

一种新的保持分形特征的分形变形方法*

庄一新,熊岳山

(国防科技大学 计算机学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对 IFS 吸引子变形过程中出现的分形特征退化的问题,提出基于局部吸引子的近似凸包及旋转匹配的特征对应方法。IFS 吸引子的局部吸引子可由独立的 IFS 生成,IFS 中每个压缩仿射映射存在不动点,构造所有不动点的凸包,即得到局部近似凸包;证明了局部近似凸包间的相似对应等价于局部吸引子间的相似对应,并提出了通过旋转匹配的特征对应方法实现局部近似凸包的配对,最后计算所有配对下相似度最高的一组局部近似凸包匹配,确定局部吸引子间的特征对应,即 IFS 特征对应。对两个 IFS 进行线性插值可实现保持分形特征的分形变形。

关键词:局部近似凸包;旋转匹配;分形变形;迭代函数系统

中图分类号:TP391.41 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2012)01-0165-06

A new study on fractal morphing method with fractal feature preserved

ZHUANG Yixin, XIONG Yueshan

(College of Computer, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: According to the appearance of fractal feature degeneration during fractal morphing, a new feature corresponding method based on local attractor's approximate convex hull (LAA) and revolving matching method (RMM) is introduced. The local attractor, part of the whole IFS attractor, is indicated by an independent IFS code, whose internal contractive affine transformations have unique fixed points, and the LAA is constructed by contouring the convex hull of all the fixed points of the IFS. It is proved that the similarity between different IFS's LAAs is equivalent to the similarity of its local attractors, so the feature corresponding can be built upon the LAAs. The matching between two LAAs is based on RMM and the matching order is restricted clockwise or anticlockwise. Then, the feature corresponding between two IFS's local attractors is determined by searching for the most similar matching of the LAAs. Finally, the parameters of the iterated function are linearly interpolated to finish the morphing procedure of two IFS's fractal attractors and to perform the fractal morphing with fractal feature preserved.

Key words: local attractor's approximate convex hull; revolving matching method; fractal morphing; iterated function system

迭代函数系统的数学模型最初由 Hutchinson^[1]给出,它包含有限数量的仿射变换,当仿射变换都是压缩变换时,IFS 存在唯一的压缩集,即 IFS 存在吸引子。Barnsley 通过随机 IFS 算法^[2]生成 IFS 吸引子,其具有局部放大后与整体相似的特征,再根据拼贴定理^[2]从图像中提取 IFS 码,解决了 IFS 的逆问题,利用这一特点进行的数据压缩^[3]可获得较高压缩比,而且 IFS 中参数的连续微小的变化将使 IFS 吸引子的形状也有连续微小的变化^[2],因此保证了吸引子间可以进行平滑的插值。早期的研究工作奠定了分形吸引子绘制、分形建模和分形变形的数学理论基础。

分形模型的简洁表示及分形图像具有分形特征的特殊效果,一直吸引了大量学者进行分形图形学的研究,最近的成果集中在分形建模、绘制等分形图形学领域。Stepień 利用模块化方法构建羚角、海贝等具有螺旋结构的自然对象的分形模型^[4],该模型由基模块(对象分解后所有模块与基模块相似)和 IFS_c(带紧致集的 IFS)构成,生成的分形羚角和海贝效果逼真。Pang 等提出一种交互式三维分形形状设计、控制的方法^[5],并利用 Marching Cube 技术构造体网格后进行渲染,实现了一些精致的装饰品。Martyn 采用硬件加速方法,结合光照、阴影技术^[6],对由大量 IFS 组成的

* 收稿日期:2011-06-17

基金项目:高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20104307110003)

作者简介:庄一新(1987-),男,福建泉州人,博士研究生,E-mail:zhuangyixin@nudt.edu.cn;

