

优化多星协同观测的改进广义模式搜索算法*

陈盈果, 刘晓路, 陈英武, 贺仁杰

(国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:多星协同观测可以最大化卫星的整体效能, 如何对多星进行部署是一个设计空间大、设计变量多的优化问题。对此, 提出了基于 Kriging 模型的改进广义模式搜索算法。在算法的搜索步, 通过代理模型最优和最大期望提高在当前网格内进行选点, 避免选择的盲目性; 在筛选步, 利用代理模型预测筛选集中各点提高的比例并排序, 减少不必要的仿真分析。最后, 采用该算法对多星部署方案进行优化, 通过对比发现, 算法性能优于 STK-Analyzer, 证明了算法的可行性和有效性。

关键词:改进广义模式搜索; 优化设计; 多星协同; Kriging 模型

中图分类号: O212.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2012)01-0088-06

Using improvement generalized pattern search to optimize design multi-satellites' cooperated observation

CHEN Yingguo, LIU Xiaolu, CHEN Yingwu, HE Renjie

(College of Information System and Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Multi-satellites' cooperated observation is an effective way to maximize satellite system performance. How to deploy these satellites is an optimization problem, which involves a huge design space and many design parameters. For this problem, an improved generalized pattern search algorithm, which is based on Kriging model, was put forward. For the search step, two point selection mechanisms were constructed. One is to choose the point with maximal predict value about the surrogate and the other is to choose point with maximal expect improvement. For the poll step, the surrogate was used to predict the expected improvement of the points in the poll set and rank them accordingly. It can reduce the unnecessary simulation analysis. Finally, the proposed algorithm was applied to deploy multi satellites for a given scenario. Compared with the results obtained by STK-Analyzer, the proposed algorithm operated better in performance. The results prove the feasibility and effectiveness of the algorithm.

Key words: improvement generalized pattern search; optimize design; multi-satellites cooperation; Kriging model

在工程应用中,常常需要对多变量的复杂结构进行优化设计来获得最佳性能,一般情况下,这种设计是一个约束优化问题。针对约束优化,遗传算法、蚁群算法等智能优化算法得到广泛应用,这类算法具有较好的全局搜索能力,为解决复杂工程问题提供了新的思路 and 手段。研究人员通过不断完善算法内部的搜索机制,使智能优化算法在很多领域得到了广泛的应用,然而,这类算法必须经过多次迭代才能收敛到全局最优解,在一些仿真优化中,尤其是仿真十分耗时的设计中,应用其进行优化设计的时间代价难以承受。针对仿真耗时的优化问题,回到最初的求解思路:直接搜索。近年来,由于应用需求,直接搜索法,特别是模式搜索法被深入研究和推广,其理论依据和收

敛性的分析不断完善^[1],使其焕发了新的生机。

针对既定任务,如何优化部署多颗卫星进行协同观测是目前卫星应用中遇到的普遍问题,其目的是最大化发挥多星的整体效能。在概念设计阶段,设计方案的评估依赖 STK (Satellite Tool Kit) 的仿真结果,而且仿真耗时,因此可以把该优化问题看成仿真优化。本文在分析广义模式搜索机制的基础上,结合协同观测优化设计中设计空间大、变量多的特点,提出了基于 Kriging 代理模型的改进广义模式搜索算法。在算法的搜索步和筛选步引入 Kriging 代理模型,并构建设计变量和设计响应的显式关系,通过“代理模型最优”和“最大化期望提高”选取模型更新点,利用代理模型对筛选集进行排序,指导算法在设计空间有效

* 收稿日期:2011-08-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71071156,70971131)

作者简介:陈盈果(1986-),男,重庆人,博士研究生,E-mail:ygchen@nudt.edu.cn;

陈英武(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:ywchen@nudt.edu.cn

地进行搜索。本文应用改进广义模式搜索算法对多星协同观测实例进行优化设计,结果表明,算法性能优于 STK 的仿真优化工具包 Analyzer 的优化结果,验证了方法的可行性和有效性。

