

# 无人飞行器 Ad Hoc 网络中容错节点移动控制算法\*

陈凌<sup>1</sup>, 梁加红<sup>1</sup>, 胡志伟<sup>1</sup>, 吴冰<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073;  
2. 防化研究院, 北京 102205)

**摘要:**针对无人飞行器 Ad Hoc 网络的容错设计需求, 基于 UAV 节点的可控移动特性, 提出了一种基于强化边启发的节点移动控制算法。首先采用文化基因算法对给定通信网络对应的拓扑图进行搜索, 求解使图获取顶点 2-连通属性所需新增的最小成本强化边组合。以强化边为启发, 将连接的节点移动到彼此通信范围内来实现强化边, 同时以这些节点为 leader, 采用基于一致性算法的 leader-follower 控制算法移动其他关联节点, 使变化后的网络为顶点 2-连通, 从而实现网络容错。仿真实验结果表明算法的可行性与有效性, 节点总的移动距离少于用于对比的块移动算法和紧缩算法。

**关键词:**无人飞行器 Ad Hoc 网络; 容错; 文化基因算法; 顶点 2-连通; 一致性算法

**中图分类号:**TP393 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2012)01-0058-05

## Movement control algorithm of fault-tolerant UAVs Ad Hoc networks

CHEN Ling<sup>1</sup>, LIANG Jiahong<sup>1</sup>, HU Zhiwei<sup>1</sup>, WU Bing<sup>2</sup>

(1. College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;  
2. The Research Institute of Chemical Defense, Beijing 102205, China)

**Abstract:** Based on the controlled mobility of UAV, an augmentation edge heuristic node movement control algorithm is proposed for the realization of the fault tolerant UAVs Ad Hoc networks. Memetic algorithm was developed to get a cheapest possible set of additional edges which make the given communication topology graph vertex-biconnected. With the augmentation edges as heuristics, the vertexes which the edges connected move towards each other to establish edges, the related nodes also move as the follower with the leader-follower movement control algorithm based on the consensus algorithm. After nodes moved, the changed network becomes vertex-biconnected so that the fault tolerant configuration is achieved. The simulation experiment results show that the proposed algorithm is effective, and the total distance metric is improved by comparison with the block movement algorithm and the contraction algorithm.

**Key words:** UAVs Ad Hoc networks; fault tolerant; memetic algorithm; vertex-biconnectivity; consensus algorithm

无人飞行器具有结构简单、造价低廉和人员零伤亡等优点, 在军事领域发挥着重要作用。多架无人飞行器组成的 UAVs Ad Hoc 通信网络不需要预先搭建通信基础设施, 改变了以控制基站为中心的星形网络结构, 多点中继的通信模式突破了以往飞行器只能在基站通信范围内工作的局限, 有效地扩展了侦察作战距离和战场监视范围。在复杂战场环境中, UAVs Ad Hoc 网络生存能力至关重要。当 UAV 节点失效时, 通过节点转发的信息就会丢失, 包含节点的路由也因此中断, 网络延迟增大。当任意两个节点间都有 2 条顶点不相交的路径时, 称为顶点 2-连通, 即任意一个节点失效后网络仍然连通, 这样的网络就具备了容错

性, 因此顶点 2-连通是网络容错设计的基本目标<sup>[1]</sup>。本文研究如何以最小移动代价使 UAVs Ad Hoc 网络获取顶点 2-连通属性, 描述为一个约束优化问题: 给定简单连通 UAVs Ad Hoc 网络, 采用节点移动方式改变网络拓扑, 使网络为顶点 2-连通。优化目标为确定节点移动策略, 使得节点总的移动距离最短, 且在节点移动过程中网络保持连通。为简化描述, 文中 2-连通指顶点 2-连通。

### 1 相关工作与算法基本框架

Ad Hoc 网络中实现 2-连通主要有几种方式: 调整节点发射功率、增加中继节点和节点移

\* 收稿日期: 2011-05-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61070141); 航天支撑技术基金资助项目(2010-HT-GFKD)

作者简介: 陈凌(1977-), 男, 湖南永州人, 博士研究生, E-mail: llcl1105@163.com;

梁加红(通信作者), 男, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: liangjiahong@nudt.edu.cn