熊岳山(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:yxiong@nudt.edu.cn

场景进行渲染,获得真实感较强的三维分形图像。

分形变形是获取分形图像的重要方法,由于变形具有复杂的视觉特效,其广泛应用于计算机动画和工业设计等领域。分形变形分为两个步骤:特征对应和形状插值。最早由 Barnsley 通过线性插值概率参量实现了分形吸引子的稀疏变化^[7],之后 Hart 对仿射函数参数进行线性插值产生中间 IFS^[8]。Burch 等对仿射函数参数矩阵进行极分解^[9],提取出旋转角、缩放尺度、平衡量和错切系数等动力参数,对动力参数进行线性插值,进而有效地控制变形过程。随后, Martyn 对 IFS 进行规范化^[10],并利用奇异值分解参数矩阵,变形过程吸引子大小稳定。之前的方法欠考虑特征对应,张莹提出二维自适应的 IFS 特征对应^[11],定义结合分形不动点分布图形和仿射变换动力参数的相似函数来确定 IFS 的特征对应,使 IFS 变形在相似的局部间进行,但是变形中间图像不能保持分形特征。

针对分形吸引子变形时易出现插值形状失真以及分形特征退化等问题,本文提出基于局部吸引子的旋转匹配方法,改变直接仿射变换配对的特征对应方式。首先构造局部吸引子的近似多边形凸包,并证明了局部近似凸包的相似匹配等价于局部吸引子的相似匹配,因此可使用局部近似凸包代替局部吸引子进行匹配,并提出通过旋转匹配的特征对应方法实现局部近似凸包配对,计算获得一组最相似的多边形凸包匹配,从而确定特征对应,最后进行线性插值 IFS 实现了保持分形特征的分形变形。实验表明,该方法能够避免局部吸引子间交叉叠加,变形过程连续不失真,始终保持分形特征,实现效果好。

1 局部分形吸引子的近似凸包

分形变形过程首先需要进行特征对应。IFS 由一组压缩仿射变换构成,每个仿射变换对应于一 IFS 局部吸引子,IFS 的特征对应也就是仿射变换间的对应,即局部吸引子间的特征对应。这一节将构造局部吸引子的近似凸包,并证明两个局部近似凸包间的转化和与其对应的两个局部吸引子间的转化基于相同的仿射变换,基于该结论,后一节将结合几何图形相似匹配方法,证明局部近似凸包间的相似匹配等价于对应局部吸引子间的相似匹配,使得局部吸引子的特征对应转化为局部近似凸包的特征对应。

Martyn 构造了迭代函数系统吸引子的任意精度的逼近凸包^[12],该算法信赖于吸引子点集,不

同精度的吸引子对结果影响较大。本文区分吸引子的不同局部,从不动点出发,分别构建各自局部的近似凸包。

定理 1^[13] 若 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 为分形图形 F 的 IFS 码,那么 $\omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}, j = 1, 2, \dots, N$ 为子图形 $\omega_i(F)$ 的 IFS 码,其中连接符 \circ 表示复合变换,有 $(\omega_i \circ \omega_j)(x) = \omega_i(\omega_j(x)), \omega_i^{-1}$ 表示变换 ω_i 的逆变换。

由 IFS 生成的分形图形 F 又称为 IFS 吸引子或分形吸引子,因此 $\omega_i(F)$ 称为局部分形吸引子,简称局部吸引子,IFS 的每个仿射变换与局部吸引子一一对应。由定理 1 知,每个局部吸引子具有独立的迭代函数系统,由一组压缩仿射映射组成,根据 Banach 不动点定理知,压缩仿射变换存在不动点,计算局部吸引子所有压缩仿射映射不动点的凸包,即构成局部近似凸包。局部近似凸包计算步骤如下:

1) $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 为分形图形 F 的 IFS 码, $\omega_i(F), i = 1, 2, \dots, N$ 为所有局部吸引子,对于每个 $\omega_i(F)$,求 $\omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}, j = 1, 2, \dots, N$,构成 $\omega_i(F)$ 对应的 IFS。

