

考虑相位噪声影响的单阵元被动合成阵列算法*

王健鹏, 柳征, 姜文利

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:考虑到现有单阵元被动合成阵列算法对阵元的运动模型假设过于理想且对相位噪声的适应能力不足,首先,提出一种适用于阵元任意机动方式的单阵元被动合成阵列通用算法,进而通过相位噪声模型分析,给出最大相参时间及有效合成阵元数的选取方法,重建了合成阵列的流形矢量,得到了与相位噪声模型相匹配的改进算法。然后,在相位噪声影响条件下,推导了单阵元被动合成阵列波达方向的理论估计方差下限。仿真分析表明,较未考虑相位噪声影响的算法,改进算法能够有效提高相位噪声影响下的单阵元被动合成阵列测向精度。

关键词:被动合成阵列;相位噪声;波达方向估计;运动天线;

中图分类号:TN911.7 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2012)01-0132-06

Passive synthetic array algorithm using single sensor with phase noise effects

WANG Jianpeng, LIU Zheng, JIANG Wenli

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The existing passive synthetic array algorithms all make too ideal assumptions on the way of sensor moving and cannot endure the influence of phase noise very well. So the current research firstly presents a general processing algorithm of passive synthetic array. By carefully analyzing the phase noise model, a new estimation means of maximum coherence time and valid synthetic sensor number is proposed and then the steering vector of passive synthetic array is reconstructed. Furthermore, an improved passive synthetic array algorithm based on the phase noise model is presented. Considering the effect of phase noise, the theoretical lower bound on the variance of DOA estimate of passive synthetic array is given by deducing the Cramér - Rao Bound. Simulation results show that the proposed algorithm can enhance the precision of DOA estimate effectively comparing with the existing algorithm.

Key words: passive synthetic array; phase noise; direction-of-arrival (DOA) estimation; moving sensor

阵列天线系统,可以实现对辐射源信号的方向测量及空间分辨,被广泛应用于科学研究和工程领域。但是,由于阵列系统往往由多个接收通道构成,系统复杂,设备量庞大。另外,阵列系统需要预先对接收通道的幅相一致性进行严格调校,维护成本较高。为尽量减小阵列系统的设备量和维护成本,在水声探测领域提出了单阵元被动合成阵列的概念。基于此概念,文献[1-2]给出了单阵元被动合成线阵列的实现方法,文献[3]提出了被动合成圆阵列的方法。利用文献[1-3]所述方法,单阵元被动合成阵列可以得到类似于常规阵列的波达方向(DOA)估计和空间分辨能力。实际上,单阵元被动合成阵列过程除利用阵元运动来实现外,还可以由单通道接收机通

过扫描选通天线阵列的方式来模拟实现。这种模拟实现方式同样具有设备量和成本优势,同时又可避免运动误差的影响,降低工程应用的难度。无论采用何种实现方式,单阵元合成阵列处理均要求入射信号具有一定的相参性。

考虑现有单阵元被动合成阵列算法对脉冲信号的相位噪声适应能力较差(脉冲信号的合成阵列时间较长,对相位噪声更加敏感),无法有效确定信号的最大相参时间(被动合成阵列最大可用采样数据时间长度),且对阵元的运动方式假设也过于理想。针对这些不足,本文首先给出了在单频信号条件下的单阵元被动合成阵列的通用算法。然后通过对相位噪声模型进行分析,给出了新的最大相参时间估计方法。最后,得到了与相

* 收稿日期:2011-06-11

作者简介:王健鹏(1982-),男,博士研究生,E-mail:pengong101@163.com;

姜文利(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:jiangwl@nudt.edu.cn

位噪声模型相匹配的单阵元被动合成阵列改进算法,并推导了相关克拉美-罗界。

1 理想单频信号单阵元被动合成阵列算法

考虑二维平面模型,设在平面内单阵元做变速、变向运动(通过阵元机动来消除信号频率和 DOA 之间的模糊^[1]),单一远场相参脉冲信号入射方向与 X 轴正向呈 θ_0 夹角,模型如图 1 所示。图 1 中空心圆表示阵元在一定时刻的运动位置。