动。在无线传感器网络中常采用调整节点发射功率的方法,改变节点间的边实现网络 2-连通,优化目标常为最小化发射功率或最大化生命周期<sup>[2]</sup>。当调整成本过高或不易实现时,可通过增加中继节点来连通分割的节点,转化为带权重的 steiner 树问题,以求得网络 2-连通所需的最少中继节点数量<sup>[3]</sup>。这两种方法通常假设节点不可控,而在 UAVs Ad Hoc 网络中,可充分利用节点可控移动性。Prithwish 最早利用节点移动方法实现机器人网络容错,提出了集中式迭代块移动算法<sup>[4]</sup>。用块树表示网络图,顶点数量最多的块为根节点,叶节点以整块方式向其上游节点移动,以此来消除割点,实现 2-连通,可视以为以某种形式参考点为中心的紧缩算法<sup>[5]</sup>。这类方法移动节点数量多、距离较长。Shantanu 提出了分布式割点检测算法和局部节点移动算法<sup>[6]</sup>,由于 2-连通的全局特性本质,检测算法有较高错误率。Liu 利用虚拟力移动节点形成等边三角形正则网络实现 2-连通<sup>[7]</sup>,但节点移动距离长,正则网络也限制了任务多样性。

假设有中心基站可获取全局信息并集中控制,考虑同构网络,节点使用全向天线,最大通信距离  $R$ ,通信范围内节点间有双向通信。给定 UAVs Ad Hoc 网络,可用单位圆图 (unit disk graph)<sup>[8]</sup>来表示:顶点  $v \in V$  对应 UAV 节点,顶点间距离小于  $R$  有边  $e \in E_0$  连接,对应节点间双向通信,顶点和边组成无向图  $G_0 = (V, E_0)$ 。网络容错设计转化为基于节点移动的最短移动距离 2-连通图强化问题 (Mobility Based min-total-distance Vertex Biconnectivity Augmentation problem for Graph, MBV2AUG)。在运动控制中,按行文习惯称 UAV 为节点,用图论来描述网络拓扑时则称为顶点,在不产生混淆时,节点与顶点通用。

MBV2AUG 是开放问题,其 NP 完全性还没有得到证明<sup>[4]</sup>。本文没有寻找求得确切解的多项式时间算法,而是研究了近似算法。受文献<sup>[4]</sup>启发,仍以块移动方式消除割点,但并不是移动所有节点数量少的块。为了选择需要移动的块和节点,借鉴了最小成本 2-连通图强化问题<sup>[9]</sup>。基于“强化边”,将相关联的节点相向移动实现强化边,以此来获取 2-连通,这样带有启发的节点移动算法较之紧缩算法可明显缩短节点移动距离。基于这个思路,本文提出了基于强化边启发的节点移动算法,算法分为两个阶段:第一阶段求解最小成本 2-连通图强化问题 (min-cost Vertex Biconnectivity Augmentation problem for Graph,

V2AUG),此时节点不移动,仅计算初始图获取 2-连通需新增的强化边;第二阶段求解以强化边为启发的最短距离节点移动问题 (augmentation Edge Heuristic min-total-distance Node Movement problem, EHNM),此阶段根据强化边的信息,选择并移动所需的块和节点,使移动后的图为 2-连通。

V2AUG 定义为:给定简单连通图  $G_0 = (V, E_0)$  和完全图  $G = (V, E)$ ,边集  $E_a = E \setminus E_0$  表示所有可用于增强图连通属性的边集合,称为强化边集。每条强化边都有大于零的成本,文中设定为该边连接的 2 个顶点的欧氏距离减去节点最大通信距离,表示 2 个顶点建立边时需要移动的距离。优化目标为确定强化边子集  $E_s \subseteq E_a$ ,使强化图  $G_s = (V, E_0 \cup E_s)$  为 2-连通,且强化边总成本和最小。

EHNM 的定义为:以 V2AUG 问题解中的强化边为启发,移动图中的部分节点,使移动后的图为 2-连通。优化目标为节点总的移动距离最短,约束条件为移动过程中节点所属块保持连通。

第一个问题是 NP 难题<sup>[9]</sup>,文中采用文化基因算法 (Memetic Algorithm, MA) 进行求解。基于 MA 框架,针对问题具体特点设计了全局进化策略和局部优化方法,搜索强化边组合用于启发节点移动。对于第二个问题,将强化边相连节点移动到彼此通信范围内以实现强化边,同时以这些节点为 leader,采用基于一致性算法的 leader-follower 控制算法移动块内关联节点,移动过程中节点始终连通原有邻居,不破坏块内连通性,使变化后网络为顶点 2-连通。