2) 求每个局部吸引子 $\omega_i(F)$ 下所有仿射变换的不动点 $f_{ij} = \omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}(f_{ij}), j = 1, 2, \dots, N$,计算不动点集 $\{f_{ij}, j = 1, 2, \dots, N\}$ 的凸包,即得到 $\omega_i(F)$ 的近似凸包。

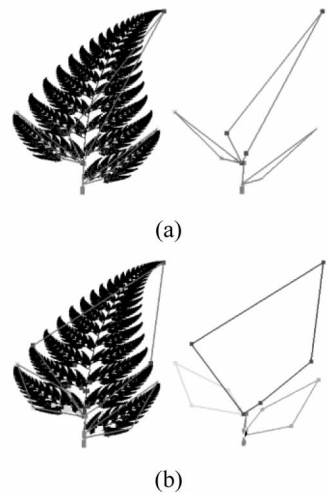


图 1 蕨叶局部分形吸引子的近似凸包

Fig. 1 Approximate convex-hull of fern's local attractors

图 1 中蕨叶 IFS 包含 4 个仿射映射 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$,每个仿射映射 ω_i 对应于一独立的局部吸引子 $\omega_i(F)$,每个局部吸引子 $\omega_i(F)$ 又由迭代函数系 $\omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}, j = 1, 2, 3, 4$ 组成,计算 $\omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}$ 的不动点,并构造局部吸引子 $\omega_i(F)$ 的不动

点集的凸包,生成如图 1(a)。根据定理 1,局部吸引子可看成独立分形吸引子,因此又由多个局部吸引子构成,计算二次分解后一组局部吸引子的不动点的凸包,可获得较一次分解后更精细的局部凸包,图 1(b)显示了蕨叶二次分解局部吸引子后的凸包图。

图 2 显示了利用上述方法求得更多局部近似凸包的例子,从左到右分别为 Sierpinski 三角毯、枫叶 IFS 和 Castle IFS 的近似局部凸包。



图 2 局部近似凸包

Fig. 2 Approximate convex-hull of local attractors

下面证明局部近似凸包间的转化和与其对应的两个局部吸引子间的转化是基于相同的仿射变换。

定理 2 若 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 为分形图形 F 的 IFS 码, $\omega_i(F), i=1, 2, \dots, N$ 为 F 的局部吸引子, 则 $\omega_k(F), k=1, 2, \dots, N$ 是 F 的局部吸引子, 满足 $\omega_k(F) = \omega_k \circ \omega_i^{-1}(\omega_i(F))$ 。

因 $\omega_k \circ \omega_i^{-1}(\omega_i(F)) = \omega_k \circ \omega_i^{-1} \circ \omega_i(F) = \omega_k(F)$, 故定理 2 成立。定理 2 说明每个局部吸引子都可由其余局部吸引子经复合仿射变换转化。

定理 3 若 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 为分形图形 F 对应的 IFS 码, 且 $\omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}, j=1, 2, \dots, N$ 为子图形 $\omega_i(F)$ 的 IFS 码, 另一子图形 $\omega_k(F)$ 的 IFS 码表示为 $\omega_k \circ \omega_j \circ \omega_k^{-1}, j=1, 2, \dots, N$, 则存在 $\omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}$ 的不动点 f_{ij} 与 $\omega_k \circ \omega_j \circ \omega_k^{-1}$ 的不动点 f_{kj} , 且满足 $f_{kj} = \omega_k \circ \omega_i^{-1}(f_{ij}), j=1, 2, \dots, N$ 。