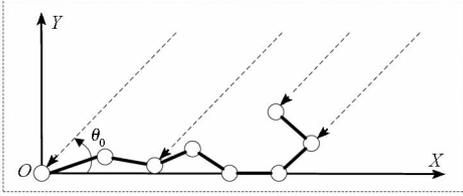


图 1 单阵元被动合成阵列示意图

Fig. 1 Sketch map of passive synthetic array with single sensor

将运动阵元接收信号过程划分为 M 段,设第 $m(m=1, \dots, M)$ 段过程的起始时刻为 T_m ,对信号的持续采样时间为 τ (对于脉冲信号,通常 τ 取信号的脉冲宽度, $T_{m+1} - T_m$ 为第 m 个脉冲到第 $m+1$ 个脉冲的脉冲间隔)。阵元在 $t + T_m$ ($t \in [0, \tau], m=1, \dots, M$) 时刻即第 m 个脉冲上的采样近似表示为

$$\begin{aligned} x(t + T_m) &= A_0 \exp(j(2\pi f_0(t + T_m) + 2\pi f_0 \mathbf{r}_m^T \boldsymbol{\varphi}_0 / c \\ &+ \varphi(t) + \varphi_0)) + \varepsilon(t + T_m) \end{aligned} \quad (1)$$

(1) 式中, f_0 表示信号发射频率(设辐射源静止), φ_0 表示信号初始相位, $\varphi(t)$ 表示周期性相位调制, A_0 表示信号幅度, c 为光速, $\varepsilon(t + T_m)$ 表示阵元的加性高斯白噪声,与接收信号独立,均值为 0, 方差为 σ^2 , $(\cdot)^T$ 表示取转置, $\boldsymbol{\varphi}_0 = (\cos\theta_0, \sin\theta_0)^T$, \mathbf{r}_m 为 T_m 时刻阵元在 OXY 平面中的位置矢量,通常设 $\mathbf{r}_1 = (0, 0)^T, T_1 = 0$ 。(1) 式采样信号可以表示为矢量 $\mathbf{x}(t)$ ($t \in [0, \tau]$) 形式

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x(t + T_1), \dots, x(t + T_M)]^T \\ &= \mathbf{a}(\theta_0, f_0) s_0(t) + [\varepsilon(t + T_1), \dots, \varepsilon(t + T_M)]^T \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $s_0(t) = A_0 \exp(j(2\pi f_0 t + \varphi(t) + \varphi_0))$, $x(t + T_m)$ ($m=1, \dots, M$) 在合成阵列处理中可被看作合成阵元 m 在 t 时刻的采样。流形矢量

$$\mathbf{a}(\theta_0, f_0) = [e^{j2\pi f_0 T_1} e^{j2\pi f_0 \mathbf{r}_1^T \boldsymbol{\varphi}_0 / c}, \dots, e^{j2\pi f_0 T_M} e^{j2\pi f_0 \mathbf{r}_M^T \boldsymbol{\varphi}_0 / c}]^T \quad (3)$$

构造 $\mathbf{x}(t)$ 的协方差矩阵

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = A_0^2 \mathbf{a}(\theta_0, f_0) \mathbf{a}^H(\theta_0, f_0) + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (4)$$

(4) 式中 \mathbf{I} 表示单位矩阵, $(\cdot)^H$ 表示取共轭转置。由(2)式和(4)式可以看出,周期性的相位调制分量 $\varphi(t)$ 在处理中可以被消去,理论上不会影响二维参数 (θ_0, f_0) 的估计。数据协方差矩阵 \mathbf{R} 由

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k) \quad (5)$$

估计得到。(5) 式中 $\mathbf{x}(k) = [x(kt_s + T_1), \dots, x(kt_s + T_M)]^T$ 表示合成阵列的第 k ($k=1, 2, \dots, N$) 次等效快拍数据矢量, N 为合成阵列的等效快拍数(即单脉冲采样数)。基于(3)式和(5)式,利用常规阵列信号处理方法,如 2 维 MUSIC 算法(2D MUSIC)或 2 维传统波束形成(Conventional Beamforming, CBF)方法(2D CBF),即可实现对信号频率和 DOA 的无模糊联合估计。

2 相位噪声模型分析

2.1 相位噪声模型

在非理想条件下,信号受到随机幅度和相位等乘性噪声的影响,频率存在小幅的随机抖动。这种信号频率的随机抖动会导致单阵元被动合成阵列处理性能的下降,同时也决定了被动合成阵列可利用采样数据的时间长度(称作最大相参时间)。设阵元在 $t + T_m$ ($m=1, 2, \dots, M$) 时刻接收信号附加有随机幅度和随机相位噪声,信号形式^[4-5] 可以表示为

$$\begin{aligned} s(t + T_m) &= A(t + T_m) (1 + V \tilde{A}(t + T_m)) \\ &\exp(j(2\pi f_0(t + T_m) + 2\pi f_0 \mathbf{r}_m^T \boldsymbol{\varphi}_0 / c \\ &+ \varphi(t) + \varphi_0 + \tilde{\varphi}(t + T_m))) \end{aligned} \quad (6)$$