## 2 初始图的简化与强化边的裁剪

块树是对初始图的一种简洁的描述形式,其中割点的删除直接导致块树的分割,通过消除割点的影响来获取 2-连通是一种直观有效的思路。文中采用了改进的块树 (block tree)<sup>[10]</sup>对初始图进行简化描述。给定简单连通初始图  $G_0 = (V, E_0)$ ,可用无向块树  $T_0 = (V_T, E_T)$  来表示,如图 1(c) 中顶点和实线组成的树。块树包含 2 类顶点:一类是割点 (cut-vertex),  $v_c \in V_T$ ; 另一类是块点 (block-vertex),  $v_b \in V_T$ 。割点  $v_c$  和块点  $v_b$  通过树边  $e_{v_b-v_c} \in E_T$  连接,树边表示了初始图的块中连接割点和顶点的多条边。与标准块树不同,改进的块树中割点可直接相连。

### 2.1 割点的消除

删除块树中某个割点  $v_c$  会导致块树分割为  $l$

个子图,  $l$  为割点在块树中的度 (degree),  $l \geq 2$ 。子图  $G_1^{v_c}, \dots, G_l^{v_c}$  内部连通但彼此分割, 称为割点  $v_c$  的切割分支 (cut components)。为了达到删除割点  $v_c$  而不影响图连通性的目的, 可添加  $l-1$  条强化边来连通这  $l$  个切割分支组成新的连通图, 这样就消除了割点  $v_c$ 。需要解释的是, 只是消除了割点的影响, 并不是将割点从图中删除。如图 1(b) 中割点 10, 有 3 个切割分支  $G_1^{10}$ 、 $G_2^{10}$  和  $G_3^{10}$ , 增加 2 条强化边  $e_{7-11}$  和  $e_{14-16}$ , 就消除了割点 10。采用相同方式消除图中所有割点, 添加了强化边的强化图  $G_s$  为 2-连通。

### 2.2 强化边的裁剪

块树  $T_0$  需要进行预处理以缩小搜索空间。本文考虑了实现强化边时节点移动的可行性, 根据节点所属块的连通性约束对节点移动的限制来进一步裁剪强化边集。强化边的裁剪, 部分沿用求解 V2AUG 问题的典型规则<sup>[9-10]</sup>, 详细的裁剪规则如下:

1) 删除初始图中同一块内顶点之间的边。这类边对割点的消除明显不起作用, 在块树中对应了三种类型的强化边: 如图 1(c) 中, 连接同一块点的自环  $e_{6-8}$ ; 连接相邻割点和块点的边  $e_{3-7}$ ; 连接某一块点相邻割点的边  $e_{3-9}$ 。

2) 保留成本小的边。在同时连接两个块点的多条边中, 仅保留成本值最小的一条边。如图 1(c) 中  $e_{14-16}$  的成本小于  $e_{11-16}$ , 则保留边  $e_{14-16}$ 。

3) 保留顶点约束少的边。当边成本相等时, 保留的边连接的顶点距离割点跳数较多且顶点度较小。实现此类边时, 节点移动约束小, 关联节点数量少, 总的节点移动距离短。如图 1(c) 中  $e_{7-11}$  和  $e_{7-12}$  的成本相同, 但  $e_{7-12}$  的实现涉及较多节点移动, 总的节点移动距离比  $e_{7-11}$  大, 则删除边  $e_{7-12}$ 。

4) 顶点的移动距离约束。以顶点距离所属块中割点的最小跳数为基准, 强化边连接了顶点  $v_i, v_j$  到所属块割点  $v_c$  的最小跳数为  $m$ , 则顶点  $v_i$  的最大移动范围为以割点  $v_c$  为圆心、半径为  $m \times R$  的圆。如图 1(c) 中  $e_{5-15}$  的实现超出了顶点 5 和 15 的可移动范围, 则删除边  $e_{5-15}$ 。

未进行裁剪时, 块树与强化边组合形成的强化图是多图 (multi-graph), 不同顶点之间有多条边, 如图 1(c); 块树在添加了裁剪后的强化边形成的强化图则是简单图 (simple-graph), 不同顶点之间仅有一条边, 如图 1(b), 这样就缩小了候选强化边集。