证明 由 Banach 不动点定理知, IFS 的压缩仿射映射 $\omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}$ 与 $\omega_k \circ \omega_j \circ \omega_k^{-1}$ 存在唯一不动点, 即 $f_{ij} = \omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}(f_{ij}), f_{kj} = \omega_k \circ \omega_j \circ \omega_k^{-1}(f_{kj})$, 则

$$\begin{aligned} \omega_k \circ \omega_i^{-1}(f_{ij}) &= \omega_k \circ \omega_i^{-1}(\omega_i \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}(f_{ij})) \\ &= \omega_k \circ \omega_j \circ \omega_i^{-1}(f_{ij}) \\ &= \omega_k \circ \omega_j \circ \omega_k^{-1} \circ \omega_k \circ \omega_i^{-1}(f_{ij}) \\ &= \omega_k \circ \omega_j \circ \omega_k^{-1}(\omega_k \circ \omega_i^{-1}(f_{ij})) \end{aligned}$$

即 $\omega_k \circ \omega_i^{-1}(f_{ij})$ 为 $\omega_k \circ \omega_j \circ \omega_k^{-1}$ 的不动点, 所以

$$f_{kj} = \omega_k \circ \omega_i^{-1}(f_{ij})$$

此定理说明局部吸引子的迭代函数系间的不

动点可经仿射变换得到, 而且与定理 2 中局部吸引子间的仿射变换相同。

由于局部近似凸包由不动点组成, 且由于仿射映射为保持拓扑关系的映射, 不动点经仿射变换后拓扑关系不变, 又根据定理 2 和 3 知, 局部近似凸包间可经仿射映射相互转化, 且与局部吸引子间相互转化的映射相同。

2 IFS 的特征对应

张莹等结合不动点分布和仿射变换矩阵的缩放量及变换间的旋转角定义相似函数, 最终确定仿射变换间相似对应。事实上, IFS 吸引子变形是分形图像变形, 直接基于图像内容进行特征对应比基于仿射变换的特征对应更直观、准确。分形吸引子包含自相似的多个局部吸引子, 这里直接对不同 IFS 的局部吸引子进行匹配, 使局部吸引子变形到相似的局部吸引子。下面说明局部近似凸包间相似匹配与对应的局部吸引子间相似匹配的等价性。

2.1 基于局部近似凸包的特征对应

理论上, 局部吸引子由无限的点集构成, 通过随机 IFS 算法生成的分形吸引子也包含了成千上万个点, 直接计算局部吸引子点集的相似度难以实现, 需要利用几何图形逼近吸引子的结构。

相同坐标系下的不同多边形间的相似匹配包括三方面:

- 1) 形状, 包含多边形内角度和线段长度, 等角且对应边成比例的多边形就称为相似多边形;
- 2) 面积, 考虑在同一坐标系下, 在形状相似的基础上, 面积大小越相近, 则相似度就越高;
- 3) 位置, 包含相对旋转角度、相对平移量, 多边形间经过越小旋转及越少平移, 则越相似。

本文使用近似局部近似凸包代替局部吸引子进行相似匹配, 因为局部近似凸包间的形状、面积比例及位置关系等价于局部吸引子间的对应信息, 原因如下:

1) 由定理 2 和定理 3 知, 局部近似凸包间转化与局部吸引子间的相互转化使用相同的仿射映射, 并且仿射映射包含旋转及缩放因子, 所以局部近似凸包间的面积比例及相对旋转角与局部吸引子保持一致;

2) 至于图形形状, 直观地, 局部吸引子的边界轮廓会比局部近似凸包更为精确, 但是由于所有局部吸引子使用相同精度的凸包, 且相同 IFS 的局部近似凸包是仿射相似的, 提高凸包的精度即扩展凸包的大小只是同时改变所有局部近似凸

包的內角数目及线段的大小,原本相似的凸包配对不会改变。

所以局部近似凸包在一定程度上表示了局部吸引子,保持了相对形状、相对面积大小和相对位置的不变,局部近似凸包间的相似度反映了局部吸引子的相似度。不同 IFS 对应的局部近似凸包经过配对后,利用多边形相似度算法计算所有凸包的相似度的和即得到吸引子的相似度。凸包间的配对有多种情况,计算不同配对下的相似度,取相似度最高的一组凸包配对,即确定 IFS 局部吸引子的最相似匹配,也就是 IFS 的特征对应。然而最相似的匹配不能保证分形吸引子在变形过程中保持清晰分形特征,下面引入旋转匹配的方法,可以避免分形吸引子变形过程分形特征退化的情况。

