

# 滑翔导弹再入拉起段弹道优化设计与制导\*

刘欣, 杨涛

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**对滑翔导弹再入弹道进行了分段,根据再入拉起段的特性建立了弹道优化设计模型,认为导弹在再入拉起段弹道终点时应处于纵向力平衡状态,使用 Gauss 伪谱法进行了再入拉起段的能量最优弹道优化计算;利用基于伪谱法优化的弹道在线生成,实时产生控制指令,实现了再入拉起段的闭环弹道控制。仿真结果表明,Gauss 伪谱法弹道优化具有精度高、计算时间短等特点,闭环弹道控制能较好地消除风、再入参数偏差等干扰的影响,具有应用于在线制导的潜力。

**关键词:**滑翔导弹; 弹道优化; Gauss 伪谱法; 制导;

**中图分类号:**V412 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2012)01-0067-05

## Trajectory optimization and guidance in reentry phase for glide missile

LIU Xin, YANG Tao

(College of Aerospace and Materials Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The reentry trajectory of glide missile can be divided into three phases: descent and pull-up phase, glide phase and terminal phase. According the characteristics descent and pull-up phase, an optimization model of reentry trajectory was introduced, and the Gauss Pseudospectral Method was used to solve the optimization problem. Based on onboard trajectory optimization, the control command was obtained and updated onboard, and the closed-loop control trajectories were generated. The results show that the Gauss Pseudospectral Method works well with high precision and fast speed, and the presented closed-loop control can provide a missile capability of satisfying the desired objectives under various disturbances and uncertainties.

**Key words:** glide missile; trajectory optimization; Gauss pseudospectral method; guidance

滑翔导弹通常为升力体或乘波体外形的再入飞行器,依靠自身的高升阻比外形,利用空气动力控制飞行轨迹,实现远距离的非弹道式再入机动飞行。由于在增大射程、突破导弹防御系统、再入段机动等方面具有优势,滑翔导弹成为近来的研究热点。

滑翔导弹的再入过程是一个非常复杂的飞行过程,可将整个再入弹道分为再入拉起段、滑翔段和末制导段三段。再入拉起段是指导弹从再入大气层到滑翔段接口处的弹道,其主要任务是使导弹顺利转入滑翔状态;滑翔段是飞行的主要阶段,导弹在此段进行机动飞行,其主要任务是使导弹飞抵目标区域,使导引头能捕获目标;末制导段是指导引头开机到击中目标的飞行段,其主要任务是实现对目标的精确打击。目前国内外对滑翔导弹的总体性能及滑翔段弹道设计与规划的研究比

较重视,针对再入拉起段的研究很少,而实际上再入拉起段弹道速度高、高度跨度大、环境最为恶劣,且导弹在此段将完成拉起动作,此段弹道的设计的好坏决定了导弹是否能顺利进入滑翔状态,因此,十分有必要对该段的弹道设计进行深入研究。目前本文建立了滑翔导弹以能量最大为优化目标的多约束弹道优化模型,使用伪谱法优化对滑翔导弹再入拉起段弹道进行了优化设计,并利用弹道的在线优化实现了再入拉起段的闭环弹道控制。

### 1 弹道优化设计模型

按照最优控制问题的一般描述方法,将滑翔导弹再入拉起段的弹道优化模型描述如下

(1) 性能指标

弹道终点能量最大:

\* 收稿日期:2011-11-20

基金项目:国家部委资助项目

作者简介:刘欣(1985—),男,湖南邵阳人,博士研究生,E-mail:star6851404@sohu.com;

杨涛(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:Taoy90@163.com

$$J = -E = -\left(mgh + \frac{1}{2}mV^2\right) \Big|_{t_f}$$

(2) 状态方程

假设地球为不旋转圆球,采用三自由度运动方程:

$$\begin{cases} \dot{V} = -\frac{D}{m} - \frac{fM}{r^2} \sin\theta_T \\ \dot{\theta}_T = \frac{1}{V} \left[ \frac{L \cos v}{m} - \left( \frac{fM}{r^2} - \frac{V^2}{r} \right) \cos\theta_T \right] \\ \dot{\sigma}_T = \frac{-L \sin v}{mV \cos\theta_T} + \frac{V \cos\theta_T \sin\sigma_T \tan\varphi}{r} \\ \dot{\varphi} = \frac{V \cos\theta_T \cos\sigma_T}{r} \\ \dot{\lambda} = \frac{-V \cos\theta_T \sin\sigma_T}{r \cos\varphi} \\ \dot{r} = V \sin\theta_T \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $m$  为飞行器质量;