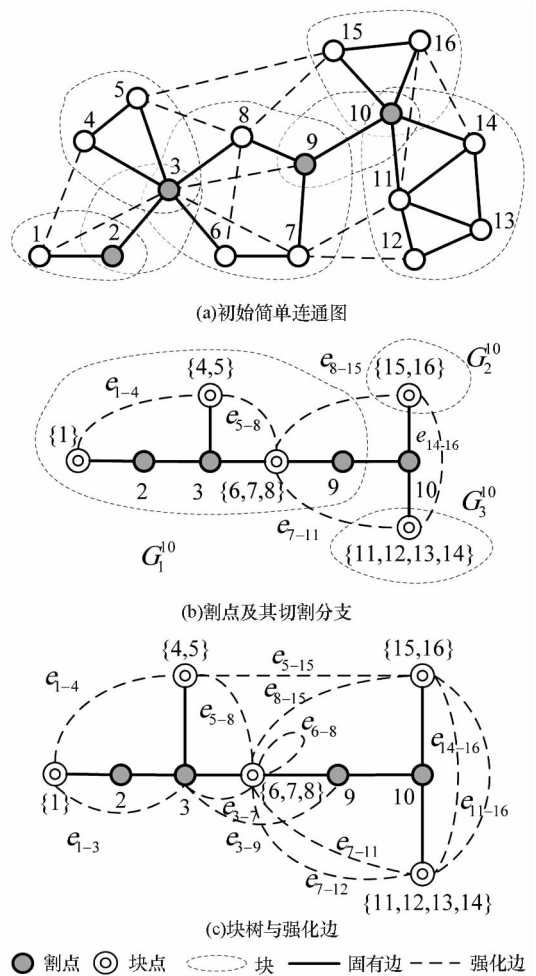


图 1 初始图的块树表示和割点消除示意图  
Fig. 1 Block tree of initial graph and the elimination of cut-vertex

### 3 文化基因算法

文化基因算法采用基于种群的全局搜索和基于个体的局部优化的混合框架, 通过对文化基因的复制、传播和进化来模仿文化进化, 同时利用局部优化使每代进化个体达到局部最优, 提高算法效率和性能<sup>[11]</sup>。本文在 MA 中采用基于稳态遗传算法的全局进化策略和基于随机爬山算法的局部优化方法。稳态遗传算法每次更新种群中最差个体, 保证最优个体的遗传优势; 随机爬山法搜索局部邻域内最优解, 保证文化基因严格复制和变异应带来的进展。

#### 3.1 全局进化策略

稳态遗传算法<sup>[12]</sup> 在世代替换的过程中一般只更新适应度最差个体, 有利于保证局部最优个体保存在种群中并延续下去, 可充分发挥局部优化的作用。文中设定个体的适应值为个体中强化边成本和。首先生成一定规模初始种群, 并进行局部优化。在每次进化过程中, 利用有放回  $k$

- 锦标赛法选择多个父代配对交叉生成子代,子代依照一定的概率进行变异,并进行局部优化,生成子代中的最优个体替代初始种群中的最差个体。如果子代最优个体已在初始种群中或者次于初始种群中的最差个体,则重新进行进化,如此往复,直到种群收敛或满足终止条件,算法停止。交叉和变异算子参照了文献[10],在此不进行赘述。

### 3.2 局部优化方法

个体  $S$  被称为局部最优仅当删除  $S$  中任意一条边,都会破坏强化图  $G_s = (V, E_0 \cup E_s)$  的 2-连通属性。边  $e \in S$  被称为是冗余的仅当该边的删除不会破坏图  $G_s$  的 2-连通属性。对个体的局部优化就是检测、删除个体中冗余边的过程。随机爬山法的思想是在上山移动过程中随机地选择下一步,概率随着上山移动的陡峭程度而变化。基于这种思想,局部优化方法分为两步:首先,检测个体  $S$  中必须保留的边。当一条强化边对于连通割点  $v_c$  的某两个切割分支是唯一的,则称该边是必须保留的。然后,在余下的强化边中随机删除一条边,检测该边有助于消除的割点是否仍然被消除,如果某个割点未被消除,则该边不是冗余的,需要保留;如果所有割点都已经被消除,则该边是冗余的,可以删除。重复以上过程,直到个体  $S$  中没有冗余边,此时个体  $S$  是局部最优的。