1 广义模式搜索算法

在实际工程中存在的优化问题,目标函数 f 和约束条件 c_j 可能是非线性、非连续、不可微或随机函数,甚至是黑箱函数,没有任何导数或梯度信息可供利用,而且,在一些优化中,对目标函数或约束条件评估十分耗时,利用现有智能优化算法进行求解效果都不理想^[2]。

广义模式搜索 (Generalized Pattern Search, GPS) 算法是一类用于线性约束优化问题的直接搜索算法^[3],算法主要是在一个方向集上选取不同点进行函数值比较,而非利用梯度信息来获取函数的下降方向,目的是通过不断改进迭代的步长,加速算法收敛。在要求尽可能少的仿真次数得到优化结果的情况下,该算法体现出较好的优越性。广义模式搜索包括两个步骤,搜索步 (Search step) 和筛选步 (Poll step)^[4-5],两者都通过生成并估计当前网格上的有限个点来寻找改进的网点 (最小化问题而言,寻找函数值下降的点)。GPS 的搜索步通过选择网格上的有限个点来估计,以求发现改进的网点。如果搜索步成功,则改进点作为新的迭代点,增大网格重新搜索;反之,进行筛选步,即在当前最优点的一定邻域内进行选择并估计。

2 基于代理模型的广义模式搜索算法改进

结合多星协同观测概念设计阶段仿真评估耗时特点,通过试验设计建立设计变量和设计响应的 Kriging 代理模型,用显式关系表示实际物理模型^[6-7],利用代理模型预测未知点的响应,减少优化过程中仿真分析次数。论文对算法的改进体现在搜索步中借助代理模型进行选点,所选择的点满足代理模型最优或最大化期望提高的两个原则,有效避免选点的盲目性;筛选步利用代理模型预测筛选集中各点提高的比例并进行排序,在非完全搜索的模式下,优先仿真提高比例大的筛选点,切实提高了优化效率。

2.1 搜索步

每一次迭代,搜索步定义一个网格,并在当前网上选择有限个点估计函数值,试图找到一个能使目标函数值比当前解 (到目前为止发现的具有最优目标函数值的点) 更优的网点,这一步可能

大大加快算法的进程,它的关键是如何在网格上选点。

首先定义所需的网格,设 D 是一个有限矩阵,它的列构成 \mathbb{R}^n 中的一个正跨越集,所谓正跨越集就是 \mathbb{R}^n 中的任何一个向量都可以由 D 中的列向量的非负线性组合表示:

$$\{r \in \mathbb{R}^n | r = a_1 d_1 + \dots + a_i d_i, \forall i, a_i \geq 0\} \quad (1)$$

矩阵 D 可以由下式表示: $D = GZ$, $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是可逆矩阵, $Z \in \mathbb{Z}^{n \times |D|}$ 是满秩的正数矩阵, D 中的任何一列可以表示成 $d_i = Gz_j$, z_j 是 Z 中的一列,那么,以 x_k 为迭代点的网格表示如下: $M_k = \{x_k + \Delta_k^m Dz; z \in \mathbb{Z}_+^{|D|}\}$, Δ_k^m 为控制网格大小的参数^[4]。

搜索步倾向于对设计空间进行全局搜索,对于当前网中待估计点的选取可以采取多种策略,如随机提取、拉丁方试验设计等。为了减少耗时的仿真分析次数,通过拉丁方试验设计提取网格中样本点并建立 Kriging 代理模型,然后针对网格内的代理模型,采用下面两种方式进行取点。

(1) 代理模型最优

对于当前代理模型,求出最优点,将该点作为待估计点。由于代理模型最优点往往靠近实际模型的局部或全局最优点,利用这些点的计算结果,能够引导优化算法收敛于全局最优点或其附近。