$r$  为飞行器到地心的距离;

$V$  为飞行器飞行速率;

$\lambda, \varphi, \theta_T, \sigma_T$  分别表示经度、纬度、速度倾角、速度偏角;

$fM$  为地球引力系数;

$\alpha$  为攻角;

$v$  为侧倾角;

$D, L$  分别表示气动阻力、升力。

(3) 控制量

滑翔弹头通过气动舵来改变弹道,通常采用 BTT 控制,再入拉起段时可认为侧倾角  $v = 0$ ,弹道优化时控制量取为攻角  $\alpha$ 。

(4) 控制约束

攻角、侧倾角等控制量的幅值和变化率不能超过限制值。由于再入拉起段飞行高度高,导弹的操稳特性较差,取  $|\alpha| < 20^\circ, |\dot{\alpha}| < 1(^{\circ})/s$ 。

(5) 过程约束

滑翔弹头的再入过程是一个非常复杂的飞行过程,必须考虑热流、动压以及法向过载等因素对弹道的约束。

法向过载约束:  $n = \frac{N}{mg} < n_{y\max}$ ;

动压约束:  $q = \frac{1}{2}\rho V^2 < q_{\max}$ ;

驻点热流约束:  $\dot{Q} = k_s \rho^{0.5} V^{3.15} < \dot{Q}_{\max}$ 。

取指数大气密度:  $\rho(H) = \rho_0 e^{-\beta H}$ , 可将过程约束表示在高度-速度 ( $H-V$ ) 剖面内。

法向过载约束:  $H > \frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{\rho_0 V^2 S_m C_N}{2n_{\max} mg} \right) = H_{n_{\max}}(V)$ ;

动压约束:  $H > \frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{\rho_0 V^2}{2q_{\max}} \right) = H_{q_{\max}}(V)$ ;

驻点热流约束:  $H > \frac{2}{\beta} \ln \left[ \frac{k_s V^{3.15} \rho_0^{0.5}}{\dot{Q}_{\max}} \right] = H_{\dot{Q}_{\max}}(V)$ 。

( $k_s = 1.8 \times 10^{-7}, \rho_0 = 1.225, \beta = 1/7100$ )

(6) 端点约束

定义滑翔段接口为  $\theta = 0$  且  $\dot{\theta} = 0$ , 则此时导弹纵向处于力平衡状态,即满足式  $\theta_T = \frac{1}{V}$

$\left[ \frac{L \cos v}{m} - \left( \frac{fM}{r^2} - \frac{V^2}{r} \right) \cos\theta_T \right] = 0, \theta_T = 0$ , 假设侧倾角为零,只需给定攻角,即可解得一条  $H-V$  曲线,沿此曲线飞行,导弹将始终处于纵向力平衡状态,可将其称为平衡滑翔曲线。某飞行器最大攻角  $\alpha_{\max}$  和最大升阻比攻角  $\alpha_{L/D\max}$  对应的平衡滑翔曲线与过程约束如图 1 所示。

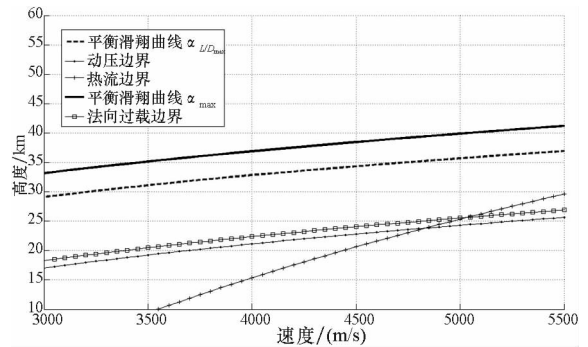


图 1 平衡滑翔曲线与过程约束

Fig. 1 The equilibrium glide curve and flight limits

可限制再入拉起段弹道终点的攻角为指定值,则弹道终点将位于对应攻角的平衡滑翔曲线上,再入拉起段结束后只需维持当前攻角不变,即可开始平稳的滑翔飞行,有利于再入拉起段与滑翔段的衔接。研究表明,以最大升阻比攻角滑翔飞行,导弹射程较大,再入拉起段弹道优化时不妨设定末端攻角为最大升阻比攻角。因此,取再入拉起段弹道的末端约束为

$$\theta_T(t_f) = 0, \quad \dot{\theta}_T(t_f) = 0, \quad \alpha(t_f) = \alpha_{L/D\max} \quad (2)$$