## 4 基于强化边启发的节点移动

在移动节点之前,需要确定移动哪些节点。一条强化边连接了 2 个顶点,分属不同的块。当 2 个块中顶点数量不同时,选择顶点数量少的块进行移动,可以减少需要移动的相关联的块内顶点数量。为了实现 V2AUG 问题得到的强化边,强化边连接的顶点需相向移动到彼此通信范围内,在移动过程中,需要保持块内 2-连通属性不变,最直接的方法是整块以刚体的形式移动,如文献[4],但这样关联的节点多,移动的距离较长。文中设计了基于一致性算法的 leader-follower 节点移动控制算法,以一种非刚体的形式进行块变形。以强化边连接的顶点为 leader,块内其他非割点为 follower,在移动过程中保持节点间邻居关系不变,以此来保证块内 2-连通属性不变。文中仅考虑节点位置,假设节点速度、角速度等控制量满足节点移动需要,采用离散一阶积分模型描述系统行为,移动控制算法为

$$x_i(k+1) = x_i(k) + \sum_{j \in N_i} \varphi(x_j(k) - x_i(k)) \quad (1)$$

$$\varphi(D) = \begin{cases} 0, & D \leq \alpha R \\ D - \alpha R, & \alpha R < D < R \end{cases} \quad (2)$$

其中  $R$  为节点最大通信距离,  $\alpha$  为理想距离控制参数,文中取 0.95。当节点间距离小于理想距离时,  $\varphi$  函数使彼此不产生影响, follower 仅在 leader 或邻居超出理想通信距离时才跟随,减少了 leader 移动初期 follower 的移动距离;当节点间距离接近最大通信距离时,  $\varphi$  函数使节点间距离减少,邻居间保持理想距离,即略小于最大通信距离。leader 向实现强化边所需的预定位置以匀速直线移动,在一个时间步长内移动距离不大于  $(1 - \alpha)R$ ,避免节点移动超出通信范围。leader 控制块内其他节点的运动趋势, follower 通过保持与原有邻居的理想距离来实现块内的连通属性不被破坏。在节点移动过程中会建立新的边,但不会破坏初始图中固有的边。对于新生成的邻居,节点的移动控制不考虑其影响,即  $N_i$  固定不变,可减少控制的复杂度。

## 5 仿真实验与性能分析

为了测试算法性能,选取紧缩算法和块移动算法进行对比,仿真实验场景、对比算法的结果均出自文献[4]。仿真实验场景为  $1000\text{m}^2$  的正方形平面区域,区域内无障碍物, UAV 节点最大数量 50,可配置于区域内任何位置,节点最大通信距离 250m,节点配置服从均匀分布,网络简单连通。每一个测试点上利用相同参数仿真 100 次取均值,避免随机因素干扰。图 2 为基于强化边启发的节点移动算法与块移动算法和紧缩算法的性能对比结果。

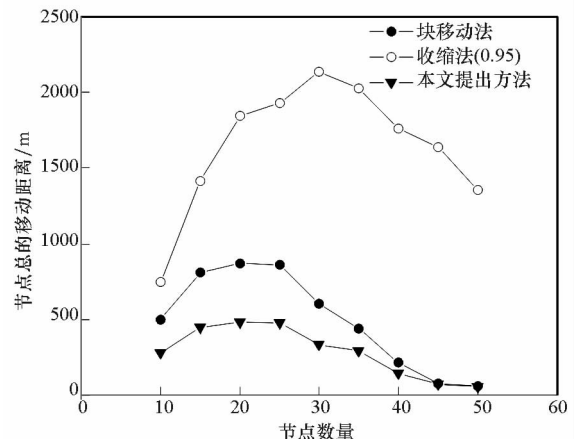


图2 算法性能对比图

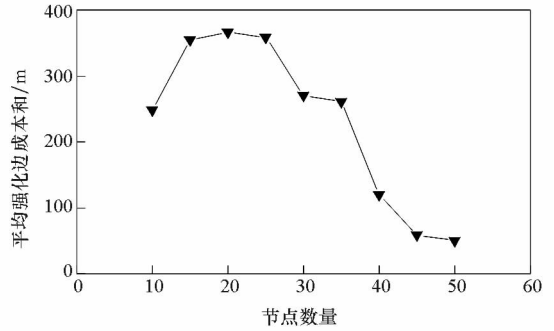
Fig. 2 Comparison of algorithms performance