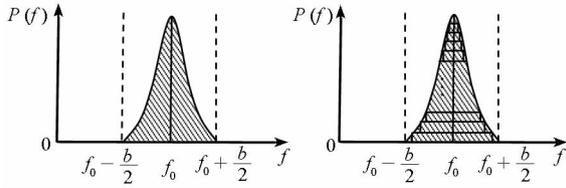
(6) 式中 $A(t + T_m)$ 表示信号幅度, $\tilde{A}(t + T_m)$ 表示信号的调幅噪声, V 为调幅噪声电平,通常有 $V \ll 1$, $\tilde{\varphi}(t + T_m)$ 表示信号的相位噪声。由于 V 较小,可以认为信号的频率稳定度主要由相位噪声决定。相位噪声所引起的信号功率谱分布呈现近似对称性^[6-7], 如图 2(a) 所示。图中 $P(f)$ 表示信号的功率谱函数, b 表示相应功率谱带宽。考虑到函数 $P(f)$ 难以被解析表示,于是将 $P(f)$ 拆分为 L 个分段函数累加的形式,表示为(如图 2(b) 所示)

$$P(f) = \begin{cases} P_1(f), & f \leq f_0 \\ P_2(f), & f > f_0 \end{cases} = \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{l=1}^L g_l(f) \quad (7)$$

(7) 式中, $g_l(f)$ ($l=1, 2, \dots, L$) 分别表示为

$$\begin{cases} g_1(f) = \frac{P(f_0)}{L}, f = f_0 \\ g_2(f) = \frac{P(f_0)}{L}, f \in \left[P_1^{-1}\left(\frac{L-1}{L}P(f_0)\right), P_2^{-1}\left(\frac{L-1}{L}P(f_0)\right) \right] \\ \vdots \\ g_L(f) = \frac{P(f_0)}{L}, f \in \left[P_1^{-1}\left(\frac{P(f_0)}{L}\right), P_2^{-1}\left(\frac{P(f_0)}{L}\right) \right] \end{cases} \quad (8)$$

$P_1^{-1}(\cdot)$ 和 $P_2^{-1}(\cdot)$ 分别为函数 $P_1(f)$ 和 $P_2(f)$ 的逆函数。



(a) 信号功率谱分布 (b) 信号功率谱分布表示为分段函数累加形式

图 2 相位噪声引起的信号功率谱分布
Fig. 2 Power spectrum distribution with phase noise affects

2.2 相位噪声影响及最大相参时间定义

设 \mathbf{R}_0 为单一入射信号的协方差矩阵,表示为

$$\mathbf{R}_0 = A_0^2 \mathbf{a}(\theta_0, f_0) \mathbf{a}^H(\theta_0, f_0) \quad (9)$$

(9) 式中, $M \times M$ 矩阵 \mathbf{R}_0 的第 n 行 m 列元素 $r_0^{n,m}$ ($n, m = 1, 2, \dots, M$) 表示为

$$r_0^{n,m} = A_0^2 \exp(j2\pi f_0((T_n - T_m) + (\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T)\boldsymbol{\varphi}_0/c)) \quad (10)$$

若信号受到相位噪声影响,根据图 2(b) 信号功率谱分布模型将 \mathbf{R}_0 表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_0 &= \frac{1}{b} \int_{f_0 - \frac{b}{2}}^{f_0 + \frac{b}{2}} P(f) \mathbf{a}(\theta_0, f) \mathbf{a}^H(\theta_0, f) df \\ &= \frac{1}{b} \int_{f_0 - \frac{b}{2}}^{f_0 + \frac{b}{2}} \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{l=1}^L g_l(f) \mathbf{a}(\theta_0, f) \mathbf{a}^H(\theta_0, f) df \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{b} \sum_{l=1}^L \left(\int_{f_0 - \frac{b}{2}}^{f_0 + \frac{b}{2}} g_l(f) \mathbf{a}(\theta_0, f) \mathbf{a}^H(\theta_0, f) df \right) \end{aligned} \quad (11)$$

矩阵 \mathbf{R}_0 的第 n 行 m 列元素 $r_0^{n,m}$ 为

$$\begin{aligned} r_0^{n,m} &= A_0^2 \exp(j2\pi f_0((T_n - T_m) + (\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T)\boldsymbol{\varphi}_0/c)) \cdot \\ &\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \text{sinc}(b_l((T_n - T_m) + (\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T)\boldsymbol{\varphi}_0/c)) \\ &= A_0^2 \exp(j2\pi f_0((T_n - T_m) + (\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T)\boldsymbol{\varphi}_0/c)) \cdot w_{n,m} \end{aligned} \quad (12)$$