## 2 再入拉起段轨迹优化

滑翔导弹弹道优化问题涉及多种复杂约束,是一种比较复杂的最优控制问题, Gauss 伪谱法 (Gauss Pseudospectral Method, GPM) 是一种解决复杂最优控制问题较为有效的数值优化方法, 本文将采用这种方法解决弹道优化问题。 Gauss 伪谱法属于解决最优控制问题的直接法, 是配点法的一种, 它将状态变量和控制变量在一系列

Legendre Gauss (LG) 点上离散,以这些离散点为节点,构造全局插值多项式来近似状态变量和控制变量,通过对全局插值多项式求导来近似状态变量对时间的导数,从而将微分方程约束转换为一组代数约束。性能指标中的积分项由 Gauss 积分计算。终端状态也由初始状态和对右函数的积分获得。经上述变换,可将最优控制问题转化为具有一系列代数约束的参数优化问题,即非线性规划(NLP)问题,转换所得 NLP 问题采用序列二次规划(SQP)方法求解。经过 Benson 和 Huntington 等的研究,证明了经该方法参数化得到的 NLP 问题的 KKT ( Karush-Kuhn-Tucker) 条

件与离散的 HBVP 问题最优性条件之间的等价性。上述特点使得 GPM 成为目前求解复杂最优控制问题最有效的方法之一。详细算法介绍见文献[1-5]。

飞行器数据采用美国波音公司 1998 年设计的再入机动飞行器 CAV-L 的相关参数<sup>[6]</sup>。取再入点高度 90km、速度 5000m/s、速度倾角  $-5^\circ$ 。最大热流限制:  $\dot{Q}_{\max} = 15\ 000\text{kW}$ ;最大动压限制:  $q_{\max} = 500\text{kPa}$ ;最大过载限制:  $n_{y\max} = 6$ 。最大升阻比攻角  $\alpha_{L/D\max} = 8^\circ$ 。优化结果如图 2 所示。