从图 2 中可以看出,在节点总的移动距离性能指标下,基于强化边启发的节点移动算法优于块移动算法和紧缩算法。原因有两方面:一方面,基于强化边启发的节点移动算法中并不是将所有节点数量少的块向上游割点或块移动,而是只移动强化边连接的顶点所属的块,需移动的块数量要明显少于块移动算法和紧缩算法;另一方面,基于强化边启发的节点移动算法在实现强化边的节点移动过程中,块的移动是非刚体变化过程,减少了需要移动的节点数量和移动距离,节点总的移动距离小于基于刚体构形运动的块移动算法。

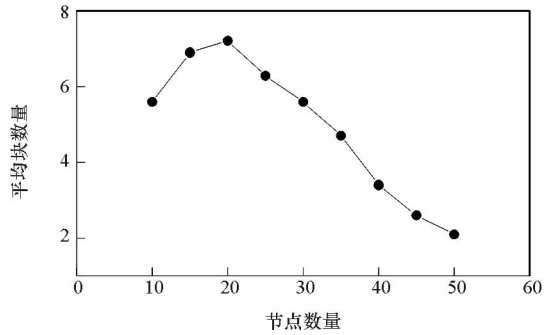
当节点数量从 10 增加到 50 时,节点总的移动距离先增大,后减少。原因在于当节点数量较少时,节点间距较小,需移动的节点较少,网络拓扑图获取 2-连通属性时节点总的移动距离较短;当节点数量增多时,网络直径增大,节点间距增大,节点需要移动更长距离以获取 2-连通属性,使得节点总的移动距离增大;当节点数量增大到一定程度时,网络密度增大,节点间距反而缩小,少量节点移动即可使网络拓扑图获取 2-连通属性,此时各类算法性能差别不大。

图 3(a)为计算 V2AUG 问题时得到的强化边成本和与节点数量的关系。强化边成本和与图中块数量相关,如图 3(b)所示,当节点数量较少时,块数量较少,连通块需要增加的强化边数量较少;当节点数量增加,块数量增多,强化边数量随之增长;在一定阈值附近时,块的数量虽然有区别,但强化边成本和的区别较为平缓,原因在于网络中块和割点数量较多时,会出现较多的可同时有助于消除多个割点的强化边;当节点数量超过一定阈值后,块的数量减少,强化边成本和随之减少。

将图 3(a)与图 2 进行对比,可以发现,文中提出的两阶段节点移动算法中,节点总的移动距离要略大于第一阶段得到的强化边成本和,趋势一致,但没有固定比例关系。原因为实现强化边的过程中,强化边连接的顶点移动时,保持其所属块内的连通属性不变需要移动其他相关联的顶点。当节点数量较少时,网络中的块数量与块中节点数量都较少,实现强化边相关联的节点少,往往只需移动强化边连通的顶点即可。当节点数量增多时,网络中块的数量和块内节点数量增多,实现强化边相关联的节点多,因此总的节点移动距离要大于强化边成本。当节点数量超过一定阈值后,块数量减少,块内节点数量增多,实现强化边相关联的节点多,总的移动距离与强化边成本和的比例要略大于网络节点较少时。但由于此时网络



(a) 强化边成本和与节点数量之间关系



(b) 块数量与节点数量之间关系

图 3 图的结构特性

Fig. 3 Structure characteristic of graph

密度较大,实现强化边时节点需要移动的距离较短,即使相关联的节点较多,节点总的移动距离还是较短。

### 6 结 论

2-连通是网络容错设计的基本要求,本文利用 UAV 的可控移动性,提出了基于强化边启发的节点移动控制算法。仿真实验结果表明了算法的可行性,且在节点总移动距离性能指标下,性能优于块移动算法和紧缩算法。算法的计算时间瓶颈在于对 V2AUG 问题的求解,由于 V2AUG 问题是 NP 难题,目前还没有求得确切解的多项式时间算法。由于 MA 内在的随机搜索本质,从理论上无法获取算法近似比。但在仿真实验中发现,当网络规模较小时,MA 可在较短的时间内获取高质量的近似解。算法对于实际的通信覆盖要求与节点可移动位置等约束没有考虑,限制了算法的适用性。下一步的研究方向是 NP 完全性证明,开发具有常数近似比的近似优化算法,同时考虑更多的实际应用情况和约束。

(下转第 71 页)

高度偏差 -10km 的情况下都能使导弹顺利完成拉起动作。由于再入拉起段的主要任务是确保再入拉起段终点满足滑翔段接口,无需严格跟踪标准弹道,偏差弹道的航程与终端速度虽存在一定差异,但可在滑翔段进行调整。使用 Gauss 伪谱法进行的弹道优化,于一般微机上耗时 2 ~ 3s 即可生成一条满足多种约束的再入拉起段弹道。若初值选择恰当,计算耗时可在 1s 以内,完全具有应用于在线制导问题的潜力。