2.2 旋转匹配

图 3 是张莹^[11]通过计算一组最相似的匹配获得的蕨叶到加拿大枫叶的连续变形图像,图中第 4 幅到第 8 幅严重失真,与初始形状和目标形状都没有相似性,且分形特征严重退化。



图 3 分形特征退化的变形过程

Fig. 3 A fractal morphing with feature degeneration

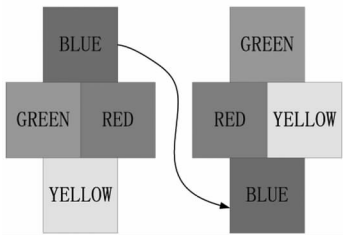


图 4 不同颜色区域的变形

Fig. 4 Morphing across different color areas

分析结果,发现导致失真最主要的原因是局部吸引子变形过程中穿越过其他局部吸引子,因而产生了重叠。通过图 4 来形象地说明这一现象,蓝色区域从第一幅变化到第二幅的过程需穿越其他颜色区域,从而发生重叠,引起失真,同时红色区域也穿越其他颜色区域,多次重叠使变形的中间图像更加难以理解。即使是最相似的特征对应也不能避免局部吸引子在变形过程中穿越其他局部吸引子,在变形过程中仍可能出现失真的中间吸引子,因此需要对匹配进行限制。

针对上述问题,本文提出旋转匹配的方法,使局部吸引子变形到相邻的位置,如此可以避免变形过程中穿过其他区域的情况,实现通过局部吸引子循环顺序序列进行匹配,确保同一 IFS 内相邻的局部吸引子与另一 IFS 内的相邻吸引子配对。相邻局部吸引子的次序构成循环顺序序列,因为局部吸引子与仿射变换不动点一一对应,问题转化为求不动点的循环顺序序列。

不动点循环顺序序列求解步骤如下:

- 1) 首先求 IFS 所有仿射变换的不动点及所有不动点的重心,连接不动点和重心,构成星形结构;
- 2) 以重心为原点求各不动点的极坐标,按极坐标大小对不动点排序,并使最大与最小极坐标对应的不动点相邻,构成不动点的循环序列。



图 5 不动点分布图及凸包

Fig. 5 Fixed points and local convex-hulls

因为不动点位于局部吸引子区域内,所以相连的不动点对应的局部吸引子亦相邻。图 5 线框为近似凸包,代表局部吸引子,不动点位于凸包上或内部,可以看出蕨叶和枫叶的不动点分布图对应于各局部吸引子之间的拓扑关系。

按照循环顺序序列对两 IFS 的局部近似凸包进行匹配,首先分别随机从各自 IFS 选取一局部近似凸包,如 IFS^0 的 P_i^0 与 IFS^1 的 P_j^1 ,使 P_i^0 与 P_j^1 配对,对余下多边形凸包,再根据不动点循环序列的顺时针或逆时针次序依次对 IFS^0 与 IFS^1 的凸包进行配对。若 IFS 数目不等,在保证每个凸包都有配对的情况下允许一些凸包具有多个相邻的匹配。

本文使用 Zhang 的多边形相似度算法^[14]计算局部凸包间的相似度。两个多边形 P^0 和 P^1 的相似函数为 $sim_p(P^0, P^1) = \frac{1}{n+1} \times \sum_{i=0}^n sim_i(T_i^0, T_j^1)$, 其中 $j = map(i), T_i^0, T_j^1$ 为多边形的对应顶角,包含了角度和角两边的边长, $sim_i(T_i^0, T_j^1) = w_1 \times (1 - \frac{|e_1^0 \times e_2^1 - e_1^1 \times e_2^0|}{e_1^0 \times e_2^1 + e_1^1 \times e_2^0}) + w_2 \times (1 - \frac{|a_1^0 - a_1^1|}{360^0})$, e_i^0 上标表示属于多边形 P^0 的边,下标

