进行下一次的循环,直至到达空间距离上的目标点。据 Hamilton^[8],一阶算子分离方法的误差约与 $(\Delta\sigma)^{1.3}$ 成正比。

2.1 粘热吸收项和 MgSO₄ 弛豫吸收项

由于粘热吸收项方程和 MgSO₄ 弛豫吸收项方程都包含了时间的二阶导数,所以它们的求解方法基本相同。我们用 Crank-Nicolson 方法对(10)式的相应项($j = 3, 4$)分别进行 FDTD 离散,可以得到相邻空间步长 σ_k 和 σ_{k+1} 之间的矩阵方程:

$$AP^{k+1} = BP^k \quad (11)$$

$$P^k = [P_1^k \quad P_2^k \quad \dots \quad P_{M-1}^k \quad P_M^k]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & & \\ -(r+q) & (1+2r) & & -(r-q) & \\ & \ddots & & \ddots & \\ & & -(r+q) & (1+2r) & -(r-q) \\ & & & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & & \\ (r-q) & (1-2r) & & (r+q) & \\ & \ddots & & \ddots & \\ & & (r-q) & (1-2r) & (r+q) \\ & & & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中, M 代表强声脉冲波形的时间采样点总数。对于粘热吸收项方程, $r = \Delta\sigma / 2\Gamma (\Delta\tau)^2$, $q = 0$ 。对于弛豫吸收项方程, $r = D_r \theta_r / 2 (\Delta\tau)^2$, $q = \theta_r / 2\Delta\tau$ 。

可以发现, A, B 为三对角矩阵, (11)式可用

追赶法(Thomas Method)进行求解。

2.2 非线性项和几何扩散项

本文对非线性畸变项的算子方程($j = 2$)采用 Poisson 方法进行隐式迭代求解:

$$P(\sigma + \Delta\sigma, \tau) = P(\sigma, \tau + P\Delta\sigma) \quad (12)$$

即对于相邻的空间步长 k 和 $k + 1$ 可以通过畸变时间 τ^d 相联系

$$\tau_M^d = \tau_M - P_M^k \Delta\sigma \quad (13)$$

在空间距离 $\sigma_k + \Delta\sigma$ 处 τ_i^d 时刻的脉冲压力与 σ_k 处 τ_i 时刻的脉冲压力相同,为了避免多值波形的产生,空间步长与时间步长之间应满足关系 $\Delta\sigma < 1 / \max(\Delta P / \Delta\tau)$ 。为了使畸变时间步长与原始采样时间步长(算法一致性的要求)相同,需要进行插值(本文使用线性插值)。

对几何扩散项的算子方程($j = 1$),可以通过解析求解:

$$P^{k+1} = \frac{\sigma}{\sigma + \Delta\sigma} P^k \quad (14)$$

3 计算结果与分析

将图 1 所示的实验测量脉冲波形进行滤波和分段高斯加权拟合,可以得到输入脉冲波形,将其代入(10)式进行数值计算。

根据 Ainslie 和 McColm 的经验公式^[9],取 6°C 时海水中 MgSO₄ 的弛豫频率为 59.8 kHz,海水的非线性参量为 5.25,强声波脉冲的初始压力幅值为 10 MPa,波形的采样间隔为 4×10^{-7} s,采样点数为 512,脉冲中心频率为 10.5 kHz,无量纲参量 $m_r = 0.01$, $\Gamma = 1.0$ 。数值计算所取时间步长为脉冲的采样间隔,空间步长 $\Delta\sigma = 10^{-4}$ (时间步长之间应满足 2.2 中的关系),得到的结果如图 2 所示。