其中, 辛格函数 $\text{sinc}(\cdot) = \text{sin}[\pi(\cdot)] / [\pi(\cdot)]$,

$$b_l = P_2^{-1}\left(\frac{L-l+1}{L}P(f_0)\right) - P_1^{-1}\left(\frac{L-l+1}{L}P(f_0)\right)$$

比较(10)式、(12)式可知,相位噪声引入了实系数 $w_{n,m} \leq 1$ (当 $m = n$ 时有 $w_{m,m} = 1$),会降低不同合成阵元接收信号间的相关性。进一步考虑 $(\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T)\boldsymbol{\varphi}_0/c = T_n - T_m$, 系数 $w_{n,m}$ 可简化为

$\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \text{sinc}(b_l(T_n - T_m))$ 形式。 $w_{n,m}$ 的简化形式表明,当存在相位噪声影响时,信号在不同时刻的相关性随着时间间隔的增加而降低。因此,当两个时差最大脉冲所相应的协方差矩阵元素 $r_0^{M,1}$ 或 $r_0^{1,M}$ 仍大于零^[8] 时,则 M 个合成阵元均为有效阵元。该条件对应 $w_{M,1} = w_{1,M} > 0$ 。

当相位噪声所引起的信号功率谱呈均匀分布且功率谱带宽为 b (变量) 时,系数 $w_{M,1} = w_{1,M} = \text{sinc}(bT_M) > 0$, 即 $bT_M < 1$ 。在此条件下,单阵元被动合成阵列所允许的最大信号带宽为 $b_{\max} = 1/T_M$ 。反向考虑,若信号带宽固定为 b , 允许信号进行有效合成阵列处理的最大相参时间^[1] 为 $T_c = 1/b$ 。在实际处理中,由于相位噪声所形成的信号功率谱通常并不呈均匀分布,且信号实际的相位噪声带宽 b 也难以被直接估计,因此 T_c 通常难以得到。针对这一问题,根据系数 $w_{1,m}$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 所满足关系:

$$1 = w_{1,1} > w_{1,2} > \dots > w_{1,P} > 0 \geq w_{1,P+1} \quad (13)$$

选取时间长度 $T_p + \tau$ 作为单阵元被动合成阵列的最大相参时间(因为当 $m \leq P$ 时, $w_{1,m}$ 单调递减且 $w_{1,m} > 0$, 使得 $r_0^{1,m} \neq 0$), 定义 P 为有效合成阵元数(即最大可用脉冲数)。由(13)式可知,若得到系数 $w_{1,m}$ ($m = 1, 2, \dots, M$), 即可完成对最大相参时间及有效合成阵元数 P 的估计。为此,利用(4)式和(12)式将系数 $w_{1,m}$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 的绝对值表示为

$$\begin{cases} |w_{1,1}| = |r_0^{1,1}| / A_0^2 \\ \quad = |r^{1,1} - \sigma^2| / |r^{1,1} - \sigma^2| = 1 \\ |w_{1,m}| = |r_0^{1,m}| / A_0^2 = |r_0^{1,m}| / |r_0^{1,1}| \\ \quad = |r^{1,m}| / |r^{1,1} - \sigma^2|, 2 \leq m \leq M \end{cases} \quad (14)$$

(14) 式中, $r^{n,m}$ ($n, m = 1, 2, \dots, M$) 为协方差阵 \mathbf{R} 的第 n 行 m 列元素, $|\cdot|$ 表示取模运算。由于(14)式中仍包含未知参数 σ^2 , 考虑利用 $w_{1,1} \approx w_{1,2}$ 的特性, 令 $w_{1,1} = w_{1,2} = 1$, 将实系数 $w_{1,m}$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 的绝对值重新表示为

$$\begin{cases} |w_{1,1}| = w_{1,2} = |r^{1,2}| / |r^{1,2}| = 1 \\ |w_{1,m}| = |r^{1,m}| / |r^{1,2}|, 3 \leq m \leq M \end{cases} \quad (15)$$

最终,结合(15)式结果和(13)式关系,在数组矢量 $[|w_{1,1}|, |w_{1,2}|, \dots, |w_{1,M}|]$ 中,由左至右

选取数组中的第一个极小值元素,并以该极小值元素所对应的数组编号作为参数 P 的取值。当 $m \leq P$ 时,有 $|w_{1,m}| = w_{1,m}$ 。当 $m > P$ 时, $w_{1,m}$ 取值将在 0 值附近进行振荡。此时由于 $w_{1,m}$ 的正负特性无法取得,更长的合成阵列孔径信息将无法被有效利用。因此单阵元被动合成阵列的有效孔径由参数 P 最终确定。