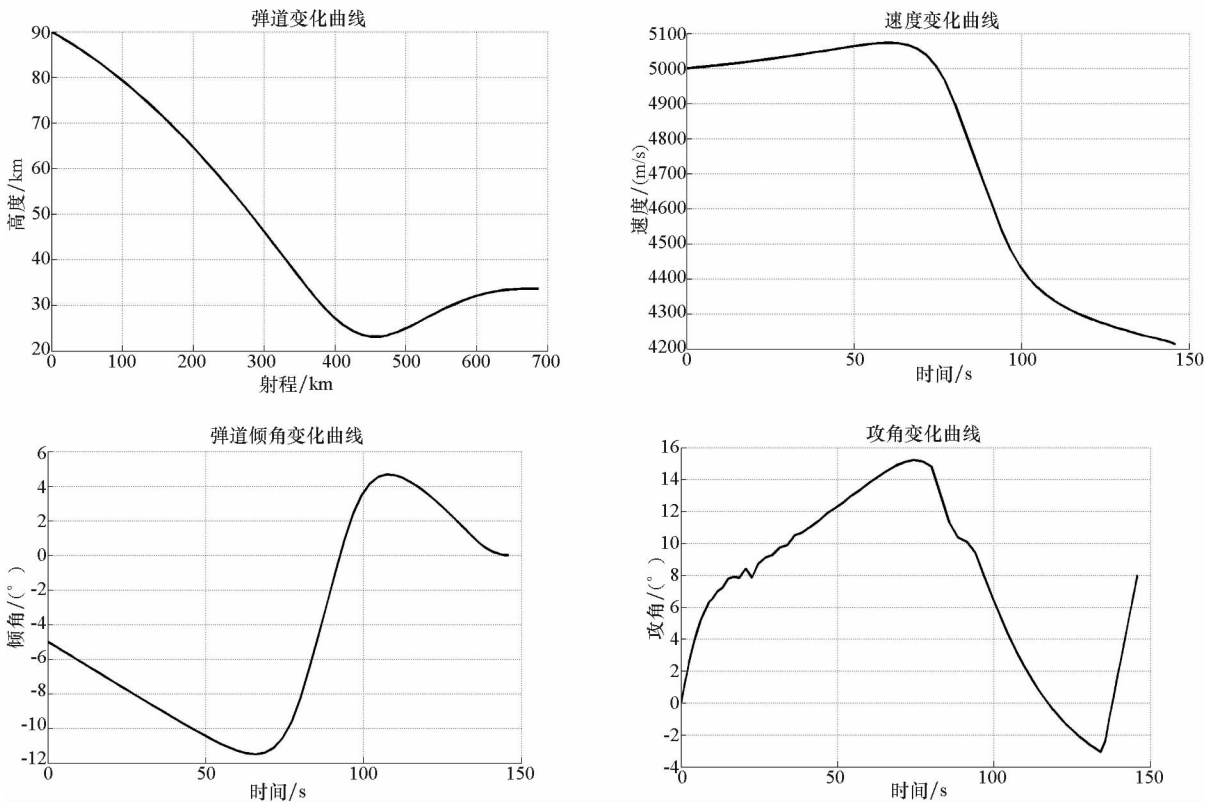


图 2 再入拉起段弹道优化结果  
Fig.2 The results of trajectory optimal

将过程约束、平衡滑翔曲线、优化弹道的高度-速度曲线画到一张图上,可见优化弹道满足各项约束,弹道终点在  $8^\circ$  平衡滑翔曲线上。为验证计算结果的正确性,将利用伪谱法优化求得的控制变量,即攻角  $\alpha$ ,代入飞行器动力学方程中,利用 Matlab 中的 ODE45 命令对状态变量进行数值积分,可以求得各个飞行状态,从高度-速度曲线来看,优化结果与数值积分的结果几乎没有区别,从而验证了求解结果的真实和算法的有效。在再入拉起段结束后,使攻角维持  $8^\circ$  不变,导弹即可开始平衡滑翔飞行,见图 3。

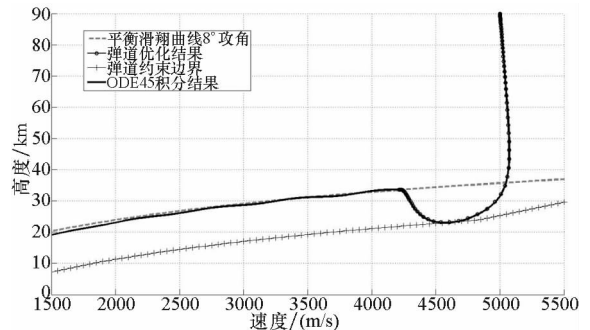


图 3 优化弹道与积分弹道的 H-V 曲线  
Fig.3 Comparison of optimal and propagated states

### 3 闭环弹道控制

由前面弹道优化结果可见,通过伪谱法优化生成的弹道,能很好地满足端点条件与弹道约束,可作为标准弹道用于总体分析与制导。实际飞行过程中,再入点参数、导弹气动参数等都有可能与理论计算值有偏差,飞行中还会受到阵风等干扰,从而导致飞行弹道偏离设计好的标准弹道,直接以标准弹道的控制变量作为制导指令是不行的,必须结合一定的制导策略,消除干扰的影响,实现预定飞行任务。传统的再入制导一般采用标准轨道制导法,使用预先设计好的标准弹道结合一定的弹道跟踪算法,在飞行中不断将当前时刻弹道参数与标准弹道参数比较,产生误差信号来调整制导指令,其缺点是需预先在飞行器的计算机中装订标准轨道参数,且受再入初始条件偏差以及气动系数偏差影响较大,控制精度较低。本文尝试采用在线弹道优化来生成制导指令,在飞行过程中根据测量得到的当前状态与目标点特征参数进行在线优化,产生满足终端以及路径约束的弹道及相应控制量,构成闭环弹道控制,属于数值预测制导的范畴。

在仿真中使用 Matlab 中的 ODE45 命令积分弹道,首先使用标准弹道的攻角曲线,通过插值获得制导指令,在飞行过程中每隔 10s 调用一次优化程序,以当前点弹道参数为初值,性能指标与各种约束不变,生成优化弹道及对应的控制量,更新积分弹道所用的攻角曲线,直至到达再入拉起段终点。

使用闭环弹道优化的方式能有效消除各种干扰的影响,完成再入拉起段的飞行任务。首先考虑阵风干扰的情况,假设在 80 ~ 110s 时间段内受到风向垂直向下、风速 70m/s 的阵风干扰,仿真结果如图 4 和图 5 所示。