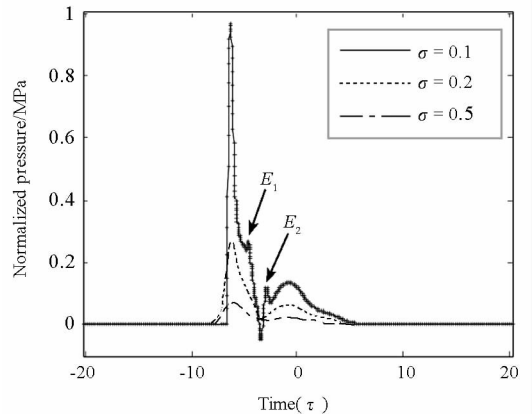


图 2 不同传播距离处的强声波脉冲波形 ($\sigma < 1.0$)
Fig. 2 Intensive acoustic pulse before shock formation distance ($\sigma < 1.0$)

图 2 表示平面波冲击波形成距离之前 ($\sigma < 1.0$) 强声波脉冲波形随传播距离的变化情况,其中加“+”标记的曲线表示包含了 $MgSO_4$ 弛豫吸收项和粘热吸收项的结果,不加“+”的曲线表示只包含粘热吸收项的结果。

图 2 表明,强声波脉冲传播过程中,在球面扩散、非线性、粘热和 $MgSO_4$ 弛豫吸收效应的共同作用下,脉冲的正压和负压幅值都不断降低,脉冲宽度逐渐增加,波形中的陡峭部分变得平滑(小的凸起 E_1 和 E_2 在传播过程中消失)。值得注意的是,在近距离内的脉冲压力幅值的衰减已明显大于单一的球面波扩散,主要原因在于强声波脉冲具有的陡峭前沿(压力对时间的导数很大)使得吸收造成的脉冲压力幅值减小很大(与压力对时间的二次导数成正比)。然而,在近距离内 $MgSO_4$ 弛豫吸收相对于单一的粘热吸收对脉冲波形的影响并不明显(图 2 中 3 组曲线几乎完全重叠)。

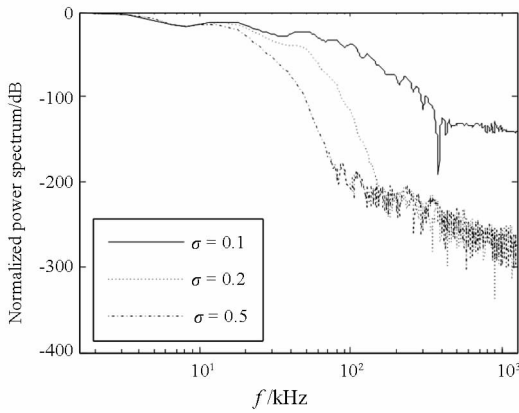


图 3 不同传播距离处的强声波脉冲功率谱 ($\sigma < 1.0$)
Fig. 3 Intensive acoustic pulse power spectrum ($\sigma < 1.0$)

分析强声波脉冲频域的功率谱(图 3)可以发现,随传播距离增加,其能量不断向低频转移。频域往低频移动对应时域波形的展宽,在物理原理上,这主要是由于在 $MgSO_4$ 弛豫和粘热吸收的共同作用下,通过非线性效应从脉冲基波分离出的高频部分能量很快被吸收而损耗掉。此时,海水起到了一个等效低通滤波器的作用,即允许脉冲低频部分的能量通过,而阻止高频部分的能量通过。同时注意到,在较远距离处 ($\sigma > 0.2$),高频部分 ($> 200kHz$) 的能量已经很微弱,在功率谱上已经看不出明显的差别。

在冲击波形成距离之后 ($\sigma > 1.0$),我们计算了单一粘热吸收和存在 $MgSO_4$ 弛豫吸收两种情况下的不同距离处的强声波脉冲波形,结果如图 4 和图 5 所示。