3 考虑相位噪声影响的改进算法

比较 (10) 式和 (12) 式可知,随着相位噪声带宽的增大,不同合成阵元采样信号间的相位关系与理想相参信号情况相比,差异将显著增大。此时若忽略相位噪声对合成阵列处理的影响,将导致信号 DOA 的估计性能恶化。因此,为提高单阵元被动合成阵列处理对相位噪声的适应能力,考虑基于图 2 所示功率谱模型,重建合成阵列的流形矢量。

在相位噪声的影响下,反映合成阵元 1 和合成阵元 m ($m = 1, 2, \dots, P$) 间相位关系的合成阵列流形矢量元素为

$$\begin{aligned} \bar{a}_m(\theta_0, f_0) &= \frac{1}{b} \int_{f_0-b/2}^{f_0+b/2} P(f) e^{j2\pi f \langle T_m + r_m^T \boldsymbol{\varphi}_0 / c \rangle} df \\ &= w_{1,m} e^{j2\pi f_0 \langle T_m + r_m^T \boldsymbol{\varphi}_0 / c \rangle} \\ &= |w_{1,m}| e^{j2\pi f_0 \langle T_m + r_m^T \boldsymbol{\varphi}_0 / c \rangle} \end{aligned} \quad (16)$$

相应流形矢量表示为

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta_0, f_0) = \mathbf{b}(\theta_0, f_0) \odot \mathbf{w} \quad (17)$$

(17) 式中, $\mathbf{b}(\theta_0, f_0)$ 由流形矢量 $\mathbf{a}(\theta_0, f_0)$ 的前 P 个元素构成, $\mathbf{w} = [w_{1,1}, \dots, w_{1,P}]^T$, \odot 为 Hadamard 积。通过以上分析,单阵元被动合成阵列的改进 DOA 估计算法可以表示如下:

第 1 步 将 M 个信号脉冲等效为合成阵列的快拍数据,估计 $M \times M$ 维协方差矩阵 \mathbf{R} ;

第 2 步 利用 (15) 式计算 $|w_{1,m}|$ ($m = 1, 2, \dots, M$), 确定有效合成阵元数 P ;

第 3 步 选取矩阵 \mathbf{R} 中前 P 行 P 列元素所构成的子阵列,作为有效协方差阵 \mathbf{R}_{PP} , $\mathbf{R}_{PP} = \mathbf{U}_{P,s} \boldsymbol{\Lambda}_{P,s} \mathbf{U}_{P,s}^H + \mathbf{U}_{P,n} \boldsymbol{\Lambda}_{P,n} \mathbf{U}_{P,n}^H$ (其中 $\mathbf{U}_{P,s}$ 为信号子空间, $\mathbf{U}_{P,n}$ 为噪声子空间, $\boldsymbol{\Lambda}_{P,s}$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}_{P,n}$ 分别为信号子空间和噪声子空间所对应的特征值对角阵);

第 4 步 利用 (17) 式,构造基于二维 CBF 方法的谱函数 $P_{2D \text{ CBF}}(\theta, f) = \bar{\mathbf{a}}^H(\theta, f) \hat{\mathbf{R}}_{PP} \bar{\mathbf{a}}(\theta, f)$, 或构造基于二维 MUSIC 算法的谱函数 $P_{2D \text{ MUSIC}}(\theta, f) = 1 / [\bar{\mathbf{a}}^H(\theta, f) \hat{\mathbf{U}}_{P,n} \hat{\mathbf{U}}_{P,n}^H \bar{\mathbf{a}}(\theta, f)]$ ($\hat{\mathbf{R}}_{PP}$ 和 $\hat{\mathbf{U}}_{P,n}$ 分别表示矩阵 \mathbf{R}_{PP} 和 $\mathbf{U}_{P,n}$ 的估计矩阵);

第 5 步 通过二维谱峰搜索,实现对信号频率和 DOA 的联合估计。

考虑到相位噪声会导致信号子空间能量泄漏到噪声子空间中,因此在本改进算法第 4 步中,无需噪声子空间估计的二维 CBF 方法比二维 MUSIC 算法更加适用。

4 相位噪声影响下的 DOA 理论估计下限

单阵元被动合成孔径算法的 DOA 理论估计下限即克拉美-罗界 (CRB), 可通过 Fisher 信息阵求逆得到。在相位噪声影响下,假设合成阵元的采样数据服从零均值高斯分布,相应 Fisher 信息阵 \mathbf{F} 的第 i 行 j 列元素可以表示为^[9-10]

$$F_{i,j} = N \cdot \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}_i} \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}_j} \mathbf{R}^{-1} \right) \quad (18)$$