## 4 结 论

将滑翔导弹再入弹道分为三段,定义了各段的任务,建立了滑翔导弹再入拉起段的弹道优化设计模型,使用 Gauss 伪谱法进行了优化计算,仿真结果验证了方法的正确性和有效性。基于 Gauss 伪谱法的弹道优化可以用于离线飞行任务设计,同时也能用于弹道的在线生成,利用弹道在线优化生成,可构成闭环弹道控制,仿真表明这种弹道控制方式能较好地消除各项干扰,实现再入拉起段的飞行任务,这为再入拉起段的制导提供了一种可选的思路。下一步将研究将此方法应用于更复杂的弹道计算模型,并考虑其工程可实现性。

(上接第 62 页)

## 参考文献 (References)

- [1] Hai L, Wan P J, Jia X H. Fault-tolerant relay node placement in wireless sensor networks [C]// Proceedings of International Computing and Combinatorics Conference, 2005:230 - 239.
- [2] Gruia C, Wan P J. Range assignment for biconnectivity and k-edge connectivity in wireless Ad Hoc networks [J]. Mobile Networks and Applications, 2006, 11:121 - 128.
- [3] Zhang W Y, Xue G L, Satyajayant M. Fault-tolerant relay node placement in wireless sensor networks: problems and algorithms [C]// Proceedings of IEEE Infocom, 2007.
- [4] Prithwish B, Jason R. Movement control algorithms for realization of fault tolerant Ad Hoc networks [J]. IEEE Network, 2004, 18(4):36 - 44.
- [5] Tan G, Jarvis S A, Kermarrec A M. Connectivity-guaranteed and obstacle-adaptive deployment schemes for mobile sensor networks [C]// Proceedings of The 28th International Conference on Distributed Computing Systems, 2008: 429 - 437.

## 参考文献 (References)

- [1] Benson D A, Huntington G T, Thorvaldsen T P. Direct trajectory optimization and costate estimation via an orthogonal collocation method [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6): 1435 - 1440.
- [2] Huntington G T. Advancement and analysis of a gauss pseudospectral transcription for optimal control problems [D]. Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [3] Huntington G T, Benson D A, Rao A V. Post-optimization evaluation and analysis of a formation flying problem via a gauss pseudospectral method [C]// Proceedings of 2005 AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference, Lake Tahoe, California, August 7 - 11, 2005.
- [4] Rao A V, Benson D A, Darby C L. Algorithm: GPOPS, A MATLAB software for solving multiple-phase optimal control problems using the gauss pseudospectral method [J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2009.
- [5] Huntington G T, Rao A V. Optimal reconfiguration of a tetrahedral formation via a gauss pseudospectral method [C]// Proceedings of 2005 AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference, Lake Tahoe, California, August 7 - 11, 2005.
- [6] Philips. A common aero vehicle (CAV) model, description, and employment guide [R]. Report from Schafer Corporation for AFRL and AFSPC, 2003.
- [6] Shantanu D, Hai L, Amiya N, et al. A Localized algorithm for bi-connectivity of connected mobile robots [J]. Telecommunication Systems, 2009, 40:129 - 140.
- [7] Liu H, Chu X W, Leung Y W, et al. Simple movement control algorithm for bi-connectivity in robotic sensor networks [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2010, 28(7):994 - 1005.
- [8] Clark B N, Colboun C J, Johnson D S. Unit disk graphs [J]. Discrete Mathematics, 1990, 86(1 - 3):165 - 177.
- [9] Eswaran K P, Tarjan R E. Augmentation problem [J]. SIAM Journal on Computing, 1976, 5:653 - 665.
- [10] Ivana L, Gunther R R. A memetic algorithm for minimum-cost vertex-biconnectivity augmentation of graphs [J]. Journal of Heuristics, 2003, 9:401 - 427.
- [11] Pablo M. Memetic algorithms: a short introduction [M]. McGraw Hill, 1999:219 - 234.
- [12] Rasheed K, Davisson B D. Effect of global parallelism on the behave of a steady state genetic algorithm for design optimization [C]// Proceedings of Congress on Evolutionary Computation, 1999, 1:6 - 9.