区分顶角 a_i^0 的左右两边,权重 $w_1 + w_2 = 1$,表示边长和角度所占相似度的比重,计算所有对应顶角的相似度的和求平均,就获得多边形的相似度。顶角的对应方式有多种,计算不同对应情况下的相似度,最大相似度对应于顶角的一组最相似匹配。

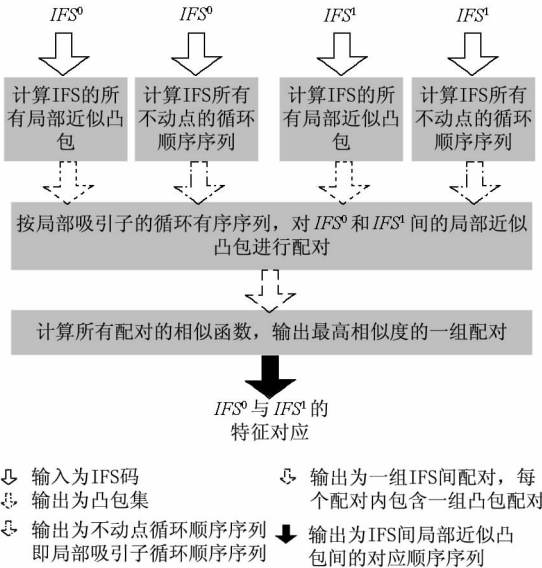


图 6 IFS 特征对应流程图

Fig. 6 Procedure of feature corresponding between IFSs

IFS 相似函数为所有局部凸包相似度的和,

即 $sim_{IFS}(IFS^0, IFS^1) = \sum_{i=1}^N sim_p(P_i^0, P_j^1)$, 其中 $P_i^0 = map(P_j^1)$, P_i^0 与 P_j^1 按旋转匹配进行配对。计算所有匹配情况下相似函数的值,取相似值最高的一组匹配作为局部近似凸包的特征对应,从而确定 IFS 特征对应,图 6 显示了特征对应整个流程。

3 实验结果

图 7 显示的是蕨叶分形吸引子到枫叶分形吸引子的连续变形图像。蕨叶 IFS^0 到枫叶 IFS^1 的特征对应表示为 $\{\omega_i^0 \rightarrow \omega_j^1\}$, 其中 $\omega_i^0 \in IFS^0, \omega_j^1 \in IFS^1$ 。首先计算蕨叶 IFS^0 和枫叶 IFS^1 的局部近似凸包,经过旋转匹配计算得到一组最大相似度对应的特征对应 $\{\omega_1^0 \rightarrow \omega_1^1, \omega_2^0 \rightarrow \omega_4^1, \omega_3^0 \rightarrow \omega_3^1, \omega_4^0 \rightarrow \omega_2^1\}$, 通过配对后仿射变换间的线性插值,产生一组中间映射 $\{\omega_k^t, k = 1, 2, \dots, N, t \in (0, 1)\}$, 构成迭代函数系统 IFS^t , 其中 $\omega_k^t(x) = (1 - t)\omega_k^0(x) + t \times map(\omega_k^0)(x)$, $map(\omega_k^0)$ 表示 ω_k^0 对应的仿射变换。特别地,当 $t = 0$ 时, ω_i 为起始仿射变换,当 $t = 1$ 时, ω_i 为目标仿射变换, $t \in [0, 1]$, 取 t 的步长为 $1/7$, 绘制 IFS^t 的分形吸引子,得到