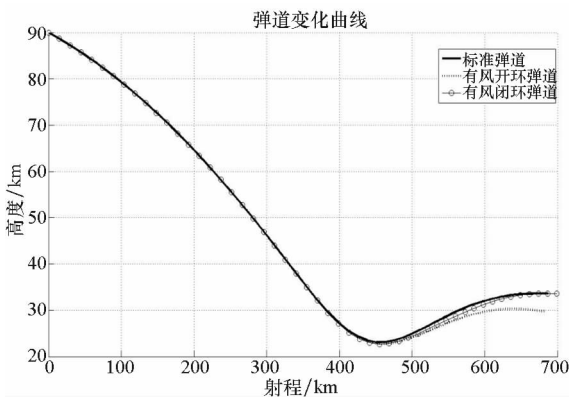


图 4 风干扰下的弹道曲线  
Fig. 4 Effect of wind gusts on position

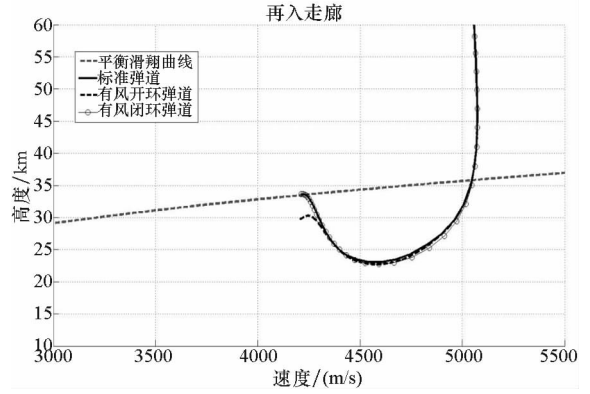


图 5 风干扰下的高度 - 速度曲线  
Fig. 5 Effect of wind gusts on H - V curve

可见,在阵风干扰情况下,开环弹道的终端高度与标准弹道存在约 4km 的偏差,而闭环弹道终端高度与标准弹道偏差仅为 12m,且终端约束满足得较好。

对于再入点参数偏差,气动数据偏差,采用闭环弹道优化的方式,同样能较好地消除干扰。见图 6 和图 7。

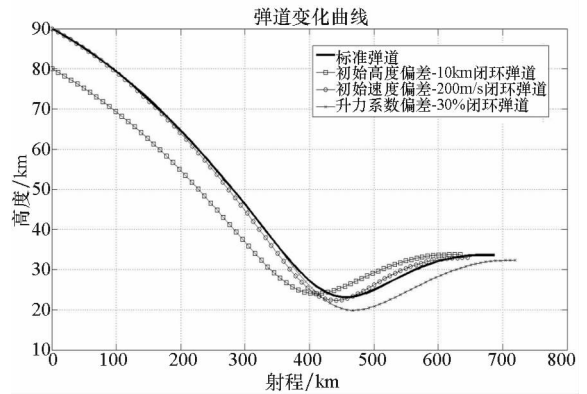


图 6 初始参数扰动下的弹道曲线  
Fig. 6 Effect of parameter error on position

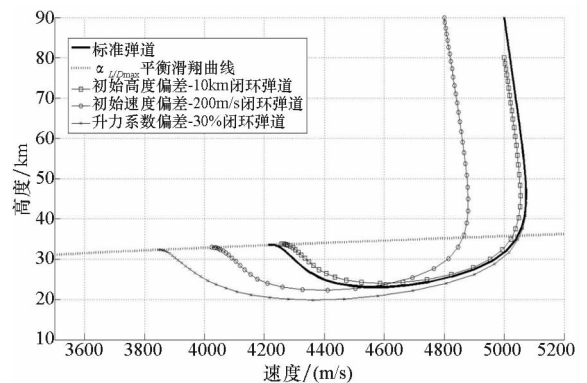


图 7 初始参数扰动下的高度 - 速度曲线  
Fig. 7 Effect of parameter error on H - V curve

可见闭环弹道对参数偏差的容忍值较大,在升力系数下降 30%、初始速度下降 200m/s 以及

高度偏差 -10km 的情况下都能使导弹顺利完成拉起动作。由于再入拉起段的主要任务是确保再入拉起段终点满足滑翔段接口,无需严格跟踪标准弹道,偏差弹道的航程与终端速度虽存在一定差异,但可在滑翔段进行调整。使用 Gauss 伪谱法进行的弹道优化,于一般微机上耗时 2 ~ 3s 即可生成一条满足多种约束的再入拉起段弹道。若初值选择恰当,计算耗时可在 1s 以内,完全具有应用于在线制导问题的潜力。