(2) 最大化期望提高

期望提高 (Expected Improvement, EI)^[5] 表示在一个给定点的目标值提高的概率。在一个设计点 x , 仿真之前其响应值是未知的,但是通过 Kriging 代理模型能够预测它的均值 $\hat{y}(x)$ 和均方差 σ 。因此,我们将期望提高定义为一个服从方差为 σ 的高斯分布,如果当前设计的最优值为 Y_{\min} , 则任一点响应值提高 $I(x) = Y_{\min} - y(x)$ (最大值问题为: $I(x) = y(x) - Y_{\max}$), 因此其提高的期望值为^[6]:

$$E(I) = \begin{cases} (Y_{\min} - \hat{y}(x)) \Phi\left(\frac{Y_{\min} - \hat{y}(x)}{\sigma}\right) + \sigma \varphi\left(\frac{Y_{\min} - \hat{y}(x)}{\sigma}\right), & \sigma > 0 \\ 0, & \sigma = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中, $\varphi(x)$ 和 $\Phi(x)$ 是标准正态分布的概率密度函数和分布函数,该式为两项之和,从式中可以看出,要使期望提高较大,必须使 x 的预测值 $\hat{y}(x)$ 小于当前最优值,或是预测值与最优值之差与方差 σ 的比值较小。

2.2 筛选步

当搜索失败时进行筛选,即通过估计当前最优点一定邻域内的点,使筛选结果是所在邻域内

的最优点。在搜索步时,我们根据代理模型最优和最大化期望提高所选择的点可能并不完全是网格点,因为搜索步目的是在寻找的网格内全局最优,是否网格点并不影响优化算法的求解,搜索步关键是定义矩阵 D 和 Δ_k^m ,以此来控制当前迭代点的邻域。而筛选步决定了算法的收敛性,因此筛选步选择的点要比搜索步严格,所有筛选点构成筛选集,它的定义如下:

$$P_k(x_k) = \{x_k + \Delta_k^m d; d \in D_k \subseteq D\} \quad (3)$$

D_k 是 D 的某个正跨越矩阵,选取 D_k 的目的是当 x_k 不是最小点时,至少能找到一个下降方向。在筛选时,有两种模式:完全筛选和非完全筛选,所谓完全筛选就是对于筛选集中的点逐一进行评估,非完全筛选就是一旦找到改进点,终止筛选。对于评估耗时的优化设计,宜采用非完全筛选,在这种模式下,希望尽快找到改进点,那么筛选集点的排序十分重要,它影响收敛进程。为此,我们可以采用动态筛选,优先仿真改进可能性大的点,而这个排序需借助搜索步建立的代理模型,通过将筛选集代入代理模型进行评估并排序。通过动态筛选,能有效较少评估次数,提高优化效率。

2.3 算法框架

算法包括搜索和筛选,不断迭代直到 Δ_0^m 满

足终止条件或达到最大仿真次数。以最小化问题为例。

Step1 初始化当前最优点 $x_0 \in \Omega$ 、终止网格大小 Δ_0^m 、最大仿真次数 Sim_{max} ,正扩展基 D 和网格参数 Δ_0^m ,由 D 和 Δ_0^m 生成网格 M_0 ,如图 1(a);

Step2 执行搜索步和筛选步直到在网格 M_0 上找到新的最优点 x_1 ;

Step2.1 Search:在网格 M_0 上根据代理模型最优和最大化期望提高生成点集 $\{x_k\}$,如图 1(b),并仿真分析 $\{x_k\}$,试图更新当前最优点,如图 1(c);

Step2.2 Poll:如果 Search(或 Poll)失败,如图 1(c)中所有仿真值大于当前最优点,则生成当前最优点一定邻域的筛选集 $P_0(x_0)$,并对 $P_0(x_0)$ 进行排序,如图 1(d),依次仿真分析筛选集,如图 1(e);

Step3 精度检验,当网格大小小于 Δ^m 或当前仿真次数大于 Sim_{max} 时,优化结束,否则进入 step4;