一组 8 帧分形图形变形图像。

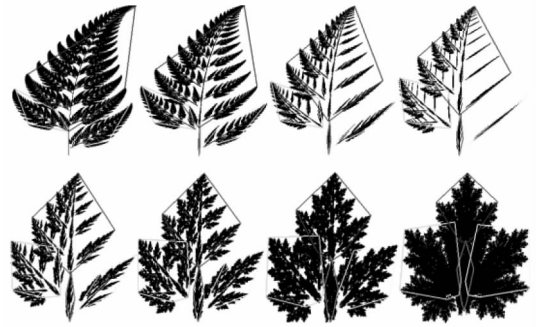


图 7 蕨叶吸引子到枫叶吸引子的变形过程

Fig. 7 Morphing between fern IFS and maple leaf IFS

图 7 前两幅图具有更多蕨叶吸引子的特征,后两幅更像枫叶,中间两幅图融合了蕨叶和枫叶的形状,相邻两形状间比相隔着的相似程度更高,中间图像连续、自然且分形特征保持良好。与图 3^[11]相比,本文实现了不失真的分形变形过程。

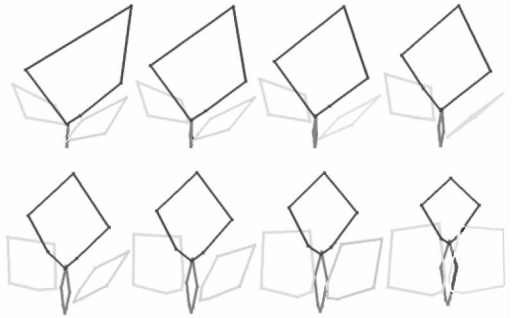


图 8 蕨叶吸引子到枫叶吸引子的局部近似凸包的变形

Fig. 8 Convex-hull morphing between fern IFS and maple leaf IFS

图 8 给出了局部近似凸包的变形,可以看出多组相同颜色多边形的连续变形,与局部吸引子间的变形一一对应。

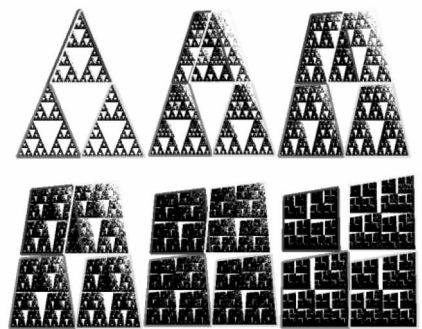


图 9 Sierpinski triangle 吸引子到 Castle 吸引子的变形

Fig. 9 Morphing between Sierpinski triangle IFS and Castle IFS

Sierpinski triangle IFS^0 到 Castle IFS^1 的特征对应为 $\{\omega_1^0 \rightarrow \omega_1^1, \omega_2^0 \rightarrow \omega_2^1, \omega_3^0 \rightarrow \omega_3^1, \omega_4^0 \rightarrow \omega_4^1\}$, 因为两个 IFS 的仿射变换数量不同,在进行匹配时允

许一个变换对应到多个相邻变换,此处 Sierpinski triangle 的仿射变换 ω_3^0 对应到 Castle 的仿射变换 ω_3^1 和 ω_4^1 。变形效果如图 9 所示,有两个局部吸引子融入一个局部吸引子中,这与吸引子间的穿越不同,从图中可看出变形过程的图形初始两幅更多地具有三角毯特征,后两幅 Castle 城墙特征更为明显,中间两幅融合了初始和目标形状,自然且分形特征明显。

图 10 是 levy-tree 分形吸引子到 fractal tree 分形吸引子的变形,利用本文方法计算得到特征对应为 $\{\omega_1^0 \rightarrow \omega_1^1, \omega_2^0 \rightarrow \omega_3^1, \omega_3^0 \rightarrow \omega_4^1, \omega_4^0 \rightarrow \omega_2^1\}$ 。