图 4 和图 5 是冲击波形成距离之后 ($\sigma \geq 1.0$) 的强声波脉冲波形和功率谱,加粗的曲线是存在 $MgSO_4$ 弛豫和粘热吸收的结果。分析结果可以发现,随着传播距离的继续增加, $MgSO_4$ 弛豫和粘热吸收的共同作用使得声衰减明显大于单一的粘热吸收,这种差别主要体现在脉冲波形的下降段(上升段的时间很短,脉冲感受不到 $MgSO_4$ 的逾量吸收)。在两种吸收项效应的平滑作用下,陡峭的脉冲的时域波形逐渐趋于正弦谐波(从频域的结果也可以看出, $\sigma = 5.0$ 处脉冲高频部分的功率谱具有谐波的特点)。同样,在相对高频 ($> 40kHz$) 部分,由于能量很小,不同距离处的脉冲功率谱重叠在一起。

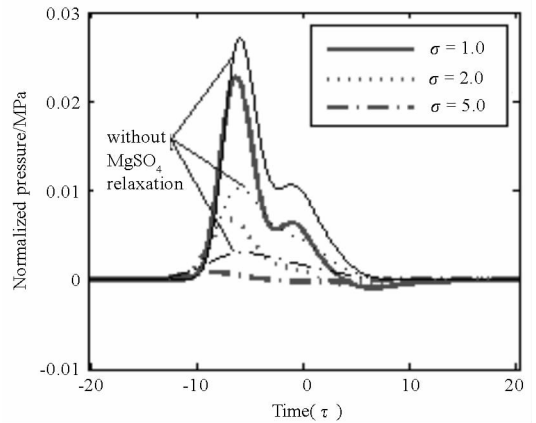


图 4 不同传播距离处的强声波脉冲波形 ($\sigma > 1.0$)
Fig. 4 Intensive acoustic pulse waveform after shock formation distance ($\sigma > 1.0$)

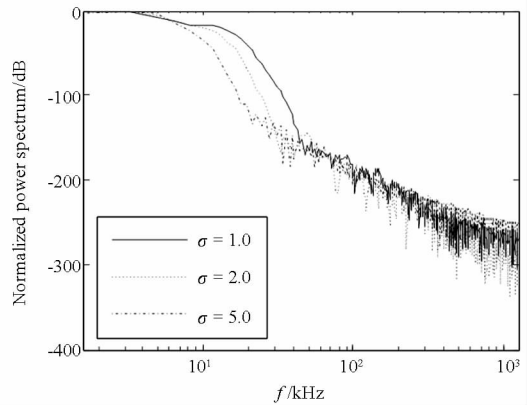


图 5 不同传播距离处的强声波脉冲功率谱 ($\sigma > 1.0$)
Fig. 5 Intensive acoustic pulse power spectrum after shock formation distance ($\sigma > 1.0$)

4 结 论

本文在球面波 Burgers 方程的基础之上,通过对物态方程的修正,在强声波脉冲的时域非线性传播方程中引入了 $MgSO_4$ 弛豫吸收项。通过具体的数值计算方法,模拟并分析了海水中 $MgSO_4$ 的化学弛豫吸收对能量主要集中在 $100kHz$ 以下

强声波脉冲传播及其频谱的影响。研究结果表明,介质的吸收效应对脉冲波形具有平滑和展宽作用,并使得脉冲能量向低频端靠近。随传播距离增加,MgSO₄弛豫吸收会造成强声波脉冲能量的逾量耗散。本文的研究结果在一定程度上为声源的发射提供了理论指导。

参考文献 (References)

- [1] 李宁,陈建峰,黄建国,等. 各种水下声源的发声机理及其特性[J]. 应用声学, 2009, 28: 241-248.
LI Ning, CHEN Jianfeng, HUANG Jianguo, et al. Sounding mechanisms and characteristics of various underwater sound sources [J]. Applied Acoustics, 2009, 28: 241-248. (in Chinese)
- [2] 张军,曾新吾,张振福,等. 强声波脉冲在水下目标处置中的应用[C]//全国第一届水下安保技术学术会议论文集. 北京:Scientific Research, 2011: 194-197.
ZHANG Jun, ZENG Xinwu, ZHANG Zhenfu, et al. Application of intensive acoustic pulse in underwater target disposal [C]// The Proceeding of the First National Conference on Underwater Security and Technology. Beijing, April 22-24, 2011. Beijing: Scientific Research, 2011: 194-197.