Step4 参数更新,如果 Search 或 Poll 成功,更新当前最优点 x_1 并使 $\Delta_1^m \geq \Delta_0^m$,重复 Step2;如果 Poll 失败,如图 1(e)中筛选集所有仿真值大于当前最优点,更新当前迭代点 $x_1 = x_0$ 并使 $\Delta_1^m \leq \Delta_0^m$,缩小网格,如图 1(f),重复 Step2.2。

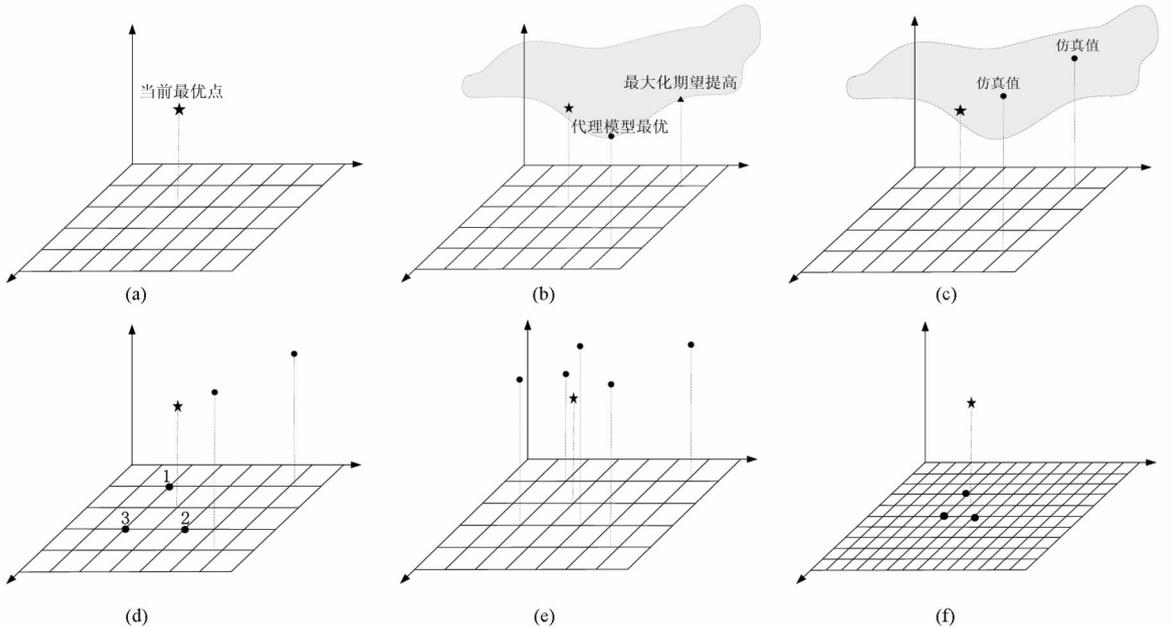


图 1 算法流程图
Fig. 1 Flow chart of the algorithm

3 多星协同观测优化设计

3.1 问题描述

随着成像卫星作用的凸显以及应用模式的不断深入和扩展,对热点地区的重点观测和特定周期内覆盖需求越来越迫切。对于特定周期的覆盖,往往需要多星协同观测,而多星的配置部署决定了其能力范围,为了达到观测目标,必须对多星进行优化部署,发挥整体效能。在这个优化的概念设计阶段,设计变量和设计响应或约束条件之间关系难以用解析关系表达,设计评估仅能通过仿真得到,而且具有以下特点:设计变量空间大、目标函数评估依赖十分耗时的计算机仿真(如 STK),并存在多极值,以至于难于高效地实现全局优化。为解决多星协同观测优化问题,采用代理模型建立设计变量和响应的显式关系,应用上文提到的改进广义模式搜索算法进行优化,并将优化结果与 STK 中优化工具箱 Analyzer 进行比较。