(18) 式中, $\text{Tr}(\cdot)$ 表示求矩阵的迹, \mathbf{u} 为估计参数矢量, $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \sigma^2 \mathbf{I}$ 。结合 (12) 式并考虑有 $w_{m,n} = w_{n,m}$ ($n = 1, 2, \dots, P; m = 1, 2, \dots, P$) 关系, 设未知参数包括信噪比 $\text{SNR} = A_0^2 / \sigma^2$, 参数 $w_{p,q}$ ($p = 1, 2, \dots, P; q = p, p+1, \dots, P$) 所构成集合 W 元素, 信号频率 f_0 和信号入射方向 θ_0 。考虑信噪比 SNR 的估计性能不会对参数 f_0 和 θ_0 的估计性能产生影响, 故定义待估计参数矢量 $\mathbf{u} = [W, f_0, \theta_0]^T$, 其元素个数为 $(1+P)P/2 + 2$ 。由 (12) 式可以得到协方差阵第 n 行 m 列元素 $r^{n,m}$ 关于各估计参数的偏导形式, 其中 $r^{n,m}$ 关于 $w_{p,q}$ 的偏导数为

$$\frac{\partial r^{n,m}}{\partial w_{p,q}} = \frac{\partial r_0^{n,m}}{\partial w_{p,q}} = \begin{cases} A_0^2 \exp(j2\pi f_0 \langle (T_n - T_m) + (\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T) \boldsymbol{\varphi}_0 / c \rangle), \\ (n = p, m = q) \text{ or } (n = q, m = p) \\ 0, \text{ else} \end{cases} \quad (19)$$

$r^{n,m}$ 关于 f_0 的偏导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial r^{n,m}}{\partial f_0} &= \frac{\partial r_0^{n,m}}{\partial f_0} \\ &= w_{n,m} A_0^2 \exp(j2\pi f_0 \langle (T_n - T_m) + (\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T) \boldsymbol{\varphi}_0 / c \rangle) \\ &\quad [j2\pi \langle (T_n - T_m) + (\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T) \boldsymbol{\varphi}_0 / c \rangle] \end{aligned} \quad (20)$$

$r^{n,m}$ 关于 θ_0 的偏导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial r^{n,m}}{\partial \theta_0} &= \frac{\partial r_0^{n,m}}{\partial \theta_0} \\ &= w_{n,m} A_0^2 \exp(j2\pi f_0 \langle (T_n - T_m) + (\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T) \boldsymbol{\varphi}_0 / c \rangle) \\ &\quad [j2\pi f_0 (\mathbf{r}_n^T - \mathbf{r}_m^T) \boldsymbol{\varphi}'_0 / c] \end{aligned} \quad (21)$$

(21) 式中, $\boldsymbol{\varphi}'_0 = d\boldsymbol{\varphi}_0 / d\theta_0 = (-\sin\theta_0, \cos\theta_0)^T$ 。基

于(18)式~(21)式,关于信号 DOA 参数 θ_0 的克拉美-罗界 CRB $_{\theta_0}$ 可以通过下式得到

$$CRB_{\theta_0} = \mathbf{F}_{(1+P)P/2+2, (1+P)P/2+2}^{-1} \quad (22)$$

其中 $\mathbf{F}_{(1+P)P/2+2, (1+P)P/2+2}^{-1}$ 表示 Fisher 信息阵 \mathbf{F} 对应逆矩阵的第 $(1+P)P/2+2$ 行、 $(1+P)P/2+2$ 列元素。

5 仿真分析

脉冲信号以方向 $\theta_0 = 5^\circ$ 入射,信号中心频率 $f_0 = 1\text{GHz}$,脉冲重复间隔为 1ms ,设相位噪声所引起的功率谱呈均匀分布,功率谱带宽为 b ,信噪比为 SNR,单脉冲采样数为 300,可利用脉冲数为 $M = 40$ 。考虑用单通道接收机对多天线扫描接收的方式来模拟单阵元被动合成阵列过程,设接收机对天线的切换周期与脉冲重复周期同步,所用天线阵列构型分别如图 3(a)、(b)所示,阵元间距取 $c/f_0 = \lambda$ (信号波长)。图 3 中“ \rightarrow ”表示接收机对天线阵元的选通接收顺序。图 3(a)模型对应阵元个数为 $3M' = 30$,信号带宽 $b = 30\text{Hz}$;图 3(b)模型对应阵元个数为 $4M' = 40$,信号带宽 $b = 25\text{Hz}$ 。仿真中利用二维 CBF 方法对信号频率和 DOA 进行联合估计,信号 DOA 参数的均方根误差 (RMSE) 结果由 200 次 Monte-Carlo 统计得到。