(上接第3页)

参考文献 (References)

- [1] Dudley J M, Genty G, Coen S. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber [J]. Rev. Mod. Phys., 2006, 78(4): 1135-1184.
- [2] Russell P. Photonic crystal fibers [J]. Science, 2003, 299(5605): 358-1184.
- [3] Knight J C. Photonic crystal fibres [J]. Nature, 2003, 424(6950): 847-851.
- [4] Travers J C, Rulkov A B, Cumberland B A, et al. Visible supercontinuum generation in photonic crystal fibers with a 400W continuous wave fiber laser [J]. Opt. Express, 2008, 16(19): 14435-14447.
- [5] Guo C, Ruan S, Yan P, et al. Flat supercontinuum generation in cascaded fibers pumped by a continuous wave laser [J]. Opt. Express, 2010, 18(11): 11046-11051.
- [6] Chen K K, Alam S, Price J H V, et al. Picosecond fiber MOPA pumped supercontinuum source with 39W output power [J]. Opt. Express, 2010, 18(16): 5426-5432.

(in Chinese)

- [3] Zhang J, Zeng X W, Wang Y B, et al. Numerical simulation of the buried object detection based on underwater plasma acoustic source [J]. Applied Mechanics and Material, 2012, 105: 80-83.
- [4] Zhang J, Zeng X W, Wang Y B, et al. Opto-spectrum measurement and analysis of underwater plasma acoustic source pulse discharge [J]. Applied Mechanics and Material, 2012, 107: 1872-1875.
- [5] Urlick R J. Sound propagation in the sea [R]. DARPA. 1979: Chp. 4.
- [6] 钱祖文. 非线性声学 [M]. 2版. 北京:科学出版社, 2009: Chp. 5.
QIAN Zuwen. Nonlinear acoustics [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2009: Chp. 5.
- [7] Hamilton M F, Blackstock D T. Nonlinear acoustics [M]. Academic Press, 1997: Chp. 3.
- [8] Lee Y S, Hamilton M F. Time domain modeling of pulsed finite amplitude sound beams [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1995, 97(2): 906-917.
- [9] Ainslie M A, McCollm J G. A simplified formula for viscous and chemical absorption in sea water [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1998, 103(3): 1671-1672.
- [7] Chen H W, Chen S P, Hou J. 7W All Fiber Supercontinuum Source [J]. Laser Phys., 2011, 21(1): 191-193.
- [8] 方晓惠,王清月,刘俊杰,等. 3.95W 高功率超连续光谱产生的实验研究 [J]. 中国激光, 2010, 37(6): 1585-1588.
FANG Xiaohui, WANG Qingyue, LIU Junjie, et al. Experimental research on the 3.95W high power supercontinuum generation [J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(6): 1585-1588. (in Chinese)
- [9] Chen S P, Chen H W, Hou J, et al. 100W all fiber picosecond MOPA laser [J]. Opt. Express, 2009, 17(26): 24008-24012.
- [10] 陈胜平, 谌鸿伟, 侯静, 等. 30W 皮秒脉冲光纤激光器及高功率超连续谱的产生 [J]. 中国激光, 2010, 37(8): 1943-1949.
CHEN Shengping, CHEN Hongwei, HOU Jing, et al. 30W picosecond pulsed fiber laser and high power supercontinuum generation [J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(8): 1943-1949. (in Chinese)
- [11] Chen Z, Xiong C, Xiao L M, et al. More than threefold expansion of highly nonlinear photonic crystal fiber cores for low-loss fusion splicing [J]. Opt. Lett., 2009, 34: 2240-2245.