场景描述:多星协同观测一个重要应用是在一定时间内对某个区域进行全区域覆盖,这里我们考虑三天内(2010-08-08 至 2010-08-11),覆盖中国 90% 以上区域。设计变量包括卫星轨道参数和卫星颗数,优化目标为最少卫星颗数实现对对中国区域覆盖目标。成像卫星分辨率 5m,视

场角 5°,焦距 100m,线像素 1000 μ m,偏心率为 0。

多星协同观测中的优化设计,设计变量的数目随着卫星数目增加而增加,在设计时,只能在卫星数目确定下对轨道参数进行优化,然后选取卫星数目最少的方案。该优化问题可用下式描述:

$$\begin{aligned} \min \quad & N_{sat} \\ \max \quad & E_i(x) \quad x = [x_1 \cdots x_6] \\ \text{s. t.} \quad & x_i^l \leq x_i \leq x_i^U \quad i = 1, \dots, 3 \\ & GSD \geq 5 \end{aligned}$$

N_{sat} 表示卫星数目, $E_i(x)$ 表示卫星对区域的覆盖率, x_i 为设计变量,包括轨道高度、轨道倾角、升交点赤经,同时要求 5m 分辨率。实例中,轨道高度:300 ~ 500km;倾角:30° ~ 60°;升交点赤经:0° ~ 360°。

3.2 优化结果与分析

为了验证改进广义模式搜索算法的有效性,分析算法中搜索步和筛选步对于整个搜索过程的贡献,代理模型类型、试验设计方法和初始样本点数目是搜索步和筛选步的三个重要组成部分,试验设计采用中心复合设计(CCD)和拉丁方正交设计,样本点分别取 50 和 100,表 1 和表 2 统计了在不同组合下,整个优化过程中搜索步(筛选步)的次数和成功比例。

表 1 搜索步贡献率

Tab. 1 Contribute ratio of search step

代理模型类型	试验设计	初始点数目	设计 1 (搜索次数/成功比例)	设计 2	设计 3	平均贡献率
Kriging	CCD	50	21(5)	20(5)	23(4)	22.07%
Kriging	CCD	100	22(7)	23(7)	23(7)	30.89%
Kriging	拉丁方	50	19(5)	23(6)	22(6)	26.56%
Kriging	拉丁方	100	23(8)	20(7)	21(8)	33.54%

表 2 筛选步贡献率

Tab. 2 Contribute ratio of poll step

代理模型类型	试验设计	初始点数目	设计 1 (筛选次数/成功比例)	设计 2	设计 3	平均贡献率
Kriging	CCD	50	25(7)	26(7)	25(4)	23.64%
Kriging	CCD	100	25(8)	28(8)	30(9)	30.19%
Kriging	拉丁方	50	25(6)	30(7)	21(5)	23.71%
Kriging	拉丁方	100	30(9)	28(10)	26(10)	34.72%

在不同的试验设计方法和初始样本点数目情况下,基于代理模型的搜索步和筛选步对整个搜索过程的贡献率不同,其与实验设计方法和初始样本点数目密切相关。试验设计方法决定了在设

计空间抽取的样本点是否能够反应设计空间特性,而样本点数目决定了初次构建的代理模型精度。因此,在应用改进的广义模式搜索算法进行优化设计时,必须结合问题背景,选取合适的试验

设计方法和初始点样本数。选用拉丁方试验设计方法,初始样本点为 100,搜索步和筛选步的贡献率分别为 33.54% 和 34.72%,证明了广义模式搜索算法在搜索过程中发挥的作用。在这种条件下,通过对不同颗数的卫星协同观测方案进行优化设计,单颗卫星覆盖率如图 2,协同观测覆盖率如图 3。