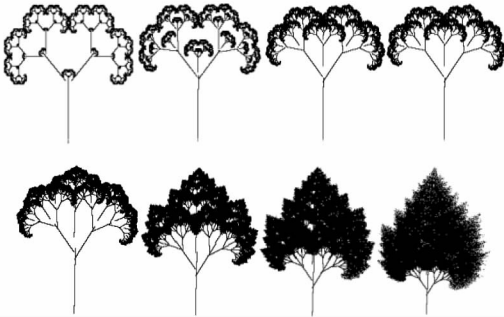


图 10 levy-tree 吸引子到 fractal tree 吸引子的变形
Fig. 10 Morphing between levy-tree IFS and fractal tree IFS

4 结 论

本文通过构造分形吸引子的局部近似凸包,并利用旋转匹配确定特征对应,分形变形实现的方法简单,可以保证变形过程每帧之间连续紧凑和自然不失真,且始终保持分形特征。根据局部吸引子的形状,提取局部近似凸包进行分形特征对应的方法,改变了过去从分形迭代函数或不动点直接进行特征对应的方式,更接近分形吸引子本身,变形效果更好。

本文选取的吸引子的例子都是一些经典的基于自然景物或场景的 IFS 模型,因为对真实景物或场景的变形更容易判断变形过程的失真程度,及变形的效果。其他非基于真实对象的 IFS 吸引子采用本方法进行变形,可以保证获取的新 IFS 吸引子保持分形特征,因此本文的分形变形方法对于分形图像的生成具有重要意义。

参考文献 (References)

[1] Hutchinson J. Fractals and self-similarity [J]. Indiana Univ. J. Math, 1981, 30(5):713 - 747.

[2] Barnsley M F. Fractals everywhere [M]. 2nd ed. Boston: Academic Press, 1993.

[3] Barnsley M F, Hurd L P. Fractal image compression [M]. Wellesley, MA, USA: AK Peters, 1993.

[4] Stepien C. An IFS-based method for modeling horns, seashells and other natural forms [J]. Computer and Graphics, 2009, 33:576 - 581.

[5] Pang W J, Hui K C. Interactive evolutionary 3D fractal modeling [J]. The Visual Computer, 2010, 26 (12): 1467 - 1483.

[6] Martyn T. Realistic rendering 3D IFS fractals in real-time with graphics accelerators [J]. Computer and Graphics, 2010, 34: 167 - 175.

[7] Barnsley M F, Jaquin A, Reuter L, et al. A cloud study [C]// Georgia: The Computer graphical Mathematics Laboratory at Georgia Institute of Technology, 1987(Animation).

[8] Hart J C, Das S. Sierpinski blows his gasket [C]// Siggraph Video Review 61, 1990 (Animation).

[9] Burch B, Hart J C. Linear fractal shape interpolation [C]// Proceeding of the Graphics Interface ' 97, Kelowna, BC, Canada, 1997:155 - 162.

[10] Martyn T. A new approach to morphing 2D affine IFS fractals [J]. Computer and Graphics, 2004, 28 (2): 249 - 272.

[11] 张莹,蒋大为,张正贤,等. 二维迭代函数系统分形吸引子自适应变形算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2006, 18(7):1039 - 1043.
ZHANG Ying, JIANG Dawei, ZHANG Zhengxian, et al. Morphing of two-dimensional IFS fractal attractors with fuzzy correspondence [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2006, 18 (7): 1039 - 1043. (in Chinese)

[12] Martyn T. The attractor-wrapping approach to approximating convex hulls of 2D affine IFS attractors [J]. Computer and Graphics, 2009, 33:104 - 112.

[13] Pei S, Tseng C, Lin C. A parallel decoding algorithm for IFS codes without transient behavior [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1996, 5(3):411 - 415.

[14] Zhang Y. A fuzzy approach to digital image warping [J]. IEEE Computer Graphics and Applications, July, 1996, 34: 34 - 41.