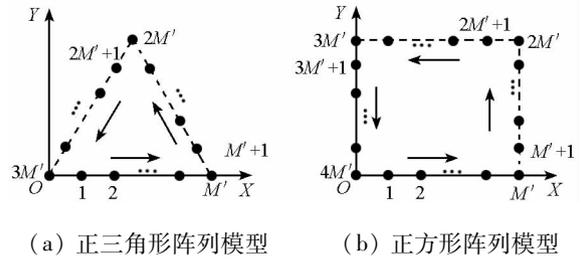
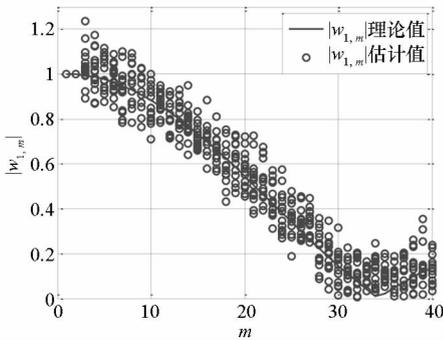


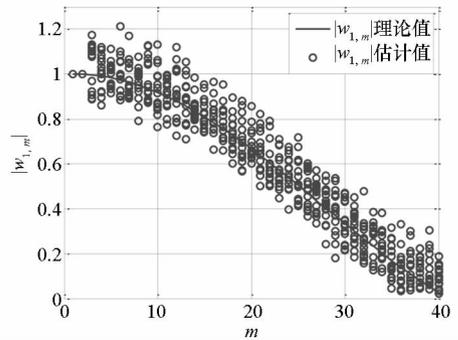
图 3 阵列构型

Fig. 3 Array configuration

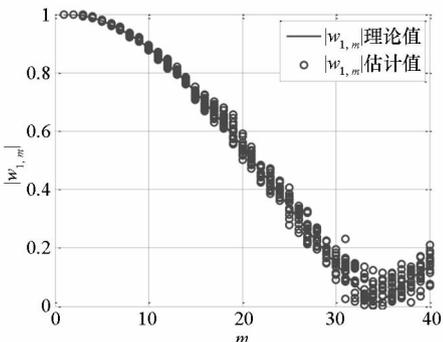
在改进算法中,首先需要对其 $|w_{1,m}| (m = 1, 2, \dots, M)$ 进行估计,图 4(a)和图 4(b)分别给出了图 3(a)和图 3(b)所示阵列模型在 0dB 信噪比条件下的 $|w_{1,m}|$ 估计结果,图 4(c)和图 4(d)分别给出了图 3(a)和图 3(b)所示阵列模型在 30dB 信噪比条件下的 $|w_{1,m}|$ 估计结果,设对系数 $|w_{1,m}|$ 的估计次数为 15 次。由图 4 可以看出,对于阵列模型(a),有效脉冲数 P 可保守取为 30,对于阵列模型(b), P 可取为 40。另外图 4 表明,信噪比会对系数 $|w_{1,m}|$ 的估计精度产生影响:当信号信噪比较低时 (SNR = 0dB),系数 $|w_{1,m}|$ 的估计方差较大;当信噪比较高时 (SNR = 30dB),系数 $|w_{1,m}|$ 的估计方差较小。