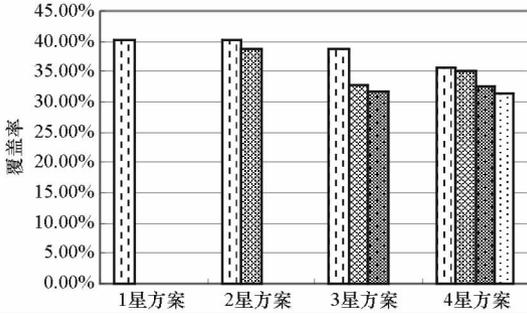


图 2 单颗卫星覆盖率

Fig. 2 Coverage ratio of single sat

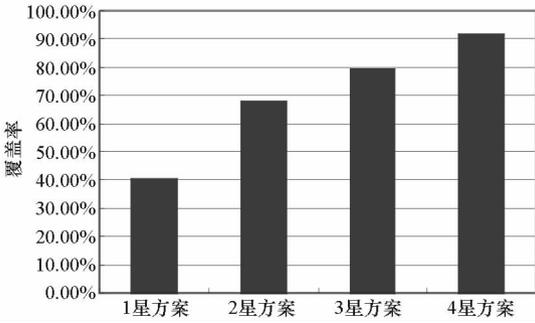


图 3 不同方案覆盖率

Fig. 3 Coverage ratio of different scheme

图 2 表示在不同方案下单颗卫星所具有的覆盖率,图中体现了多星观测的协同性;图 3 是不同方案下的协同观测率,单星方案能够达到 40.29% 的覆盖率,四星观测方案能够保证覆盖中国 90% 以上区域,因此在满足覆盖率的约束下,选择四星方案(此时卫星数目最少)为最终优化结果,表 3 为单星方案和四星方案的优化结果,其

表 3 优化结果

Tab. 3 Optimization result

方案编号	卫星编号	轨道高度 (km)	倾角 (°)	升交点赤经(°)	覆盖率
单星方案	1	470.05	44.5	267.55	40.29%
	1	465.39	45.7	254.7	
四星方案	2	462.55	46.7	0	91.72%
	3	451.42	52.7	195.9	
	4	442.95	34.72	64.0	
	4	442.95	34.72	64.0	

中四星方案中卫星 1 和单星方案优化结果近似,四星方案中其余卫星主要不同点在于倾角和升交点赤经,这样使得多星观测能够实现整体的互补性,充分发挥整体效能。

3.3 仿真验证

由于拉丁方正交实验设计选取样本点具有随机性,使得优化结果也存在随机性,为了验证算法在协同观测优化设计中的可靠性,利用 STK 提供的优化工具箱 Analyzer 对相同场景的四星方案进行优化设计,比较算法在结果稳定性和优化速度的差异。

优化结果稳定性表现在相同条件下进行多次优化设计,比较结果的偏差。通过 10 次优化设计,不限最大仿真次数,直到算法网格大小达到终止条件,两者具体优化结果如表 4,本文算法 10 次优化结果均值为 90.37%,方差为 1.62%,Analyzer 均值为 88.02%,方差为 2.04%。曲线如图 4 所示。

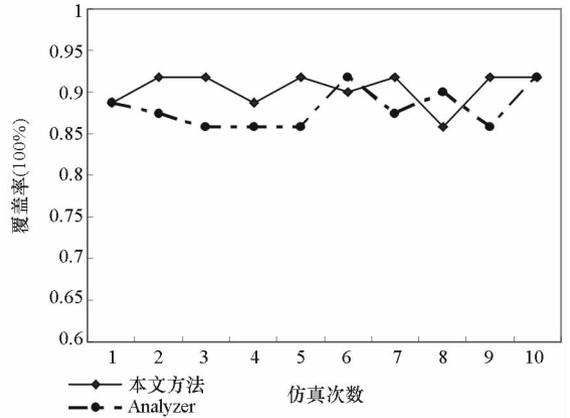


图 4 结果稳定性比较

Fig. 4 Comparison of optimization results stability

优化速度表示算法仅在仿真次数的约束下,获得优化结果的好坏。设算法的最大仿真次数为 150 次,优化结果如表 4。通过分析发现,本文方法在 150 次仿真次数的限制下,获得优化结果均值为 86.59%,方差为 2.41%,Analyzer 获得优化结果均值为 83.64%,方差为 4.07%,曲线如图 5 所示。通过比较发现,本文算法在优化结果稳定性和优化速度都好于 Analyzer,验证了文中算法在多星协同观测优化设计中的可靠性。