## 4 结 论

将滑翔导弹再入弹道分为三段,定义了各段的任务,建立了滑翔导弹再入拉起段的弹道优化设计模型,使用 Gauss 伪谱法进行了优化计算,仿真结果验证了方法的正确性和有效性。基于 Gauss 伪谱法的弹道优化可以用于离线飞行任务设计,同时也能用于弹道的在线生成,利用弹道在线优化生成,可构成闭环弹道控制,仿真表明这种弹道控制方式能较好地消除各项干扰,实现再入拉起段的飞行任务,这为再入拉起段的制导提供了一种可选的思路。下一步将研究将此方法应用于更复杂的弹道计算模型,并考虑其工程可实现性。

(上接第 62 页)

## 参考文献 (References)

- [1] Hai L, Wan P J, Jia X H. Fault-tolerant relay node placement in wireless sensor networks [C]// Proceedings of International Computing and Combinatorics Conference, 2005:230 - 239.
- [2] Gruia C, Wan P J. Range assignment for biconnectivity and k-edge connectivity in wireless Ad Hoc networks [J]. Mobile Networks and Applications, 2006, 11:121 - 128.
- [3] Zhang W Y, Xue G L, Satyajayant M. Fault-tolerant relay node placement in wireless sensor networks: problems and algorithms [C]// Proceedings of IEEE Infocom, 2007.
- [4] Prithwish B, Jason R. Movement control algorithms for realization of fault tolerant Ad Hoc networks [J]. IEEE Network, 2004, 18(4):36 - 44.
- [5] Tan G, Jarvis S A, Kermarrec A M. Connectivity-guaranteed and obstacle-adaptive deployment schemes for mobile sensor networks [C]// Proceedings of The 28th International Conference on Distributed Computing Systems, 2008: 429 - 437.

## 参考文献 (References)

- [1] Benson D A, Huntington G T, Thorvaldsen T P. Direct trajectory optimization and costate estimation via an orthogonal collocation method [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6): 1435 - 1440.
- [2] Huntington G T. Advancement and analysis of a gauss pseudospectral transcription for optimal control problems [D]. Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [3] Huntington G T, Benson D A, Rao A V. Post-optimization evaluation and analysis of a formation flying problem via a gauss pseudospectral method [C]// Proceedings of 2005 AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference, Lake Tahoe, California, August 7 - 11, 2005.
- [4] Rao A V, Benson D A, Darby C L. Algorithm: GPOPS, A MATLAB software for solving multiple-phase optimal control problems using the gauss pseudospectral method [J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2009.
- [5] Huntington G T, Rao A V. Optimal reconfiguration of a tetrahedral formation via a gauss pseudospectral method [C]// Proceedings of 2005 AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference, Lake Tahoe, California, August 7 - 11, 2005.
- [6] Philips. A common aero vehicle (CAV) model, description, and employment guide [R]. Report from Schafer Corporation for AFRL and AFSPC, 2003.
- [6] Shantanu D, Hai L, Amiya N, et al. A Localized algorithm for bi-connectivity of connected mobile robots [J]. Telecommunication Systems, 2009, 40:129 - 140.
- [7] Liu H, Chu X W, Leung Y W, et al. Simple movement control algorithm for bi-connectivity in robotic sensor networks [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2010, 28(7):994 - 1005.
- [8] Clark B N, Colboun C J, Johnson D S. Unit disk graphs [J]. Discrete Mathematics, 1990, 86(1 - 3):165 - 177.
- [9] Eswaran K P, Tarjan R E. Augmentation problem [J]. SIAM Journal on Computing, 1976, 5:653 - 665.
- [10] Ivana L, Gunther R R. A memetic algorithm for minimum-cost vertex-biconnectivity augmentation of graphs [J]. Journal of Heuristics, 2003, 9:401 - 427.
- [11] Pablo M. Memetic algorithms: a short introduction [M]. McGraw Hill, 1999:219 - 234.
- [12] Rasheed K, Davisson B D. Effect of global parallelism on the behave of a steady state genetic algorithm for design optimization [C]// Proceedings of Congress on Evolutionary Computation, 1999, 1:6 - 9.