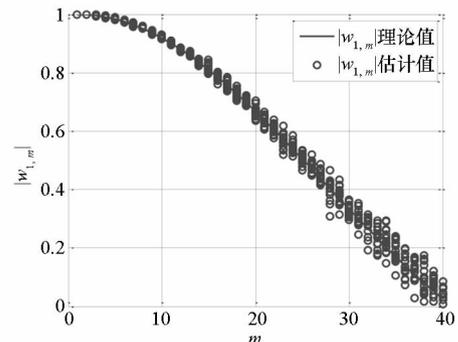
(a) SNR = 0dB, 对应图 3(a) 阵列模型



(b) SNR = 0dB, 对应图 3(b) 阵列模型



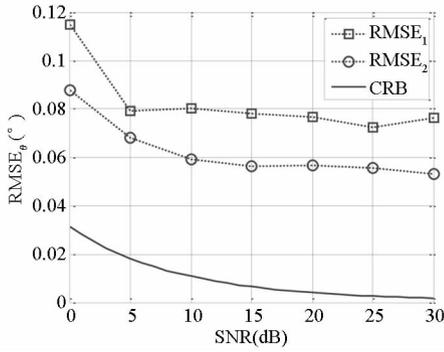
(c) SNR = 30dB, 对应图 3(a) 阵列模型



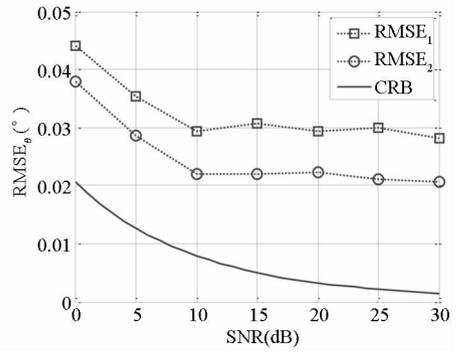
(d) SNR = 30dB, 对应图 3(b) 阵列模型

图 4 系数 $|w_{1,m}|$ 估计受信噪比影响

Fig. 4 Coefficient $|w_{1,m}|$ estimates against SNR



(a) 图 3(a) 合成阵列模型



(b) 图 3(b) 合成阵列模型

图 5 信号 DOA 估计 RMSE 随信噪比变化图

Fig. 5 RMSEs of DOA estimates against SNR

确定两种模型的有效脉冲个数 P 后,分别应用改进单阵元被动合成阵列算法和 2 节所述算法,所得信号 DOA 估计的 RMSE 随信噪比变化曲线如图 5 所示。图中 $RMSE_1$ 为 2 节算法的 DOA 估计均方根误差, $RMSE_2$ 为考虑相位噪声影响改进算法的 DOA 估计均方根误差, CRB 表示 DOA 估计的克拉美 - 罗界开方值。由图 5 可以看出,基于相位噪声模型的改进算法与 2 节算法相比,可以有效提高单阵元被动合成阵列的 DOA 估计精度。但是,改进算法的 RMSE 仍然难以逼近克拉美 - 罗界。究其原因,这与仿真中所生成信号的相位噪声功率谱分布不能完全对称(由信号采样点有限造成)有关。

6 结论

现有单阵元被动合成阵列算法对阵元的运动方式假设过于理想,且在相位噪声影响下,无法有效确定信号的最大相参时间,与真实的合成阵列流形存在失配。针对上述问题,本文首先给出了在单频信号条件下适用于阵元任意机动方式的单阵元被动合成阵列通用算法。然后,在对信号相位噪声模型分析的基础上,重新给出了关于信号最大相参时间的计算方法并重建了合成阵列的流形矢量。最后,提出了与相位噪声模型相匹配的单阵元被动合成阵列改进算法。仿真分析表明:在相位噪声影响下,利用所提算法可以直接判断出合成阵元的有效性,能够有效提高单阵元被动合成阵列对信号的 DOA 估计精度。

参考文献 (References)

[1] Autrey S W. Passive synthetic arrays[J]. J. Acoust. Soc.

Am. 1988, 84: 592 - 598.

- [2] 王健鹏,柳征,姜文利. 运动单阵元被动合成阵列波达方向估计[J]. 航空学报. 2010, 31(7): 1445 - 1453.
WANG Jianpeng, LIU Zheng, JIANG Wenli. DOA estimation for passive synthetic arrays of moving single sensor[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(7): 1445 - 1453. (in Chinese)
- [3] Yen N. A circular passive synthetic array: an inverse problem approach[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1992, 17(1): 40 - 47.
- [4] 强伯涵,魏智. 现代雷达发射机理论设计和实践[M]. 北京:国防工业出版社, 1985.
QIANG Bohan, WEI Zhi. The theoretical design and practice of modern radar transmitter[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1985. (in Chinese)
- [5] Chen J, Jonsson F, Zheng L. A fast and accurate phase noise measurement of free running oscillators using a single spectrum analyzer[C]// Proceedings of the 28th NORCHIP Conference. Tampere, Finland: 2010: 1 - 4.
- [6] The Institute of Electrical and Electronics Engineers. IEEE standard definitions of physical quantities for fundamental frequency and time metrology[S]. USA, 1988.
- [7] Demir A. Computing timing jitter from phase noise spectra for oscillators and phase-locked loops with white and 1/f noise[J]. IEEE Trans. on Circuits and Systems. 2006, 53(9): 1869 - 1884.
- [8] Zatman M. How narrow is narrowband? [J]. IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation. 1998, 145(2): 85 - 91.
- [9] Bangs W J. Array processing with generalized beamformers[D]. New Haven, CT: Yale University, 1971.
- [10] Gershman A B, Stoica P, Pesavento M, et al. Stochastic Cramer-Rao bound for direction estimation in unknown noise fields[J]. IEE Proc. -Radar, Sonar Navig, 2002, 149(1): 2 - 8.