表4 Analyzer与本文算法优化结果比较

Tab.4 Results comparison between Analyzer and proposed algorithm

序号	本文方法	Analyzer	序号	本文方法	Analyzer
稳 定 性	1	88.75%	6	90.05%	91.72%
	2	91.72%	7	91.72%	87.38%
	3	91.72%	8	85.79%	90.05%
	4	88.75%	9	91.72%	85.79%
	5	91.72%	10	91.72%	91.72%
优 化 速 度	1	82.55%	6	85.79%	87.38%
	2	90.05%	7	85.79%	90.05%
	3	85.79%	8	90.05%	85.79%
	4	85.79%	9	82.55%	78.55%
	5	91.72%	10	85.79%	78.55%

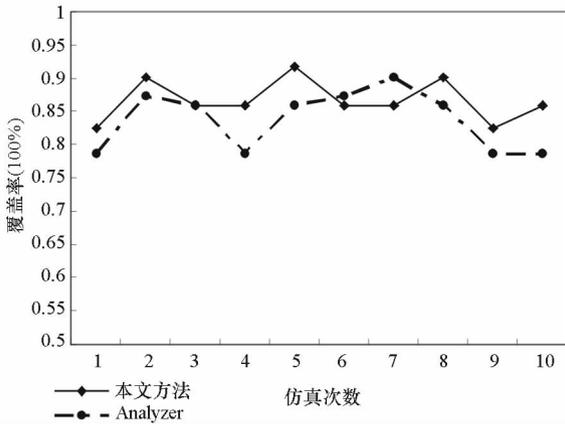


图5 优化速度比较

Fig. 5 Comparison of optimization speed

4 结论

针对仿真耗时的优化问题,本文提出了改进广义模式搜索算法,讨论了优化过程中如何利用代理模型对未知点进行预测。多星协同观测的优化设计证明了方法的有效性,且优化结果的稳定性和优化速度都优于 Analyzer。在实际设计中,还存在分类变量,如轨道类型、载荷类型等,论文的下一步工作是在构建代理模型时如何考虑分类变量,同时,为了降低优化的随机性,需改进试验设计方法,使其控制样本点数目,同时又能有效反映试验空间的特性。

参考文献 (References)

- [1] Lewis R M, Torczon V, Trosset M W. Direct search methods : then and now [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2000, 124(1-2) : 191-207.
- [2] 黄天云. 约束优化模式搜索法研究进展 [J]. 计算机学报, 2008, 31 (7) : 1206-1210.
HUANG Tianyun. Research advances on pattern searches in constrained optimization [J]. Chinese Journal of Computers, 2008, 31(7) : 1206-1210. (in Chinese)
- [3] Wu T, Sun L P. A Filter-based pattern search method for unconstrained optimization [J]. Numerical Mathematics, 2005, 15(3) : 209-216.
- [4] Lewis R M, Torczon V. Pattern search algorithms for linear constrained minimization [J]. SIAM Journal on Optimization, 2000, 10(3) : 917-941.
- [5] Audet C, Dennis J E. A pattern search filter method for nonlinear programming without derivatives [J]. SIAM Journal on Optimization, 2004, 14(4) : 980-1010.
- [6] John C B, Wilkins A. Surrogate-model accelerated random search algorithm for global optimization with applications to inverse material identification [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Aerospace Science and Technology, 2007, 196(45-48) : 4561-4576.
- [7] Alexander I J F, Andy J K. Recent advances in surrogate-based optimization [J]. Progress in Aerospace Sciences, 2009, 45(1) : 50-79.